

# Bachelorarbeit

## Mittels FEM gestützte Nachweisführung - Demonstration für Ausklinkungen im Holzbau

Stefan Vogl

stefan.vogl@hotmail.com

Matr.Nr. 0925110

Datum: 2. März 2023

### Kurzfassung

Ausklinkungen sind Querschnittsänderungen, die sowohl im traditionellen Holzbau als auch im modernen Ingenieurholzbau auftreten. Die dadurch hervorgerufenen mechanischen Phänomene erfordern den Einsatz bruchmechanischer Lösungsansätze.

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wird ein Überblick über die Konstruktionsvielfalt im Kontext geometrischer Ausformungen und Belastungsszenarien gegeben. Es wird auf die aktuell gültige Regelung im Eurocode 5 eingegangen und die Limitierungen dieses Lösungsansatzes aufgezeigt. Der mechanische Background wird erläutert und ein kurzer Abriss über bruchmechanische Ansätze und deren Anwendbarkeit auf die Berechnung ausgeklinkter Bauteile gegeben. Anschließend wird die Anwendung eines baustatischen Lösungsansatzes, welcher eine ganzheitliche Betrachtung dieses Themengebiets erlaubt, aufgezeigt. Mit dieser Strategie werden ergänzende Vergleichsrechnungen in einer kommerziellen Baustatiksoftware durchgeführt mit dem Ziel optimaler Konfiguration ausgewählter Modellierungsparameter.

## 1 Einleitung

In diesem Kapitel wird eine Übersicht über die vielfältige Anwendung und die Ausbildungsformen von Ausklinkungen im Holzbau gegeben. Anschließend erfolgt eine kurze Aufzählung der, in der Baupraxis am häufigsten eingesetzten, Verstärkungsmöglichkeiten.

### 1.1 Motivation

Ausklinkungen sind sprunghafte oder voutenförmig verlaufende Querschnittsveränderungen entlang der Stabachse. Diese Detailausbildungen finden aufgrund der leichten Bearbeitbarkeit von Holz rege Anwendung. Ausklinkungen sind im Bestand und bei Neubauten zu finden. Bei bestehenden Konstruktionen sind sie in Form der zimmermannsmäßigen Verbindungen des traditionellen Holzbaus anzutreffen. Im modernen Ingenieurholzbau werden sie hauptsächlich bei Dach- und Deckentragwerken eingesetzt. Die Entwicklung im Bereich computergesteuerter Abbundanlagen begünstigt ein Wiederaufkommen der Holz-Holz-Verbindungen und damit den Einsatz von ausgeklinkten Bauteilen.

Die Holzbauforschung und im Speziellen die Normungssituation des Holzbaus konnten jedoch nicht mit den Möglichkeiten der Holzbauindustrie Schritt halten. Die aktuell gültigen Regelwerke behandeln viele dieser Anwendungsgebiete als unabhängige Insellösungen, die dem Umfang des tatsächlich in der Baupraxis vorkommenden Einsatzes nicht gerecht werden.

Die dieser Arbeit als Ausgangspunkt dienenden Arbeiten von Hochreiner et al. [8] und Kunecký [10] fassen mechanisch äquivalente Anwendungsbereiche zusammen. Mit dem Aufzeigen einer baustatischen

Strategie, die auf ein viel breiteres Einsatzspektrum angewendet werden kann, wird versucht dem Anspruch eines ganzheitlichen Lösungsansatzes zu entsprechen. In dieser Arbeit wird diese Lösungsstrategie aufgegriffen und in einem kommerziellen FE-Softwarepaket ergänzende Kalibrierungsberechnungen durchgeführt. Das Ziel war die Verfeinerung diverser Modellierungsparameter durch Vergleich mit Ergebnissen der Normenlösung auf analytischer Basis.

## 1.2 Konstruktionsvielfalt

### 1.2.1 Klassische Ausklinkungen

Im klassischen Sinne werden Ausklinkungen als Bereiche mit einer Querschnittsänderung verstanden. Typische Fälle, die in der Baupraxis und speziell im Holzbau auftreten, wurden in Hochreiner [7] und Jockwer [9] zusammengefasst. Ein Auszug wird in Abb. 1 dargestellt und anschließend beschrieben. Die strichlierten Linien sollen den Ort des zu erwartenden Risses kennzeichnen.

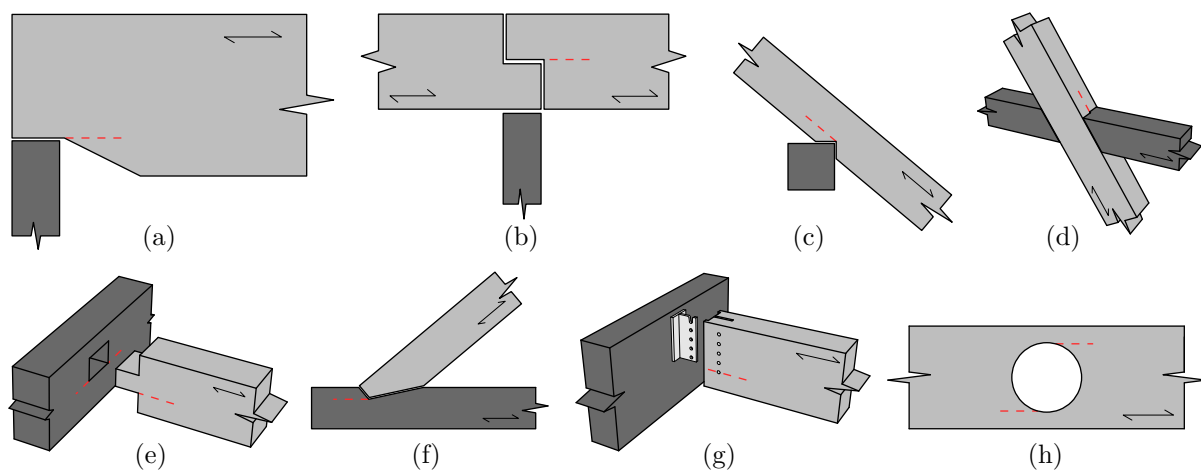


Abb. 1: Beispiele für Ausklinkungen im klassischen Verständnis: (a) Endauflager eines Hallenträgers, (b) Trägerstoß, (c) Mittelaufleger eines Dachsparrens, (d) Verblattung in historischer Fachwerkkonstruktion, (e) Zapfenverbindung, (f) Versatzverbindung, (g) Balkenträgeranschluss und (h) Durchbruch in einem Hauptträger

Eine der am häufigsten auftretenden Situationen, in der diese klassische Form der Ausklinkung anzutreffen ist, ist der **Auflagerbereich** von Biegeträgern. Bei Endauflagern von Hallentragwerken gemäß Abb. 1a oder Balkendecken kann es aufgrund eingeschränkter Platzverhältnisse notwendig sein, die Höhe des für das Biegemoment in der Feldmitte ausgelegten Querschnitts zu verringern und entweder auf der Ober- oder Unterseite des Balkens eine Ausklinkung auszubilden. Ebenso kann es aufgrund logistischer Einschränkungen notwendig oder aufgrund baustatischer Überlegungen erwünscht sein, Unterzüge zu unterteilen. Solche Trägerstöße gemäß Abb. 1b werden oftmals in Form einer Ausklinkung an beiden Trägerenden hergestellt. Diese Randbedingungen treten aufgrund konstruktiver oder architektonischer Vorgaben auf. Deshalb sind Ausklinkungen grundsätzlich unabhängig vom eingesetzten Material anzutreffen, haben aber bedingt durch die orthotropen Materialeigenschaften im Holzbau einen stärkeren Einfluss auf die Tragfähigkeit. Durch die Nähe zum Auflager wird die Ausklinkung in diesen Fällen vorwiegend durch Querkkräfte beansprucht. Bei Kopplung mit Kragarmen treten auch Momente auf.

Ausklinkungen werden **auch in Trägermitte** ausgebildet. Diese Fälle sind üblicherweise dadurch gekennzeichnet, dass das Bauteil beidseits der Ausklinkung die identen Querschnittsabmessungen aufweist. Typische Beispiele dafür sind Auflagerkerben von Dachsparren gemäß Abb. 1c oder die Kreuzungspunkte von Aussteifungsstreben historischer Fachwerksbauten gemäß Abb. 1d, die in Form einer Verblattung ausgeklinkt wurden. Während die Fachwerksstreben vorwiegend mit Normalkräften belastet werden, ist bei Sparrenkerben, abhängig von der Lage der Kerbe, mit einer Kombination aus Normalkräften, Querkräften und Biegemomenten zu rechnen.

Ein weiterer, speziell im Holzbau auftretender Anwendungsfall, ist die Gruppe der **Zimmermannsmäßigen Holzverbindungen**. Diese, in vielen Formen und Ausbildungsvarianten auftretende traditionelle

Art der Knotenverbindung eint die Charakteristik der, in den meisten Fällen großen lokalen Querschnittsschwächungen und der damit einhergehenden Ausklinkungssituation. Hauptsächlich sind diese Verbindungen bei historischen Bestandskonstruktionen anzutreffen. Zur Bewertung der Standsicherheit und etwaiger Erhaltungs- und Ertüchtigungsmaßnahmen ist die Kenntnis über Spannungsverläufe und Bruchverhalten dieser traditionellen Verbindungen unerlässlich. Exemplarisch für diese Gruppe der Anwendungsfälle sind ein, mittels Zapfenverbindung ausgeführter Haupt- und Nebenträgeranschluss gemäß Abb. 1e sowie ein, in historischen Dachtragwerken häufig eingesetzter Stirnversatz gemäß Abb. 1f angeführt. Diese Gruppe der Ausklinkungen werden je nach Art und Lage der Ausbildung ebenso mit einem beliebigen Mix an einwirkenden Schnittgrößen, also einer Kombination aus Normalkräften, Querkraften und Biegemomenten belastet.

Auch bei den in der aktuellen Baupraxis hauptsächlich eingesetzten **ingenieurmäßigen Holzverbindungen** finden sich Situationen, bei denen mit einem zu Ausklinkungen analogen Spannungs- und Bruchverhalten zu rechnen ist. Bei ingenieurmäßigen Haupt- und Nebenträgerverbindungen gemäß Abb. 1g tritt, falls die kraftübertragende Verbindungsmittelgruppe nicht über die ganze Trägerhöhe angeordnet wird, eine zu ausgeklinkten Bauteilen analoge Bruchcharakteristik auf. Generell sind Verbindungsmittelgruppen, die Kräfte über einen Teilquerschnitt einleiten, rissgefährdet. Die Risse sind üblicherweise in der Höhe des letzten Verbindungsmittels zu erwarten. Ähnlich wie bei den zuvor beschriebenen Endauflagern wird diese Art der Ausklinkung vorwiegend durch Querkraften beansprucht.

Eine mit Ausklinkungen vergleichbare Wirkungsweise ist in den **Eckbereichen von Durchbrüchen** in Trägern oder Wandbauteilen gemäß Abb. 1h zu beobachten. Diese Bemessungssituationen sind in der Normung üblicherweise in eigenen Kapiteln geregelt und werden deshalb nachfolgend nicht weiter behandelt.

### 1.2.2 Teilflächenpressung parallel zur Stabachse

Ergänzend zu den davor angeführten Fällen von Bauteilen mit Ausklinkungen im klassischen Verständnis wurde von Hochreiner et al. [8] der Anwendungsbereich um Bauteile mit **parallel zur Faser einwirkender Teilflächenpressung** erweitert. Diese in Abb. 2 dargestellten Situationen kommen in der Praxis meist durch Optimierungen und Einsparungen zu Stande und zeigen an den Trennlinien zwischen belasteten und unbelasteten Bereich ein analoges Bruchverhalten.

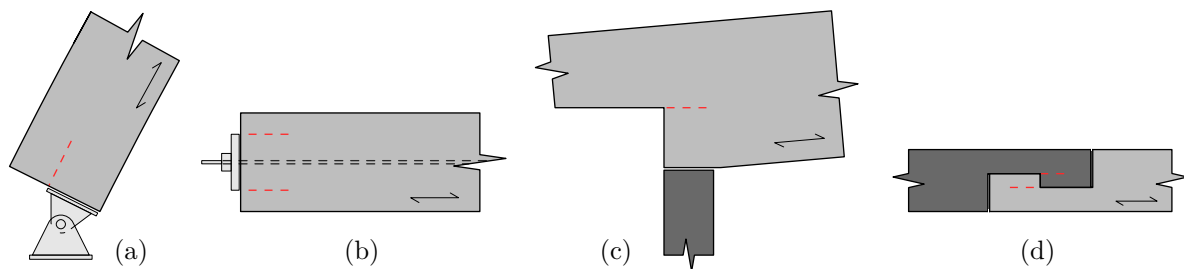


Abb. 2: Beispiele für Ausklinkungen mit faserparalleler Teilflächenpressung: (a) Auflager eines Dreigelenkbogens, (b) Vorgespannter Träger, (c) Auskragendes Vordach eines Hallenträgers und (d) Hakenblattverbindung

Ein Beispiel dafür ist die Auflagersituation von Bogen- oder Rahmentragwerken gemäß Abb. 2a. Dort wird üblicherweise aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten versucht, das Volumen der Stahlbauteile zu minimieren. Somit müssen die Auflagerkräfte über einen kleineren Teilbereich des Querschnitts abgeleitet werden. Einen ähnlichen Fall stellen die Verankerungspunkte von Vorspannkabeln gemäß Abb. 2b oder anderen Abspannungen dar. Auch dort werden meist hohe Kräfte über einen kleinen Teilquerschnitt in das Bauteil eingeleitet. Die Lastenleitung kann über das Bauteilende oder durch Verankerung von Lasten im Inneren von Durchbrüchen erfolgen, zum Beispiel bei Fachwerken, um Kräfte möglichst zentrisch einzuleiten.

Ein weiterer Anwendungsfall ist bei Hallenkonstruktionen mit Vordächern zu finden. Bei wirtschaftlicher Bemessung werden bei einem Satteldachträger und dem **anschließenden Kragarm** gemäß Abb. 2c deutlich unterschiedliche Querschnittshöhen erforderlich sein. Durch das Einspannungsmoment an der Stelle des Querschnittsprungs treten Längsspannungen parallel zur Faser auf, die in Kombinationen mit

den Schubspannungen der begleitenden Querkraft aus dem Innenfeld zu einem problematischen Mix an Spannungen in der Ausklinkungsecke führen können.

Ebenso gibt es in der großen Gruppe der zimmermannsmäßigen Holzverbindungen Ausführungen, bei denen Lasten über Teilflächen in den Querschnitt eingeleitet werden. Als Beispiel ist die Hakenblattverbindung gemäß Abb. 2d angeführt.

### 1.2.3 Verstärkungsmöglichkeiten

Im weiteren Verlauf der Arbeit werden nur unverstärkte Ausklinkungen behandelt. Der Vollständigkeit halber sind die gängigsten Möglichkeiten zur Verstärkung angeführt:

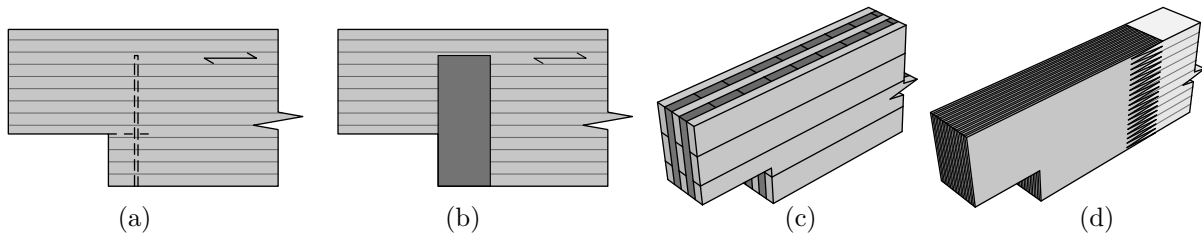


Abb. 3: Beispiele für Verstärkungsmöglichkeiten: (a) innenliegende Verstärkung mit Vollgewindeschrauben, (b) außenliegende Verstärkung mit Holzwerkstoffplatte, (c) Bauteil aus Brettsperrholz und (d) Betroffener Bereich aus Sperrholz

- Interne lineare Verstärkung (Senkrecht oder unter einem Winkel zur Faser)
  - Eingeklebte Gewindestangen oder Bewehrungsseisen,
  - Eingeschraubte selbstbohrende Gewindestangen oder Vollgewindeschrauben gemäß Abb. 3a.
- Externe flächige Verstärkung
  - aufgeklebte Holzwerkstoffplatten (Sperrholz, LVL, ...) gemäß Abb. 3b oder Vollholzlamellen,
  - eingepresste Nagelplatten,
  - aufgeklebte Carbon- oder Glasfaserelemente
- Werkstoffadequate Maßnahmen
  - Verjüngung des Brettschichtquerschnitts durch Aufbiegen der zugseitigen Lamellen,
  - Einsatz eines Holzwerkstoffes mit Querlagen (CLT, LVL, ...) gemäß Abb. 3c,
  - Ersetzen des betroffenen Bereichs durch einen Holzwerkstoff mit leistungsfähigerer Scheibenschubtragfähigkeit, wie z.B. Sperrholz und Anbindung an den Regelbereich mit Generalkeilzinkenstoß gemäß Abb. 3d,
  - Ersetzen des betroffenen Bereichs durch einen anderen Werkstoff, wie z.B. Beton und Anbindung durch eingeklebte Bewehrung

## 1.3 Aktuelle Normative Verankerung von Ausklinkungen

Der in der aktuellen Version des Eurocode 5 (ÖNORM EN 1995-1-1) [13] verankerte Bemessungsapparat für am Auflager ausgeklinkte Bauteile basiert auf der in Gustafsson [5] vorgestellten bruchmechanischen Herleitung. Dabei wurde die Gleichung zur Ermittlung der Bruchlast nicht direkt übernommen, sondern in das Format eines Schubnachweises für den Restquerschnitt übergeführt. Die Gefahr der Rissentstehung in der Ausklinkungsecke wird durch die Abminderung der Schubfestigkeit  $f_{v,d}$  mit dem Abminderungsfaktor  $k_v$  berücksichtigt. Weiters wurde darauf verzichtet, den Materialparameter der kritischen Energiefreisetzungsrates  $G_c$  in der Normung explizit zu deklarieren. Aus Gründen der Benutzerfreundlichkeit und Einfachheit wurde der Proportionalitätsfaktor  $k_n$  eingeführt. Dieser berücksichtigt die Materialparameter Elastizitätsmodul  $E_0$ , Schubmodul  $G_v$  und die kritischen Energiefreisetzungsrates des Versagensmodus 1  $G_{c,I}$  im Verhältnis zur Schubfestigkeit  $f_v$ .

### 1.3.1 Regelungen im Grunddokument des Eurocode 5

Der Nachweis für am Auflager ausgeklinkte Bauteile im Eurocode 5 lautet:

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V}{b_{ef} \cdot h_{ef}} \leq k_v \cdot f_{v,d} \quad (1)$$

mit:  $\tau_d$  Designwert der Schubspannungen im Restquerschnitt  
 $b_{ef}$  effektive Breite,  $b_{ef} = b \cdot k_{cr}$   
 $h_{ef}$  Höhe des Restquerschnitts  
 $k_v$  Abminderungsbeiwert  
 $f_{v,d}$  Designwert der Schubfestigkeit

Der Abminderungsbeiwert  $k_v$  kann folgend ermittelt werden:

$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \frac{k_n \left( 1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \end{array} \right. \quad (2)$$

mit:  $k_n$  Proportionalitätsfaktor  
 $i$  Steigung der Ausklinkung im Fall einer Voute  
 $x$  Abstand von der Wirkungslinie der Auflagerkraft zur Ausklinkungsecke  
 $h$  Höhe des Querschnitts  
 $\alpha$  Ausklinkungsverhältnis,  $h_{ef} = \alpha \cdot h$

Der Proportionalitätsfaktor  $k_n$  ist für folgende unidirektionale Holzwerkstoffe angegeben:

$$k_n = \begin{cases} 4,5 & \text{für Furnierschichtholz} \\ 5,0 & \text{für Vollholz} \\ 6,5 & \text{für Brettschichtholz} \end{cases}$$

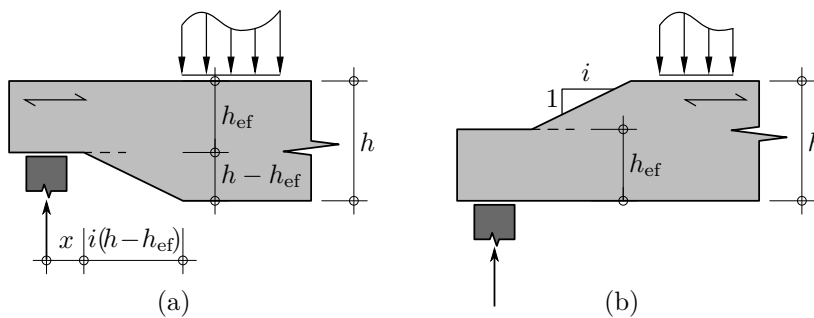


Abb. 4: Bezeichnungen im Eurocode: (a) Ausklinkung auf der Zugseite, (b) Ausklinkung auf der Druckseite

### 1.3.2 Ergänzende Regelungen im österreichischen Nationalen Anhang

Der österreichische nationale Anhang zum Eurocode 5 (ÖNORM B 1995-1-1) [12] führt zusätzlich Grenzwerte für den Einsatz der Bemessungsformeln ein. So darf Gl.(1) nur angewendet werden, falls folgende Bedingungen eingehalten sind:

$$\alpha = \frac{h_{ef}}{h} \geq 0,5 \quad \text{und} \quad \frac{x}{h} \leq 0,4 \quad (3)$$

mit:  $h_{ef}$  effektive Trägerhöhe bei der Ausklinkung, in mm  
 $h$  Trägerhöhe, in mm  
 $x$  Abstand von der Auflagermitte zur Ausklinkungsecke

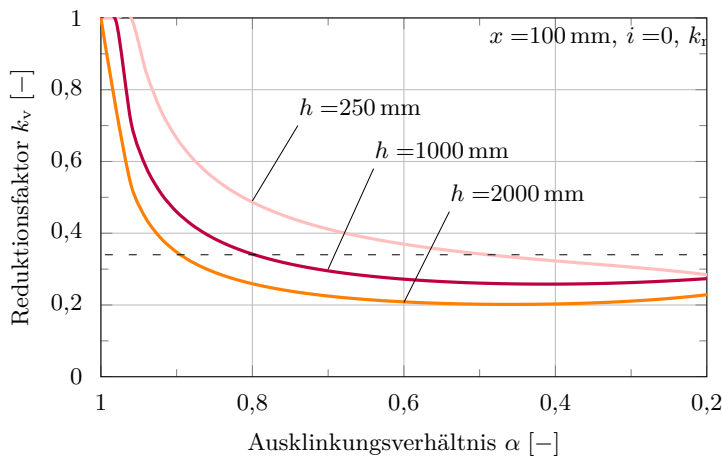


Abb. 5: Reduktionsfaktor  $k_v$  ausgewertet für verschiedene Querschnittshöhen und Ausklinkungsverhältnisse

### 1.3.3 Limitierungen des aktuellen Normenstandes

Wie in Hochreiner et al. [8] angeführt wird, können mit dem im Eurocode 5 vorhandenen Bemessungskonzept viele, in der Baupraxis auftretenden Fragestellungen jedoch nicht abgedeckt werden:

- Die **Kopplung des Biegemoments an die Auflagerkraft** über den Abstand zwischen dem Auflager und der Ausklinkungsecke vernachlässigt einerseits alle zwischen Auflager und Ecke **an-greifenden Einwirkungen**. Andererseits ist die Berücksichtigung eines beliebigen Sets an einwirkenden Schnittgrößen nicht möglich. Eine Möglichkeit, eine **reine Momentenbelastung** zu simulieren, würde durch die Umnutzung des, im Grunddokument gegebenen, Formelapparats bestehen. Durch Annahme einer sehr kleinen fiktiven Auflagerkraft und Wahl des Abstands zur Ausklinkungsecke entsprechend der Größe des zu bemessenden Moments, unabhängig von der tatsächlich vorhandenen Länge, ergibt sich in der Ecke ein, von der einwirkenden Querkraft, quasi unabhängiger Spannungszustand. Diese Anwendung wird durch die ergänzenden Grenzwerte des österreichischen nationalen Anhangs jedoch in Österreich verhindert.
- Der Materialparameter der Energiefreisetzungsrate ist in den Bemessungsformeln **nur im Hintergrund hinterlegt und ist gültig für Fichtenholz im Versagensmodus 1 (Querzugversagen)**. Somit ist eine Adaption des Materialparameters und die Anwendung des Bemessungskonzepts auf andere Versagensmodi und Holzwerkstoffe nicht möglich.
- Der **Einfluss von Feuchte und Langzeiteffekten** wird nur indirekt über eine Abminderung der Designschubfestigkeit  $f_{v,d}$  berücksichtigt. Eine Abminderung des direkt verantwortlichen Materialparameters, der kritischen Energiefreisetzungsrate, ist nicht vorgesehen.
- Bei einer auf der Trägersoberseite bzw. auf der Biegedruckseite ausgeführten Ausklinkung wird der Abminderungsbeiwert  $k_v$  gleich 1 gesetzt. Ein Einfluss der Ausklinkung also gar nicht berücksichtigt. Dies liegt auf der unsicheren Seite, da bei diesen Ausklinkungen der Bruchmodus 2 (Schubversagen) die vorherrschende Versagensform ist und im Bemessungskonzept über die Hinterlegung der kritische Energiefreisetzungsrate des Versagensmodus 2 berücksichtigt werden müsste.
- In Hochreiner [7] wird außerdem noch die **Größe des Reduktionsfaktors  $k_v$  im Vergleich von kleinen und hohen Querschnitten hinterfragt**. So ergibt sich bei einem Querschnitt der Höhe  $h = 2000$  mm mit einer 10 %-igen Ausklinkung ( $\alpha = 0,9$ ) gemäß Abb. 5 der selbe Reduktionsfaktor wie bei einem Querschnitt der Höhe  $h = 250$  mm der zur Hälfte ausgeklinkt ist ( $\alpha = 0,5$ ). Entweder ist die Bemessung des kaum ausgeklinkten, hohen Trägers auf der deutlich sicheren und unwirtschaftlicheren Seite oder die Bemessung des kleinen, zur Hälfte ausgeklinkten Bauteils liegt auf der unsicheren Seite.

## 2 Mechanische Grundlagen

Wird ein Bauteil ausgeklinkt, kommt es in Folge der Querschnittsänderung zu einer Änderung der Lage der jeweiligen Stabachse gemäß Abb. 6. Aus der damit einhergehenden Umlenkung der wirkenden Spannungskomponenten parallel zur Stabachse entstehen, im Sinne eines Kräftegleichgewichts, zusätzlich wirkende Umlenkkräfte bzw. Querspannungen. Je nach Position und Lage der Ausklinkung oder Wirkungsrichtung der wirkenden Kraftgrößen können diese Querspannungen in Form von Querdruck oder Querkzug auftreten.

In folgendem Kapitel werden zuerst die Möglichkeiten der baustatischen Modellbildung einer Ausklinkung im Kontext der Systemberechnung aufgezeigt. Es wird die Spannungsverteilung im Bereich der Ausklinkung diskutiert und die dort auftretenden mechanischen Spezialeffekte erläutert. Abschließend wird auf die, für diese Spannungsprobleme im Holzbau etablierten, bruchmechanischen Lösungskonzepte eingegangen.

### 2.1 Baustatische Modellbildung

In Hochreiner [7] wird ein Überblick über die Modellierungsstufen, welche zur Bewertung von Ausklinkungen in Frage kommen, gegeben. Diese werden nachfolgend zusammengefasst.

#### 2.1.1 Baustatische Modellbildung als Stabmodell

Wie die Übersicht gemäß Abb. 1 und 2 zeigt handelt es sich Großteils um Bauteile, die aus baustatischer Sicht auf der Ebene eines Stabmodells berechnen werden können. Ausklinkungen erzeugen jedoch mechanische **Effekte, die mit der linear-elastischen-Stabtheorie alleine nicht mehr darstellbar sind**. So ist es auch derzeit gängige Praxis, Ausklinkungen oder Durchbrüche im Kontext der Systemberechnung generell zu vernachlässigen. Diese, mit unbeeinflussten Querschnitten ermittelten Schnittgrößen und Systemverformungen werden erst in einer nachgelagerten Nachweisführung den verkleinerten Querschnittsbereichen gegenübergestellt. Die aktuell im Eurocode 5 enthaltene Bemessungsformel ist ebenso auf der Modellierungsebene eines Stabmodells unter Berücksichtigung von Bruchmechanik abgeleitet.

Eine Berücksichtigung von Ausklinkungen auf der Modellierungsebene eines Stabmodells ist möglich und bringt Vorteile mit sich. Dazu werden die Stabachsen des Hauptträgers und ausgeklinkten Trägerabschnitts realitätsgetreu in der jeweiligen Höhenlage modelliert und gemäß Abb. 6a der Stabachsensprung im Bereich der Ausklinkungsecke mittels eines starren Koppelstabelements abgebildet. Im Falle extremer Querschnittssprünge kann ein Übergangsbereich als Voutenstab modelliert werden, um der verzögerten Ausbreitung der Spannungen in Längsrichtung Rechnung zu tragen.

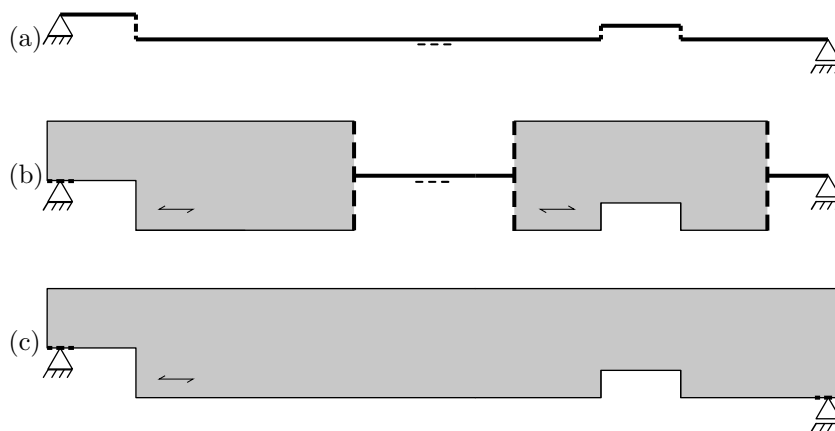


Abb. 6: Beispiele für Varianten der Baustatischen Modellbildung: (a) Stabmodell (b) Stabmodell mit lokaler Integration eines Flächenmodells (c) Flächenmodell

Es ist außerdem möglich, bereits auf der Ebene eines Stabmodells eine stiftförmige Verstärkung zu berücksichtigen. Dazu muss das Bauteil im gerissenen Zustand modelliert werden. Der Stab soll auf eine Länge von  $1,5 \cdot \alpha h$  ab dem Ausklinkungssprung mit zwei Querschnitten modelliert werden. Die Aufteilung der Querschnitte erfolgt auf der Höhe der Ausklinkung und stellt den Riss dar. Die beiden Stabachsen werden

am Ende mittels Koppelstab, miteinander und mit dem Hauptquerschnitt verbunden. Der ursprüngliche Koppelstab am Ende der Ausklinkung wird zu einem dehn- und biegeweichen Stab mit Charakteristik des gewählten Verbindungsmittels umgewandelt.

Die Vorteile einer Berücksichtigung der Ausklinkung auf Ebene eines Stabmodells sind:

- Der erste Vorteil ist im Bereich der **Prozesssicherheit** zu orten. Man erhält einerseits eine **optimische Erinnerung** an den zu führenden Ausklinkungsnachweis, andererseits können die Schnittgrößen für die Weitergabe an eine externe Bemessungssoftware punktgenau in der Ausklinkungsecke abgelesen werden. Zusätzlich können die Spannungsnachweise im tatsächlichen Restquerschnitt geführt werden.
- Der **Einfluss der Ausklinkung auf die Systemsteifigkeit** und daraus folgend auf die Systemverformung und die später zu führenden Gebrauchstauglichkeitsnachweise kann abgebildet werden.
- Die Normalkraft im modellierten Koppelstab, an der Stelle der geplanten Verstärkung, lässt eine **Aussage über den zu erwartenden Versagensmodus** zu. Eine Zugkraft im Koppelstab deutet auf den Versagensmodus 1 als maßgebende Versagensform hin, während bei einer Druckkraft im Koppelstab der Versagensmodus 2 maßgebend für das Versagen verantwortlich sein wird. (vgl. Abb. 10)
- Die **Normalkraft zur Bemessung eines stiftförmigen Verstärkungselements** kann bei Erweiterung des Stabmodells direkt abgelesen werden.

### 2.1.2 Baustatische Modellbildung als Flächenmodell

Eine Erhöhung der Modellierungstiefe auf die Stufe eines Flächenmodells ermöglicht es alle auftretenden Spannungskomponenten gemäß Abb. 6c darzustellen. Die Geometrie der Ausklinkung mit zugehörigen Steifigkeitssprüngen kann nun exakt abgebildet werden. Der Nachteil ist möglicherweise ein deutlicher Mehraufwand bei der Modellierung. Wird die Auflagersituation analog zum Stabmodell durch ein einzelnes Punktlager simuliert, würden sich in diesem Knoten modellierungsbedingte Spannungsspitzen ergeben. Ein Workaround ist die Verwendung eines starren Koppelstabs entlang der Flächenkante in der Länge der zu erwartenden Auflagerbreite. So kann eine realitätsnähere Verteilung der Auflagerpressung erreicht werden. Bei der Einleitung von Punktlasten muss analog vorgegangen werden.

Trotz des Mehraufwandes bei der Systemeingabe ergeben sich einige Vorteile bei einer Modellbildung als Flächenmodell:

- **Alle auftretenden Spannungskomponenten sind ablesbar.** Diese können somit zur Grenzwertbetrachtung mit bekannten Interaktionsbedingungen eingesetzt werden. Ergänzend ergeben sich Kontrollmöglichkeiten z.B. für die Ausbreitung des nichtlinearen Verlaufs der Biegespannungen und die bemessungsrelevante Spannungsspitze. Im Falle einer verstärkten Ausklinkung ist der Wechsel der Versagensform erkennbar hin zu Querdruck und Schubspannungen im Bereich des Risses und Zugkräfte in der modellierten Verstärkung.
- **Die exakte Risslänge kann iterativ bestimmt werden.** Dies setzt jedoch das Vorhandensein spezieller Interface Elemente voraus. Im wissenschaftlichen Bereich eingesetzte FE-Softwarepakete besitzen dazu bruchmechanisch gesteuerte Programmttools. In kommerzieller FE-Software können solche Iterationen meist nur über festigkeitsgesteuerte Tools gelöst werden.
- **Die Effekte von einwirkenden äußeren Kräften werden berücksichtigt.** So hat eine an der Oberkante einwirkende vertikale Linienlast einen Abbau von Querzugspannungen, aber eine an der Unterseite einwirkende Last jedoch eine Erhöhung der Normalkraft in Verstärkungselementen zur Folge.
- Mittels Flächenmodellen können Detailausführungen wie z.B. **nicht rotationsweiche Auflagerbereiche** erfasst werden. Die Kantenpressung hat eine Änderung des Abstands vom Auflagerpunkt zur Ausklinkungsecke zur Folge und muss dementsprechend im Modell abgebildet werden.



Eine weitere Möglichkeit gemäß Hochreiner [7] ist eine, auch nur lokal modellierte, lokale Verfeinerung mittels Scheibenmodells. Dabei wird das Tragwerk weiterhin mit Stabelementen abgebildet und der von der Ausklinkung betroffene Bereich gemäß Abb. 6b als Scheibe modelliert. Wichtig ist hier der Übergang zwischen Scheiben- und Stabelementen, sodass die Biegesteifigkeit des Stabmodells nicht durch die weichere Rotationssteifigkeit einzelner FE-Knoten verfälscht wird. Ein Starrstabelement über die gesamte Querschnittshöhe des Scheibenmodell verhindert diese Verfälschung der Systemsteifigkeit. Somit ist es möglich, die speziellen Spannungseffekte bereits im Stabmodell abzubilden. Diese Modellierungsvariante hat ebenso einen deutlich erhöhten Modellierungsaufwand zur Folge.

### 2.1.3 Baustatische Modellbildung als Volumenmodell

Eine weitere Erhöhung der Modellierungstiefe auf die Ebene eines Volumenmodells steigert den Modellierungsaufwand nochmals deutlich. In einigen Fällen kann die Erstellung eines Volumenmodells aber notwendig sein:

- Im Falle einer **zweiachsigen Belastung** kann die ungleichmäßigen Spannungsverteilung über die Trägerbreite nur mittels eines Volumenmodells abgebildet werden.
- **Der Tiefeneffekt einer flächigen Querzugverstärkung** bei breiten Trägern kann ebenso nur mittels eines Volumenmodells untersucht werden.
- Die Bruchfläche kann in dreieckiger Form mit Rissbeginn im Trägerinneren und Rissausbreitung nach außen oder in weiteren Verfeinerungsschritten gekrümmt, in Anlehnung der zylindrisch gekrümmten Jahrringe eines Bretts, mit Sollbruchstelle in der Frühholzschicht modelliert werden.

## 2.2 Spannungsverteilung

In Abb. 7 aus Hochreiner [7] sind qualitativ die relevanten Spannungsverläufe für Längsspannungen  $\sigma_x$ , Querspannungen  $\sigma_y$  und Schubspannungen  $\tau_{xy}$  am Beispiel einer klassischen Auflagerausklinkung unter üblicher Momenten- und Querkraftbeanspruchung dargestellt.

Bei Betrachtung der Spannungsplots **im ungerissenen Zustand** gemäß Abb. 7a ist bei den Längsspannungen der nichtlineare Verlauf über die Querschnittshöhe in der Umgebung der Ausklinkungsecke ersichtlich. Ein, aus der Stabtheorie erwartbarer linearer Verlauf der (Biege-)Längsspannungen ist wegen der stark ausgeprägten Orthotropie des Holzes erst deutlich verzögert und erst im Abstand von ca. 1,5-fachen Querschnittshöhe entlang der Stabachse erkennbar. In der Ausklinkungsecke ist eine örtliche Spannungs-konzentration aufgrund des Kerbspannungseffekts der scharfkantigen Ecke deutlich zu sehen. Die wegen des Stabachsensprunges auftretenden Querspannungen sind bei dieser Beanspruchungskonfiguration mit positivem Vorzeichen folglich als Querspannungen anzutreffen. Es ist ebenfalls eine örtliche Spannungs-konzentration aufgrund des Kerbspannungseffekts im Bereich der Ausklinkungsecke erkennbar. Analog zu den Längsspannungen ist der, aus der Stabtheorie zu erwartende parabelförmige Verlauf der Schubspannungen erst deutlich verzögert mit Abstand zur Ausklinkungsecke zu sehen. Bei den auftretenden Schubspannungen ist ein Kerbspannungseffekt im Bereich der Ausklinkungsecke erkennbar. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass **bei allen drei Spannungs-komponenten Spannungs-konzentrationen in der Ausklinkungsecke auftreten** und außerdem eine Überlagerung der Spannungen im Bereich der Ecke nötig wäre. Gemäß Hochreiner [7] werden die Querspannungen aufgrund der geringen Materialfestigkeiten in diesem Fall bemessungsentscheidend.

In Abb. 7b sind die qualitativen Spannungsverläufe bei Vorhandensein eines parallel zur Faser verlaufenden Risses abgebildet. Es sind die identen Spannungseffekte wie im ungerissenen Zustand anzutreffen, mit dem Unterschied, dass sich der Ort der Spannungs-konzentrationen von der Ecke zur Risspitze mitverschoben hat. Ein Risswachstum ohne Abklingen der Spannungen wird auch instabiles Risswachstum genannt und würde ohne Verstärkungsmaßnahmen das Versagen des Bauteils zur Folge haben.

In Abb. 7c sind die Spannungsverläufe einer, **mit innenliegenden stabförmigen Verstärkungsmitteln** ergänzten Ausklinkung im gerissenen Zustand abgebildet. Die Risslänge wurde so gewählt, dass am Rissende Querspannungen auftreten. Die Querspannungen werden nun vollkommen von den Verstärkungsmitteln übernommen und stabiles Risswachstum ist eingetreten. Versagensentscheidend sind nunmehr die Schubspannungen. Bei stabförmigen Verstärkungsmitteln, die senkrecht zur Faser angeordnet

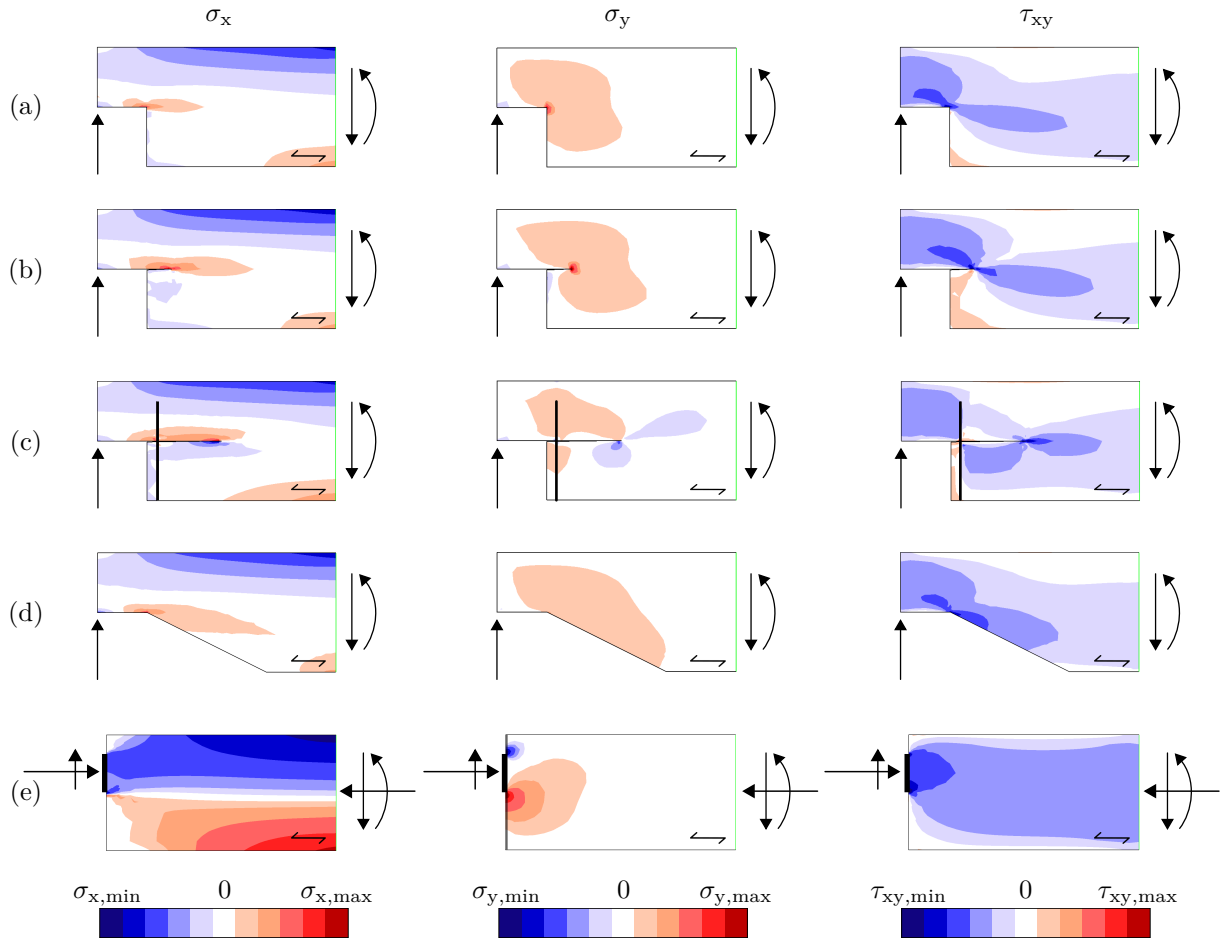


Abb. 7: Längs-, Quer- und Schubspannungen aus einer üblichen Querkraft- und Momentenbeanspruchung bei einer scharfkantigen Auflagerausklüftung (a) im **ungerissenen Zustand**, (b) im **gerissenen Zustand**, (c) mit **innenliegender Verstärkung** sowie bei (d) einer gevouteten Ausklüftung und (e) einem Bauteil unter **Teilflächenpressung** folgend aus einer **Normalkraft- und Querkraftbeanspruchung** aus Hochreiner [7]

sind, müssen die Schubkräfte dennoch allein vom Querschnitt aufgenommen werden. Die Überlagerung der Schubspannungen mit den Querdruckspannungen am Rissende erhöhen die Schubtragfähigkeit des Querschnitts jedoch deutlich. Die Auftrennung in zwei Querschnitte lässt sich anhand der zwei unabhängigen Biegespannungsverläufe erkennen.

Zum Vergleich zur scharfkantigen Ausbildung zeigt Abb. 7d ein Trägerende mit einer, **im Verhältnis 1:2 gevouteten Ausklüftung** im ungerissenen Zustand. Grundsätzlich zeigen die Spannungsverläufe ein qualitativ ähnliches Bild mit Spannungsspitzen in der Ausklüftungsecke und nichtlinearen Verläufen im Bereich der einspringenden Ecke. Unterschiede sind bei den Quer- und Schubspannungsverläufen zu finden. Einerseits wird durch die Voutung die Größe der Querspannungsspitze abgemindert, andererseits treten die Schubspannungen am Rand nicht nur in der Ausklüftungsecke, sondern auch versetzt entlang des angeschnittenen Randes auf. Daraus folgend erweitert sich der Bereich der Rissgefahr von der Ecke über die ganze Voutenlänge hin.

In Abb. 7e sind die Spannungsverläufe, eines **an einer Teilfläche der Stirnseite belasteten Querschnitts** dargestellt. Der kritische Bereich ist hier die Fuge zwischen belasteter und unbelasteter Fläche, wobei die auftretenden Querspannungen durch die begleitende Querkraftkomponente bzw. durch Umlenkkräfte aus Lastausbreitung erzeugt werden. In diesem Bereich treten, analog zu den zuvor dargestellten Ausklüftungen, gleichzeitig mehrere Spannungsponenten mit Spitzenwerten auf. Eine Anwendung der für Ausklüftungen gültigen Bemessungskonzepte auf diesen, in aktuellen Normen nicht geregelten Anwendungsfall scheint, wie Hochreiner et al. [8] schreibt, ebenso dringend nötig.

## 2.3 Spezielle Effekte

### 2.3.1 Kerbspannungen

Alle, an dem Ort der Querschnittsänderung mit scharfkantig einspringenden Ecken auftretenden Spannungskomponenten sind gemäß Abb. 7 von der Kerbspannungswirkung betroffen. Die auftretenden Spannungsspitzen können nach Elastizitätstheorie und unabhängig von der Größe der äußeren Beanspruchung ins Unendliche anwachsen. Der Spannungszustand in der Ausklinkungsecke ist ähnlich jenem, der bei Rissen mit scharfer Rissspitze anzutreffen ist. Für den theoretischen Fall einer unendlich ausgedehnten Scheibe mit scharfem Riss unter einaxialer Zugbeanspruchung wird in Mang und Hofstetter [11] die analytische Lösung gezeigt. Für die Querspannungen an der Rissspitze liegt gemäß Abb. 8a eine Singularität des Typs  $r^{-\frac{1}{2}}$  vor. Für  $x \rightarrow 0$  gilt also sowohl  $\sigma_y \rightarrow \infty$  als auch  $\sigma_x \rightarrow \infty$ .

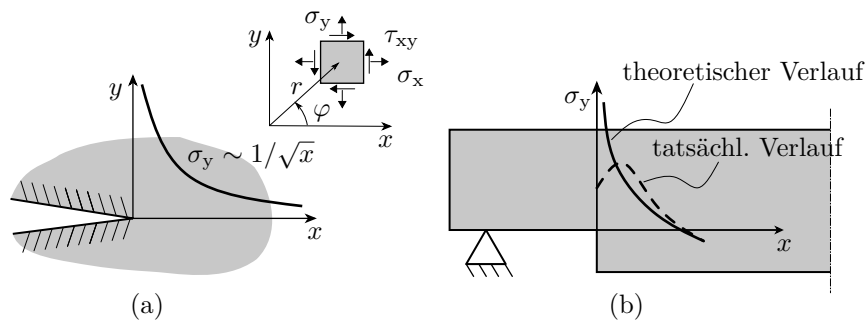


Abb. 8: Kerbspannungswirkung der Querspannungen (a) bei scharfem Riss aus Aicher et al. [1] und (b) bei Ausklinkungen aus Gustafsson [6]

Wie Gustafsson [6] schreibt, können die Spannungen in Wirklichkeit nicht gegen unendlich anwachsen, da dem eine endliche Festigkeit des Materials gegenübersteht. Durch kleinflächige, plastische Verformungen bzw. örtliches Versagen ändert sich die Spannungsverteilung entlang der Längsachse. Der tatsächliche Verlauf der Querspannungen ist in Abb. 8b ersichtlich.

Eine Aussage über mögliche Rissausbreitung ist mit diesem Spannungszustand nicht möglich. **Herkömmliche Tragsicherheitsnachweise auf Spannungsniveau eignen sich gemäß Mang und Hofstetter [11] nicht zur Beschreibung der Tragfähigkeit.** Mechanische Größen, die im Rahmen der Bruchmechanik ermittelt werden, bieten Abhilfe. Sie ermöglichen, dass Aussagen über die Tragfähigkeit rissgefährdeter bzw. bereits gerissener Bauteile getroffen werden können.

### 2.3.2 Spannungsinteraktionen

Die Überlagerung der verschiedenen, in den kritischen Bereichen auftretenden, Spannungen ist der zweite, spezielle Spannungseffekt mit Einfluss auf die Tragfähigkeit von Ausklinkungen. Die Spannungen können, wie zuvor beschrieben, nicht direkt für den Tragfähigkeitsnachweis herangezogen werden. Die **Kenntnis der Wechselwirkung** der verschiedenen Spannungskomponenten ist jedoch für die im Anschluss vorgestellten Methoden von zentraler Bedeutung.

Abb. 9 zeigt die Auswirkung der Interaktion von Schub- mit Querspannungen. Die Schubtragfähigkeit parallel zur Faser nimmt bei gleichzeitig wirkender Querkzugspannung deutlich ab. Im Gegensatz dazu kann bei gleichzeitig wirkender Querdrukspannung die Schubtragfähigkeit des Querschnitts gesteigert werden.

## 2.4 Bruch- und Rissverhalten

Die Bruchmechanik unterscheidet gemäß Abb. 10 drei verschiedene Versagensarten. Gemäß Hochreiner et al. [8] sind diese Versagensarten alle im Holzbau anzutreffen.

**Versagensmodus 1** beschreibt das Aufklaffen der Rissfuge senkrecht zu der Faserrichtung. Bei einem, von Querkzug dominierten Spannungszustand, wie zum Beispiel bei Ausklinkungen auf der Biegezugseite eines Trägers, kann dieser Versagensmodus erwartet werden.

**Versagensmodus 2** beschreibt eine gegensätzliche Verschiebung der Rissufer parallel zur Faserrichtung. Bei dominierender Schubbeanspruchung parallel zur Faser, meist in Kombination mit Querdruk, wie

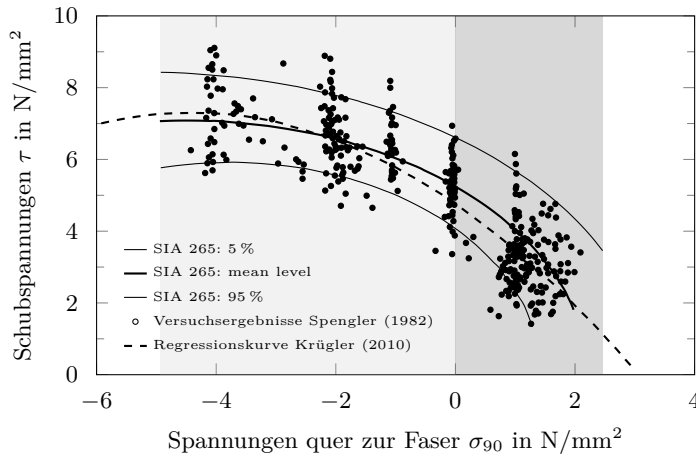


Abb. 9: Interaktion von Quer- und Schubspannungen, Versuchsergebnisse überlagert mit Normenlösungen aus Steiger und Gehri [17]

zum Beispiel bei einer Ausklinkung auf der Biegedruckseite eines Trägers, kann dieser Versagensmodus erwartet werden.

Der **Versagensmodus 3** beschreibt eine gegensätzliche Verschiebung der Rissufer quer zur Faserrichtung. Dieses Versagen entspricht klassischem Rollschubversagen quer zur Faser. Im Holzbau kann dieser Belastungszustand sowohl bei Querlagen in Brettsperrholz als auch bei historischen, zimmermannsmäßigen Verbindungen wie der Verkämmung auftreten.

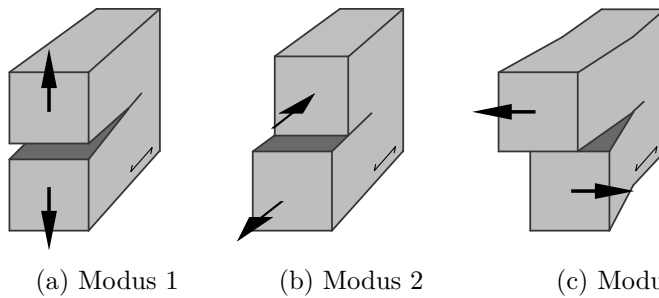


Abb. 10: Versagensmodi in der Bruchmechanik

In Jockwer [9] wurde eine Vielzahl an Prüfreihen zusammengefasst und mit besonderen Augenmerk auf das Bruchverhalten beschrieben. Die beschriebenen Tests wurden an verstärkten und unverstärkten ausgeklinkten Trägern durchgeführt. Einige Erkenntnisse werden nachfolgend erläutert.

So wurde beobachtet, dass der Anriss üblicherweise in der Mitte des Querschnitts in der Ausklinkungsecke beginnt und sich nach Laststeigerung zu den Rändern hin ausbreitet. Diese Abfolge konnte sowohl bei Prüfkörpern mit Verstärkung als auch bei unverstärkten Exemplaren beobachtet werden. Nachdem der Riss wenige Zentimeter in der Länge erreicht hatte, konnte **bei unverstärkten Ausklinkungen instabiles Risswachstum**, also Anwachsen des Risses ohne weiter Lasteinwirkung und somit Versagen des Bauteils festgestellt werden. Im Vergleich dazu konnte bei den verstärkten Prüfkörpern nach der Risssinitiiierung ein stabiles Risswachstum, also Risswachstum nur infolge von Lasterhöhungen, beobachtet werden. Durch die Verstärkung konnte die Rissöffnung limitiert werden und nach langem Risswachstum konnte sogar eine Schließung des Risses beobachtet werden. Außerdem wurden durch die Verstärkungen ein Hinunterfallen des unteren Teiles, selbst nachdem ein Versagen des Bauteils eingetreten war, verhindert.

Umgelegt auf die zuvor beschriebenen, bruchmechanischen Versagensformen war bei unverstärkt ausgeklinkten Trägern die Rissöffnung und somit der Versagensmodus 1 augenscheinlich die dominierende Versagensform. An der Rissspitze traten gemäß Jockwer [9] jedoch Effekte aus Modus 1 und Modus 2 auf. Insbesondere bei langen Ausklinkungen, mit  $\beta > 1$ , hatte der Versagensmodus 2 einen deutlichen Einfluss auf die Tragfähigkeit des Trägers. Bei einigen Testobjekten konnte zudem eine Unterbrechung des Rissfortschritts und eine danach folgende, weitere Laststeigerung beobachtet werden. In der anschließenden Analyse konnten zwei Unregelmäßigkeiten der Holzmatrix als Ursache für die Verzögerung des Rissfortschritts ausgemacht werden. Als Risstopp konnte einerseits das Vorhandensein von Ästen quer zur Faserrichtung und dem daraus folgenden Dübeleffekt, andererseits ein Keilzinkenstoß, bei dem die

Änderung der Materialeigenschaften und der Holzstruktur eine Änderung des Rissverhalten erwirkte identifiziert werden. Die Rissflanken der Testobjekte, die sofort nach Rissinitiierung versagten, waren im Gegensatz dazu gerade und glatt.

Bei verstärkten Prüfkörper konnte festgestellt werden, dass zum Zeitpunkt des Anrisses ebenfalls Rissöffnung und Modus 1 maßgebend war. Für den weiteren stabilen Rissverlauf und die Endtragfähigkeit war die Rissflankenverschiebung in der Ebene und somit Versagensform 2 maßgebend. Dieser Umstand sollte auch im EC5 bei der Ermittlung der Traglast fallspezifisch verankert werden!

## 2.5 Integration von Bruchmechanik in die Modellbildung

In Mang und Hofstetter [11] wird ein Überblick über die **Grundlagen und Entwicklungen in der linearen und nichtlinearen Bruchmechanik** gegeben. Die lineare Bruchmechanik eignet sich zur Beschreibung von Sprödbrüchen und kann deshalb zur Beschreibung von Problemen im Holzbau herangezogen werden. Sie basiert auf den Prinzipien der linearen Elastizitätstheorie und wird im englischen deshalb auch als LEFM - *Linear Elastic Fracture Mechanic* bezeichnet. Eine Voraussetzung zur Anwendung ist die hinreichende Kleinheit des Bereichs an der Risspitze, an dem die singulären Spannungsspitzen und plastischen Umformungen auftreten. Bei spröden Materialien wie Holz unter Querkzug- oder Schubbeanspruchung ist dies der Fall. Der Beitrag von Serrano und Gustafsson [15] gibt eine Übersicht über den Einsatz bruchmechanischer Methoden im Holzbau.

Grundsätzlich werden im Zuge der Linear-Elastischen-Bruchmechanik zwei unterschiedliche Lösungsansätze verfolgt. Ein Ansatz beschäftigt sich mit der **Auswertung der Spannungsintensität** an der Risspitze. Der andere Ansatz dagegen wertet die **Energiefreisetzung** bei Rissfortschritt aus.

Zur Berechnung der Spannungen im Sinne des Konzeptes der Spannungsintensitätsfaktoren sind gemäß Hochreiner et al. [8] einige Voraussetzungen notwendig. So gehen mit der Wahl einer analytischen Lösung einschneidende Randbedingungen einher. Bei Berechnung mit der Finiten-Elemente-Methode sind die Wahl einer passenden Netzteilung an der Risspitze sowie die Wahl der passenden Verlaufsfunktionen notwendig. Das **Konzept der Energiefreisetzungsraten** stellt im Gegensatz dazu eine **robustere und meist einfachere Methode** dar. Dieses Verfahren liefert einerseits die Grundlage für die derzeit gültigen Bemessungsformeln im Eurocode als auch für die, in dieser Arbeit behandelten, alternativen Baustatischen Bemessungsstrategien. In weiterer Folge wird deshalb nur auf das Konzept der Energiefreisetzungsraten eingegangen.

### 2.5.1 Bruchkriterium auf Basis der Energiefreisetzungsrates

In Mang und Hofstetter [11] findet sich die **Herleitung des Bruchkriteriums auf Basis der Energiefreisetzungsrates**. Die Energiebilanz für ein Bauteil während der Rissausbreitung um die Fläche  $dA$  lässt sich anschreiben als:

$$d\Pi + dK - dQ + d\Gamma = 0. \quad (4)$$

Dabei bezeichnet  $d\Pi$  die Veränderung der potentiellen Energie  $\Pi = U + W$  mit  $U$  als der Verzerrungsenergie und  $W$  als dem Potential der äußeren Kräfte.  $dK$  bezeichnet die Änderung der kinetischen Energie, die jedoch unter Annahme eines langsamen Risswachstums vernachlässigt werden darf. Der Austausch thermischer Energie  $dQ$  durch Wärmefluss oder innere Wärmequellen spielt keine Rolle und wird ebenso vernachlässigt. Der Ausdruck  $d\Gamma$  ist die, für einen infinitesimalen Rissfortschritt  $dA$ , benötigte Energie. Dabei beinhaltet  $\Gamma$  sowohl die für den Trennungsprozess als auch die für die Bildung der plastischen Deformationszone rund um die Risspitze erforderliche Energie. Diese Vereinfachungen berücksichtigt, ergibt sich:

$$d\Gamma = -d\Pi. \quad (5)$$

Ein infinitesimaler Rissfortschritt ( $d\Gamma > 0$ ) hat eine Abnahme der potentiellen Energie zur Folge ( $d\Pi < 0$ ). Die auf den Rissfortschritt  $dA$  bezogene potentielle Energie  $-d\Pi$  wird dabei als *Energiefreisetzungsrates*

bzw. im englischen als *energy release rate* bezeichnet:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA}. \quad (6)$$

Die Energiefreisetzungsrate hat die Dimension [N/m]. Das Bruchkriterium auf Basis der Energiefreisetzungsrate lautet nun

$$G = G_c. \quad (7)$$

Dabei ist  $G_c$  ein, in der Literatur als *Spezifische Bruchenergie* oder *kritische Energiefreisetzungsrate* und im englischen als *fracture energy* bezeichneter konstanter Materialkennwert. Erreicht die freigesetzte Energie nun diesen Wert, tritt Rissfortschritt ein.

### 2.5.2 Experimentelle Bestimmung der Kritischen Energiefreisetzungsrate

Die kritischen Energiefreisetzungsrate unterscheidet sich je nach eingesetzter Holz- bzw. Holzwerkstoffart und in Abhängigkeit der Versagensform gemäß Abb. 10. Aktuell ist dieser Materialkennwert jedoch in keiner europäischen Norm geregelt. Jockwer [9] gibt einen Überblick über verschiedene, zur Ermittlung der Materialkennwerte, in wissenschaftlichen Arbeiten entwickelte **Prüfkonfigurationen**. Weiters wurden die **Ergebnisse der Publikationen zusammengefasst** und unter der Annahme einer logarithmischen Normalverteilung ein mittlerer Kennwert ausgewertet.

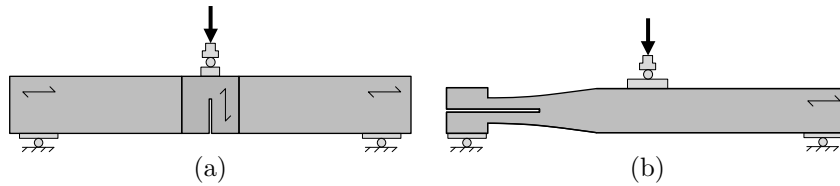


Abb. 11: Beispiele für Prüfkörper zur Ermittlung der kritischen Energiefreisetzungsrate:

- (a) Modus 1 Energie (SENB),
- (b) Modus 2 Energie (TENF) aus Jockwer [9]

Die kritische Energiefreisetzungsrate des Versagensmodus 1 (Querzugversagen) kann mit der SENB-Prüfkonfiguration (*Single Edge Notched Beam*) gemäß Abb. 11a ermittelt werden. Die Ergebnisse ausgewählter Testserien werden in Abb. 12 gezeigt. Die Auswertung dieser Testserien in Jockwer [9] ergibt **für Nadelvollholz eine mittlere kritische Energiefreisetzungsrate von  $G_{c,I,mean} = 0,30$  N/m mit einer Streuung von  $COV = 20\%$  und daraus folgend eine charakteristische kritische Energiefreisetzungsrate von  $G_{c,I,k} = 0,20$  N/m.**

Eine Prüfmethode für den Versagensmodus 2 (Schubversagen) ist in Abb. 11b dargestellt und ist bekannt unter der Bezeichnung TENF-Prüfkonfiguration (*Tapered End Notch Flexed*). Jockwer [9] gibt **für Nadelvollholz eine mittlere kritische Energiefreisetzungsrate von  $G_{c,II,mean} = 1,15$  N/m mit einer Streuung von  $COV = 30\%$  und daraus folgend eine charakteristische kritische Energiefreisetzungsrate von  $G_{c,II,k} = 0,60$  N/m an.**

### 2.5.3 Verknüpfung von Energiefreisetzungsrate und Systemsteifigkeit

Bei linear elastischem Materialverhalten kann, gemäß Gross und Seelig [4] die Nachgiebigkeit bzw. Steifigkeit eines Bauteils mit der Energiefreisetzungsrate in Beziehung gebracht werden. Am Beispiel der Modus 1 Versagensform soll gemäß Abb. 13a dieser Zusammenhang gezeigt werden. Ausgangspunkt ist ein Bauteil der Dicke  $b$  mit bereits vorhandenem Riss der Länge  $a$  und einer, normal zur Rissfläche wirkenden Einzelkraft  $F$ . Die Einzelkraft hat eine Verschiebung des Lastangriffspunktes um  $u_F$  zur Folge. Die Verzerrungsenergie ergibt sich zu  $U = \frac{1}{2} F u_F$ , das Potential der äußeren Energie zu  $W = -F u_F$  und somit das Gesamtpotential zu:

$$\Pi = U + W = -\frac{1}{2} F u_F. \quad (8)$$

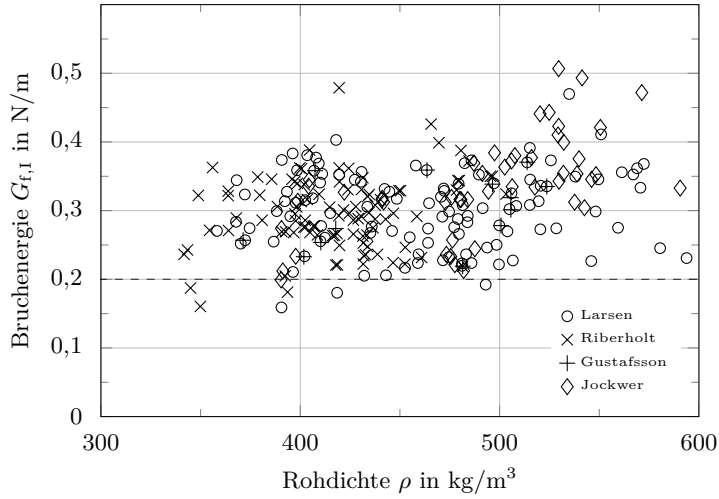


Abb. 12: Datenkollektive verschiedener Testserien zur Ermittlung der kritischen Energiefreisetzungsrate im Bruchmodus 1 aus Jockwer [9]

Die Beziehung zwischen Verformung und einwirkender Kraft lässt sich anschreiben als

$$u_F = C F \quad \text{bzw.} \quad u_F = \frac{F}{k}. \quad (9)$$

$C$  wird als *(System)Nachgiebigkeit*, im englischen als *Compliance* und  $k$  als *(System)Steifigkeit* bezeichnet. In der Literatur ist üblicherweise die Notation mit der Nachgiebigkeit, im englischen als *Compliance Method* bezeichnet, zu finden. Wie in Abb. 13b zu sehen, ändern sich  $C$  und  $u_F$  bei Rissfortschritt. Es gilt  $C = C(a)$  und  $u_F = u_F(a)$ . Das Gesamtpotential lässt sich somit anschreiben als

$$\Pi = -\frac{1}{2} F^2 C(a) \quad \text{bzw.} \quad \Pi = -\frac{1}{2} \frac{F^2}{k(a)}. \quad (10)$$

$(-\Pi)$  beschreibt gemäß Abb. 13b dabei den Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks mit horizontaler Kathete  $u_F(a)$ . Bei infinitesimalen Rissfortschritt  $da$  verändert sich  $\Pi$  um:

$$d\Pi = -\frac{1}{2} F^2 dC. \quad (11)$$

In Abb. 13b beschreibt  $-d\Pi$  den Flächeninhalt des grau hinterlegten Dreiecks, mit der infinitesimalen Seitenlänge  $du_F(a)$ . Bei zunehmendem Rissfortschritt nimmt die potentielle Energie zu, während die die Systemsteifigkeit abnimmt. Das System wird weicher.

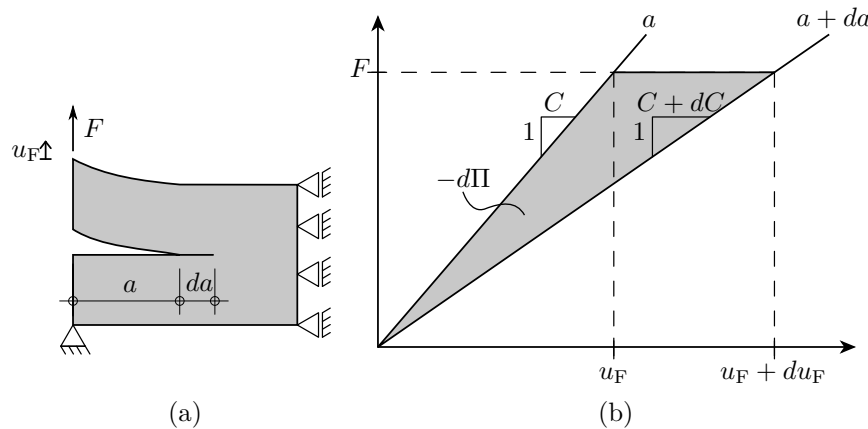


Abb. 13: Energiebilanz bei Rissbildung:  
(a) Bauteil mit Modus 1 Versagensform,  
(b) Kraft-Verformungs-Diagramm, Abnahme von  $\Pi$  infolge von infinitesimaler Zunahme von  $a$  aus Gross und Seelig [4]

Mit  $dA = b \cdot da$  folgt die Formulierung der Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit der Systemnachgie-

bigkeit:

$$G = -\frac{d\Pi}{b da} = \frac{F^2}{2b} \frac{dC}{da}. \quad (12)$$

Mit Berücksichtigung des Bruchkriteriums  $G = G_c$  folgt:

$$G_c = \frac{1}{2} F_c^2 \frac{dC}{b da}. \quad (13)$$

Dabei wird  $F_c$  als die kritische Bruchlast bezeichnet.

#### 2.5.4 Analytische Berechnung von Ausklinkungen am Trägerende mittels Stabmodell

Für den Fall eines, beidseitig an den Auflagern sprunghaft ausgeklinkten Trägers wurde von Gustafsson [5] eine analytische Lösung zur Ermittlung der Energiefreisetzungsrate bzw. der kritischen Bruchenergie hergeleitet. In Abb. 14 sind die geometrischen Annahmen und Zusammenhänge zusammengefasst. Analog zu Gl. 13 lautet die Energiebilanz für das ausgeklinkte Trägerende:

$$\frac{1}{2} V_c^2 \Delta \left( \frac{\delta}{V} \right) = G_c b \Delta x \quad (14)$$

Es wird angenommen, dass der unter dem Riss liegende Querschnittsteil keinen Beitrag zur Gesamtsteifigkeit des Bauteils leistet. Ein Rissfortschritt  $\Delta x$  ist damit gleichbedeutend mit einer Zunahme der Ausklinkungslänge  $\beta h$  zu  $\beta h + \Delta x$ . Der Rissfortschritt kann auch als  $\Delta x = h \Delta \beta$  angeschrieben werden. Geht man nun von  $\Delta x \rightarrow 0$  aus, kann Gl. 14 auch folgend angeschrieben werden:

$$\frac{V_c}{b \alpha h} = \sqrt{\frac{2 G_c}{b \alpha^2 h} \frac{\partial(\delta/V)}{\partial \beta}} \quad (15)$$

Dabei ist  $(\delta/V)$  die Nachgiebigkeit jeweils einer Symmetriehälfte des Balkens. Die Nachgiebigkeit wird über die Verformung des Balkens in Abhängigkeit der zugehörigen Einwirkung berechnet. Die Gesamtdurchbiegung  $\delta$  in der Mitte des Balkens setzt sich aus vier Anteilen zusammen:

$$\delta = \delta_l + \delta_v + \delta_r + \delta_b. \quad (16)$$

Dabei ist  $\delta_v$  die Schubverformung und  $\delta_b$  die Biegeverformung des Balkens. Der Anteil  $\delta_r$  ist jene Verformung, die sich aus der Rotation des eingespannten Kragarms über der Ausklinkung ergibt. Die Verformung  $\delta_l$  ergibt sich aus der Eindrückung des Balkens über den Auflagern und unter dem Lastangriffspunkt. Dieser Anteil bleibt bei gleichbleibender Last konstant und ist vom Rissfortschritt unabhängig und muss somit nicht mitberechnet werden. Die jeweiligen Anteile werden mit den, in Abb. 14 dargestellten geometrischen Verhältnissen sowie den Materialparametern  $G_v$  (Schubmodul) und  $E_0$  (Elastizitätsmodul parallel zur Faser) ausgedrückt.

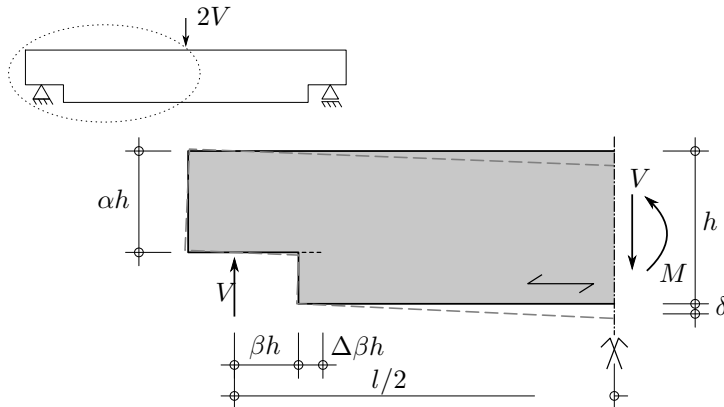


Abb. 14: Trägermodell zur analytischen Lösung als Symmetriehälfte des Trägers mit geometrischen Größen und Kräften gemäß Gustafsson [5]



Unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit über die Anteile der Durchbiegung ergibt sich die kritische Bruchlast für ein ausgeklinktes Trägerende schließlich zu:

$$V_c = \frac{b \alpha h \sqrt{\frac{G_c}{h}}}{\sqrt{\frac{0,6 (\alpha - \alpha^2)}{G_v} + \beta \sqrt{\frac{6 (1/\alpha - \alpha^2)}{E_0}}}} \quad (17)$$

In Gustafsson [5] findet sich außerdem noch ein Bruchkriterium für eine Ausklinkung an einer beliebigen Stelle entlang der Stabachse:

$$\tau \sqrt{\frac{8 (\alpha - \alpha^2)}{G_{xy}}} + \sigma \sqrt{\frac{5 (\alpha - \alpha^4)}{E_x}} \leq \sqrt{\frac{30 G_c}{h}} \quad (18)$$

mit  $\tau$  als Schubspannung und  $\sigma$  als Biegspannung:

$$\tau = \frac{3 V}{2 b \alpha h} \quad \text{und} \quad \sigma = \frac{6 M}{b \alpha^2 h^2} \quad (19)$$

Setzt man bei diesem Kriterium die Querkraftanteile gleich null, um ein Bauteil mit reiner Momentenbeanspruchung zu simulieren, ergibt sich folgendes Bruchmoment:

$$M_f = \sqrt{\frac{G_c E h^3 b^2}{6 \left( \frac{1}{\alpha^3} - 1 \right)}} \quad (20)$$

Kunečý [10] hat in seiner Arbeit dasselbe Bruchmoment für einen ausgeklinkten Kragarm unter konstanter Momentenbeanspruchung ohne Querkraft, basierend auf der Balkentheorie, hergeleitet. Eine Berechnung einer Ausklinkung mit entkoppelter Querkraft und Biegemoment bzw. mit einem beliebigen Set an Schnittkräften ist mit der, in Gustafsson [5] vorgestellten, Energiebilanzmethode möglich. Das Bruchkriterium wurde in dieser Form aber nicht in die Norm aufgenommen.

### 2.5.5 Numerische Berechnung der (globalen) Energiefreisetzungsrate

Die Möglichkeit der numerischen Ermittlung der (globalen) Energiefreisetzungsrate wird in Gross und Seelig [4] beschrieben. Die Veränderung der Potentiellen Energie bzw. der energetisch äquivalenten Systemaufweichung wird dabei z.B. mittels FE-Software ermittelt. Es wird je ein Modell mit einem Riss der Länge  $a$  und ein identes Modell mit der Risslänge  $a + \Delta a$  erstellt. Für beide Fälle wird das Gesamtenergiepotential berechnet und durch anschließende Differenzierung die Energiefreisetzungsrate ermittelt:

$$G \approx - \frac{\Pi(a + \Delta a) - \Pi(a)}{\Delta a}. \quad (21)$$

Gemäß Serrano [14] besteht der Vorteil dieser Methode darin, dass diese Strategie der Rissfortschrittsberechnungen mit zwei Modellen **sehr einfach umgesetzt werden kann**. So kann dieses Konzept in quasi jeder, am Markt vorhandenen, FE-Software angewandt werden. Die **einzige Anforderung, die an die Software gestellt wird ist linear elastische Berechnungen** durchführen zu können.

Gemäß Serrano [14] ist diese Methode im Vergleich zum Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren **unempfindlicher hinsichtlich Dichte und Qualität FE-Netzes**. Einerseits kann die Energiefreisetzungsrate global und somit ohne genaue Kenntnis der Spannungen bzw. Verzerrungen im Rissspitzenfeld berechnet werden. Andererseits muss nur die Veränderung der Systemnachgiebigkeit und nicht die Systemnachgiebigkeit selbst berechnet werden.

### 3 Strategie der Umsetzung für baupraktische Anwendung

In diesem Abschnitt wird die, in Hochreiner et al. [8] vorgestellte und in Kunecký [10] angewandte Möglichkeit einer baustatischen Bemessungsstrategie behandelt. Die, auf einem numerischem Lösungsansatz basierende Methode, stellt eine Alternative zum, in Kapitel 1.3 diskutierten, aktuellen Stand der Technik dar.

Im Gegensatz zu der, auf der Ebene der Stabtheorie basierenden Normenlösung wird hier ein, **auf der Modellierungstiefe eines Scheibenmodells basierendes Submodell** formuliert. Die Nachweisführung erfolgt mittels eines eingeführten **Vergrößerungsfaktors**, der für das jeweilige Set an Schnittgrößen die Kapazität gegenüber dem Versagen darstellt. Die Nachweisführung wird somit von Spannungen auf die Ebene der Schnittgrößen zurückverlagert.

Im Vergleich zu den, in Abschnitt 1.3.3 beschriebenen Limitierungen der derzeitigen Normenlösung, ergeben sich bei diesem gesamtheitlichen Ansatz folgende Vorteile:

- **Entkopplung der Systemberechnung und Detailbemessung:** Durch die Formulierung eines entkoppelten, parametrisierten Submodells können die Systemberechnungen nun auf der Modellierungstiefe eines Stabmodells erfolgen. Besonders bei großen Tragwerken wird die Tragwerksberechnung dadurch erleichtert. Das Submodell kann auch ohne großen Adaptionaufwand bei einer Vielzahl von Konstruktionsvarianten eingesetzt werden. Unabhängig von der Art und Position der Ausklinkung kann dasselbe parametrisierte Submodell eingesetzt werden. Die prozesssichere Übergabe der Bemessungsschnittgrößen von System- zu Detailberechnung ist jedenfalls zu beachten. Eine Berücksichtigung des Einflusses der Querschnittsschwächung auf die Systemsteifigkeit in der Systemberechnung durch Verwendung realer Querschnittsabmessungen wird außerdem empfohlen.
- **Entkopplung von Querkraft und Moment:** Die, in diesen Arbeiten gewonnene Erkenntnis, dass eine Lösung der Ausklinkungsproblematik auch mit Entkopplung der Schnittgrößen möglich ist, erweitert die Anwendbarkeit der Lösungsstrategie erheblich. Weiters erlaubt diese Erkenntnis, besonders im Fall gedrungener Ausklinkungen, die unabhängige Modellierung einer statisch günstigeren Länge des Submodells. Die Längendifferenz wird über das einwirkende Moment berücksichtigt. Die reale Ausklinkungslänge  $l_{n,Bauteil}$  muss somit nicht der modellierten Ausklinkungslänge  $l_{n,modell}$  entsprechen.

#### 3.1 Einbindung der Bruchmechanik

Der mechanische Hintergrund dieser baustatische Modellierungsvariante basiert auf dem, in Kapitel 2.5 vorgestellten, bruchmechanischen Konzept der Energiefreisetzungsraten. Zur Verallgemeinerung der Bemessungssituation wird im Gegensatz zur zuvor gezeigten Lösung die Auflagerkraft  $F_c$  durch ein beliebiges Set an Schnittgrößen  $M, N, V$  ersetzt und jeweils, wie beschrieben, um einen Vergrößerungsfaktor  $v$  ergänzt. Die zuvor beschriebene, energetische Äquivalenz der Veränderung der Systemsteifigkeit und der Veränderung der Arbeit der Äußeren Kräfte wird dabei genutzt.

Die Veränderung der Systemsteifigkeit wird über die Veränderung der Knotenverformung, am Angriffspunkt der Einwirkungen, im Verhältnis zur jeweiligen Einwirkung ausgedrückt:

$$C_M = \Delta\varphi/M, \quad C_N = \Delta u/N, \quad C_V = \Delta w/V. \quad (22)$$

Es ergibt sich die in Hochreiner et al. [8] vorgestellte Bilanzgleichung:

$$\frac{\Delta\varphi}{M} (v M)^2 + \frac{\Delta u}{N} (v N)^2 + \frac{\Delta w}{V} (v V)^2 = 2 G_c b \Delta x \quad (23)$$

bzw. weiter vereinfacht:

$$v^2 (\Delta\varphi M + \Delta u N + \Delta w V) = 2 G_c b \Delta x \quad (24)$$

mit: $M, N, V$	beliebiges Set an lokal wirksamen Schnittgrößen
$v$	Vergrößerungsfaktor bezogen auf $M, N, V$
$\Delta\varphi, \Delta u, \Delta w$	Verzerrungsdifferenzen zufolge Rissbildung unter Einwirkung von $M, N, V$
$b$	Trägerbreite
$\Delta x$	Länge der (modellierten) Rissbildung
$G_c$	Kritische Energiefreisetzungsrate bei Rissbildung

### 3.2 Aufbau des Submodells in einer FEM-Software

In Abb. 15 ist beispielhaft ein Submodellpaar eines, an beliebiger Stelle platzierbaren, ausgeklinkten Bauteils, mit den, zur Modellierung notwendigen geometrischen Größen dargestellt. Weiters werden dort anhand des verformten Zustandes die abzulesenden Verformungsgrößen gezeigt.

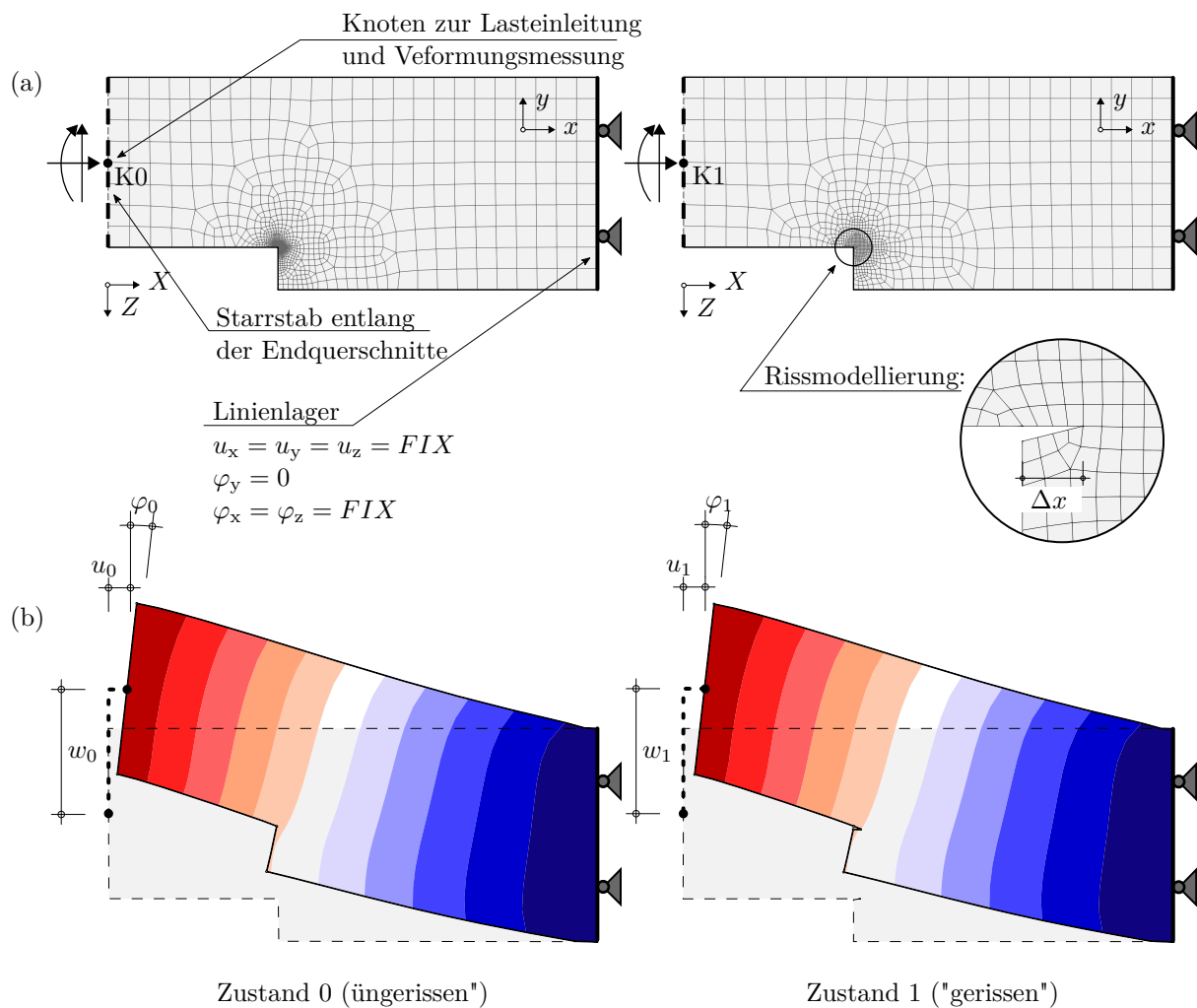


Abb. 15: Aufbau eines Submodells am Beispiel eines am Auflager ausgeklinkten Trägers (a) im ungerissenen Zustand und (b) im gerissenen Zustand

#### 3.2.1 Geometrie

Die Geometrie der Modells wird grundsätzlich durch vier Parameter bestimmt:

- der Querschnittshöhe  $h$ ,
- der Ausklinkungshöhe  $\alpha h$ ,

- der Länge der Ausklinkung  $l_n$  und
- der Länge des Restquerschnitts  $l_1$ .

Im Modell, welches den gerissenen Zustand abbildet, findet noch

- die Risslänge  $\Delta x$

Eingang in die Modellierung.

### 3.2.2 Lasteinleitung

Die Lasteinleitung erfolgt **an einem Knoten an der Stirnseite** in der halben Höhe der Ausklinkung. In Abb. 15a sind diese Knoten mit  $K0$  bzw.  $K1$  beschriftet.

In Serrano et al. [16] wurde die Auswirkung unterschiedlicher Lasteinleitungsvarianten verglichen. Die hier gewählte Variante mit einer, an der Stirnseite eingeleiteten Last hat dort eine gute Übereinstimmung mit dem Eurocode 5 Ansatz gezeigt. Im Gegensatz dazu hat eine Modellierung mit der Lasteinleitung an der Unterseite, erst bei Ausklinkungslängen von  $\beta > 1$  eine gute Übereinstimmung zeigt. Bei kürzerer Ausklinkungslänge beeinflussen die Spannungen aus dem Auflager noch den Spannungsmix in der Ausklinkungsecke, welcher im Eurocode 5 Ansatz so nicht berücksichtigt wurde.

Durch den Einsatz eines Starrstabes soll außerdem ein Verwölben des Endquerschnitts verhindert werden.

### 3.2.3 Schnittgrößen

Als Einwirkung wird jeweils ein **Set an Bemessungsschnittgrößen** aus der Systemberechnung am Lasteinleitungsknoten angesetzt. Die gewählten Schnittgrößen sind jedenfalls **so zu modifizieren, dass an der Stelle der Ausklinkungsecke die exakten Werte der Systemberechnung wirken**. Wie zuvor beschrieben **muss die reale Ausklinkungslänge  $l_{n,Bauteil}$  nicht der modellierten Ausklinkungslänge  $l_{n,modell}$  entsprechen**. Dieser Unterschied wird ebenfalls über die Modifikation des einwirkenden Moments berücksichtigt.

### 3.2.4 Lagerungsbedingungen

Um ein, dem Kragarm analoges, **statisch bestimmtes System** zu erhalten, wird das Scheibenmodell mit einem Linienlager am Ende des Hauptquerschnitts gelagert. Verschiebungen in alle Richtungen und Verdrehungen aus der Ebene werden gemäß Abb. 15a verhindert.

### 3.2.5 Wahl der geeigneten kritischen Energiefreisetzungsrate

Die Wahl der geeigneten kritischen Energiefreisetzungsrate hat sich gemäß Hochreiner et al. [8] an der Dominanz der auftretenden Spannungskomponenten zu orientieren. Als Vereinfachung kann die zur maßgebenden Spannungskomponente passende Energiefreisetzungsrate eingesetzt werden. Sollte Querkzug auftreten, würde die Wahl der kritischen Energiefreisetzungsrate des Versagensmodus 1 auf der sicheren Seite liegen. Eine Möglichkeit der Anwendung von Interaktionsbedingungen für wirtschaftlichere Bemessungen sollte das Ziel weiterführender Materialforschung sein.

## 4 Tuning von Modellparameter im Kontext kommerzieller FEM-Software

In diesem Kapitel wird die zuvor vorgestellte Modellierungsstrategie in einer kommerziellen, vielfach in der Ingenieurpraxis eingesetzten, FE-Software umgesetzt. Vergleichsberechnungen werden angesetzt mit Ziel des Tunings ausgewählter Modellierungsparameter. Um die Ergebnisse mit der, im Eurocode 5 hinterlegten, analytischen Lösung vergleichen zu können, werden die Berechnungen für einen, am Auflager ausgeklinkten Biegeträger gemäß Abb. 16a durchgeführt.

### 4.1 Grundlegende Annahmen der Modellierungsaufgabe

#### 4.1.1 Geometrische Annahmen

Um ein möglichst breit gestreutes Bild der Anwendbarkeit zu erhalten, wurden die Berechnungen für das folgende Spektrum an Querschnitten und Ausklinkungen durchgeführt:

- Vier verschiedene Querschnittsgrößen:
  - $b/h = 16/32$  cm
  - $b/h = 16/64$  cm
  - $b/h = 16/120$  cm
  - $b/h = 16/200$  cm
- Ausklinkungslängen im Bereich von  $\beta = 0,25 - 8,0$
- Ausklinkungshöhen im Bereich von  $\alpha = 0,9 - 0,4$

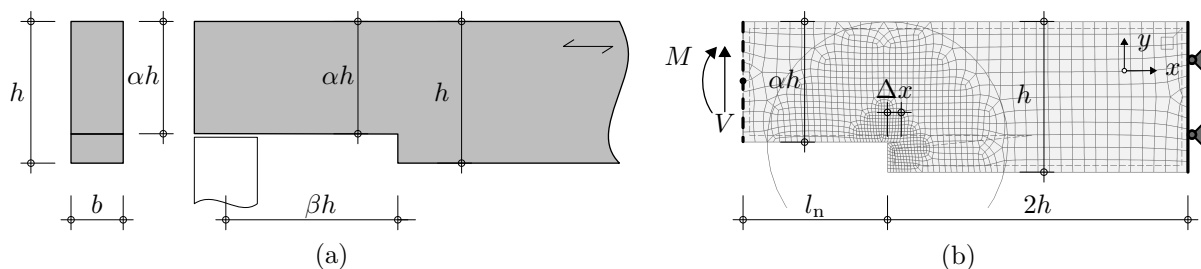


Abb. 16: Grundlagen der Modellierungsaufgabe: (a) die Geometrie des den Berechnungen zugrundegelegte Bauteils und (b) der Aufbau des abgeleiteten Submodells

#### 4.1.2 Umsetzung des Submodells

Für die Erstellung der beiden Submodelle im ungerissenen und gerissenen Zustand wurden die in Kap. 3.2 aufgezählten Modelleigenschaften berücksichtigt. Die Länge von der Ausklinkungsecke bis zum Kragarmende wurde mit  $2h$  fixiert. Die restlichen Abmessungen wurden anhand der zuvor vorgestellten geometrischen Annahmen parametrisiert bzw. sind im Falle der Ausklinkungslänge  $l_n$  gemäß Abb. 16b Ziel der Berechnungsaufgabe.

#### 4.1.3 Materialeigenschaften

Um eine bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu garantieren wurden alle Berechnungen mit einem Materialtyp durchgeführt. Bei der gewählten Bandbreite an Querschnittshöhen war Brettschichtholz das sinnvollste Material. Als Güteklasse wurde Gl24h mit den in Tab. 1 aufgelisteten Materialparametern gewählt.

Tab. 1: Materialkennwerte für Brettschichtholz Gl24h

Parameter		Wert	Einheit
Elastizitätsmodul $\parallel$ zur Faser	$E_x$	11 500	N/mm <sup>2</sup>
Elastizitätsmodul $\perp$ zur Faser	$E_y$	510	N/mm <sup>2</sup>
Schubmodul	$G_{xy}$	650	N/mm <sup>2</sup>
Querdehnzahl	$\nu_{xy}$	0,45	-
Krit. Rissenenergie, Modus 1	$G_{1,c}$	300	N m
Krit. Rissenenergie, Modus 2	$G_{2,c}$	900	N m

## 4.2 Eingesetzte Software

Die eingesetzte FE-Software ist das Programm RFEM von der Dlubal Software GmbH [2] in der Version 5.28.02.

### 4.2.1 FE-Elemente

Als Schalenelemente werden in dieser Software Serendipity Elemente mit eliminierten Zwischenknoten eingesetzt. Ein Vierknotenelement mit jeweils drei Freiheitsgraden  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $\varpi_x$ , gemäß *RFEM 5 - Benutzerhandbuch* [3].

### 4.2.2 Modellierung des Risses

Die meisten, im wissenschaftlichen Bereich eingesetzten FE-Softwarepakete bieten die Möglichkeit eines dezidierten, bruchmechanisch unterstützen, Riss-Interfaces zur Abbildung eines Risses bzw. Rissfortschritts. In Ermangelung dieser Möglichkeit wurde der Riss gemäß Abb. 15 als spitz zulaufende Ausnehmung in der Randkontur modelliert.

## 4.3 Variierte Parameter

Es wurden Berechnungsstudien, mit dem Ziel des Tunings folgende Parameter durchgeführt:

- FE-Netzgröße  $h_{FE}$
- modellierte Risslänge  $\Delta x$
- Länge der Ausklinkung des Submodells  $l_n$

### 4.3.1 FE-Netzgröße

Die Maschenweite des FE-Netzes ist ein Einflussfaktor mit Auswirkung auf die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse. Ein dichteres Netz erhöht die Genauigkeit, hat aber längere Berechnungszeiten zur Folge. Das Ziel ist **jene Elementgröße zu finden, mit der in kürzest möglicher Berechnungszeit eine adäquate Ergebnisqualität** erzielt wird. In *RFEM 5 - Benutzerhandbuch* [3] wird eine Anzahl von acht bis zehn Elementen zwischen den Randlinien einer Fläche empfohlen. Zusätzlich wird als Untergrenze, die keinesfalls unterschritten werden soll, die Mindestanzahl vier Elementen je Kantenlänge ausgewiesen. Diese Grenzwerte gelten nur für einfache, gerade Flächen. Bei den behandelten Modellen sind die einspringende Ausklinkungsecke und der Bereich um den Rissausschnitt kritische Bereiche. Hier ist ein dichteres Netz erforderlich.

In Tabelle 2 ist beispielhaft die Berechnungszeit für ein Submodellpaar mit jeweils einem Modell im gerissenen und ungerissenen Zustand in Abhängigkeit der Netzgröße aufgelistet. Bei diesem Beispiel steigt die Berechnungszeit ab rund 100 Elementen deutlich an, ohne die Genauigkeit der Ergebnisse entscheidend zu verbessern. Bis zur Anzahl von 50 Elementen bleibt die Berechnungszeit im niedrigen Sekundenbereich. In Kombination mit den Erkenntnissen aus der Ergebnisqualität sollte die **Elementanzahl zwischen**

Tab. 2: Berechnungszeit für 16/200 cm,  $\alpha = 0,8$ 

Elemente		Bruchlast	Rechen- zeit
Anzahl	Größe		
[—]	[mm]	[kN]	[s]
4	50	73,98	< 1
6	33,3	93,90	< 1
10	20	148,30	1
20	10	147,81	2
50	4	148,29	17
100	2	147,61	175
200	1	146,09	684
500	0,4	145,25	3984

20 und 50 gewählt werden. Die Berechnungszeit ist neben der Netzgröße auch von der Leistungsfähigkeit des Computers abhängig. Somit lässt sich der Erkenntnisgewinn nicht komplett generalisieren.

#### 4.3.2 Netzverdichtungen

Eine Möglichkeit der Optimierung der Netzgröße, die die Software bietet, ist die Einführung von **Netzverdichtungen**. Hier kann in einem kritischen Bereich ein dichteres Netz definiert werden. Im Gegenzug ist es möglich, die globale Elementgröße zu erhöhen und damit die Berechnungszeit zu verkürzen. Wie in *RFEM 5 - Benutzerhandbuch* [3] beschrieben, bietet die Software für 2D-Objekte drei Möglichkeiten der Netzverdichtung:

- Verdichtung um einen Knoten
- Verdichtung entlang einer Linie
- Verdichtung an einer Fläche

In diesem konkreten Fall sind die Netzverdichtungen mit Kreis oder Linie sinnvoll anwendbar. Die Verdichtung um einen Knoten wird mittels eines Kreises, bei dem der Kreisdurchmesser, die Elementgröße im Kreisinneren und die Elementgröße entlang des Umfanges außen die Parameter sind, definiert. Im Falle der Verdichtung entlang einer Linie, wird die Anzahl der Elemente entlang dieser Linie angegeben.

In Abb. 17 sind die, im Zuge einer Studie untersuchten Netzverdichtungsvarianten abgebildet. Es wurden vier Verdichtungsvarianten in Kombination mit einem Grundnetz von 10 Elementen je Ausklinkungshöhe sowie eine Variante ohne Verdichtung, jedoch mit dichtem Grundnetz ( $h_{FE} = \alpha h / 20$ ) verglichen. In der Variante "Verdichtung entlang der Risslinie" gemäß Abb. 17b wurde die kleinste Elementgröße so gewählt, dass die Risslänge jeweils durch vier Elemente abgedeckt wird. Die stetige Vergrößerung der Elemente bis zur Grundnetzgröße wird von der Software automatisch generiert. Bei den Netzverdichtungsvarianten mit Kreis um die Ausklinkungsecke gemäß Abb. 17c-e muss eine Elementgröße im Bereich des Kreismittelpunkts und eine im Bereich des Außenumfangs definiert werden. Die kleine Elementgröße im Inneren wurde analog zum Modell mit Rissbildung mit  $\Delta x/4$  parametrisiert. Die Elemente entlang des Kreises wurden gleich der Grundnetzgröße definiert, womit die Annäherung an das Grundnetz über den Durchmesser des Kreises gesteuert wird.

#### 4.3.3 Risslänge

Die Länge des modellierten Risses am gerissenen System ist der zweite untersuchte Einflussfaktor. Die Risslänge beeinflusst die Steifigkeit des Modells. Je länger der modellierte Riss, desto größer ist die Verformung bei gleichbleibender Belastung. Eine zu kleine bzw. zu große Risslänge im Verhältnis zur jeweiligen Modellgröße kann wegen numerischer Instabilität oder Glättung von Ergebnissen zu schlechten Ergebnissen führen. Da die Querschnitts- bzw. Ausklinkungshöhen vorgegeben sind, ist das Ziel, für die jeweilige Modellgröße, die passende Risslänge zu finden.

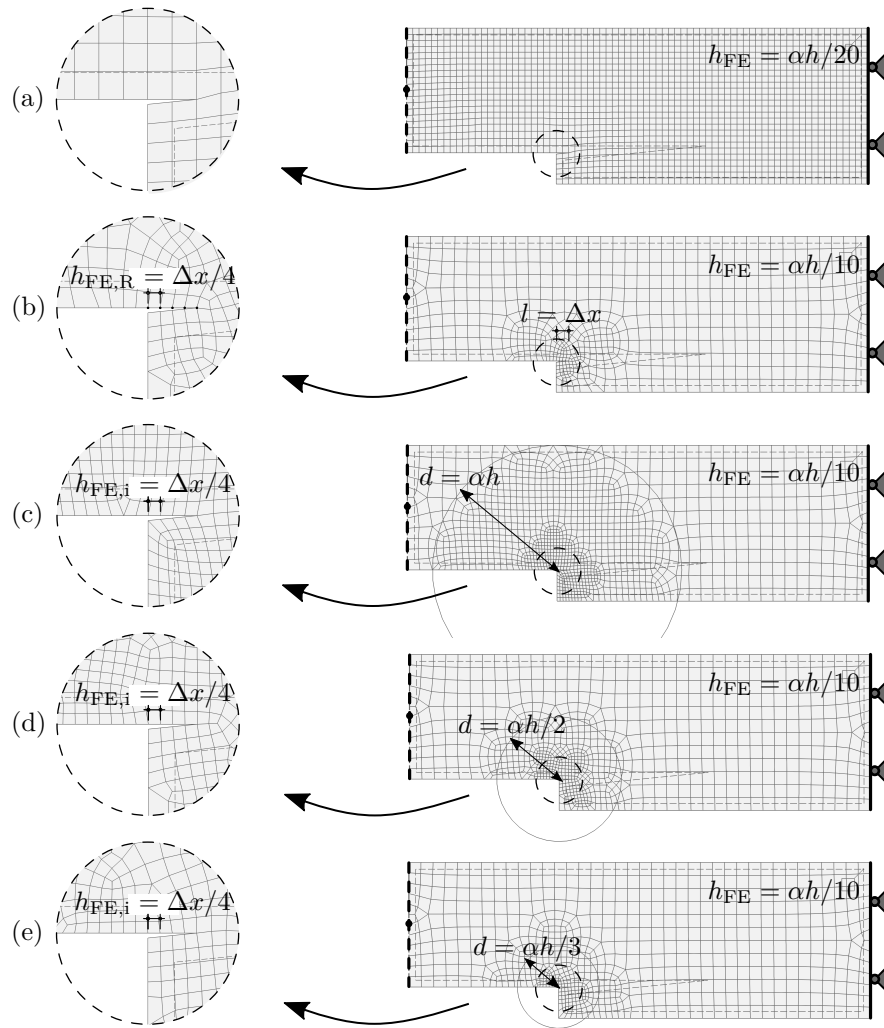


Abb. 17: Darstellung der untersuchten Netzverdichtungsvarianten (a) keine Verdichtung aber dichteres Grundnetz (b) Verdichtung entlang der Risslinie (c)-(e) Verdichtung um Ausklinkungsecke

#### 4.3.4 Modelllänge

Der dritte, im Zuge dieser Arbeit untersuchte Modellierungsparameter ist die modellierte Ausklinkungslänge. Durch die in Kap. 3 beschriebene Entkopplung von Querkraft und Moment, ist es möglich die modellierte Ausklinkungslänge unabhängig von der realen Ausklinkungslänge zu wählen.

### 4.4 Ergebnisse

#### 4.4.1 FE-Netzgröße

Abb.18 zeigt die Ergebnisse einer Netzgrößenstudie anhand dreier ausgewählter Querschnitte. Es lässt sich erkennen, dass sich die Ergebnisse ab einer Anzahl von 20 Elementen je Querschnittshöhe stabilisieren.

Im Zuge weiterer Netzgrößenstudien wurde jedoch festgestellt, dass die Verankerung der Elementanzahl an der Querschnittshöhe in manchen Fällen zu schlechten Netzen führt. Speziell bei kleineren Ausklinkungshöhen lieferte diese Vorgangsweise, im Bereich des ausgeklinkten Querschnitts, sehr grobe Netze. Deshalb wurde für den weitere Verlauf die **Anzahl der Elemente je Ausklinkungshöhe parametrisiert**.



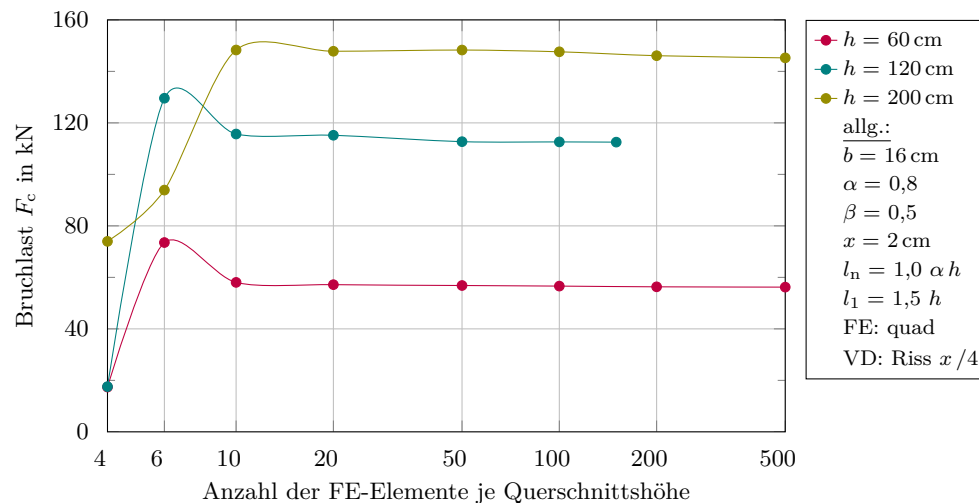


Abb. 18: Einfluss der Netzgröße

#### 4.4.2 Netzverdichtungen

Abb. 19 zeigt die Ergebnisse der Studie am Beispiel eines Querschnitts ( $h = 60$  cm), mit einer Variation der Ausklinkungshöhe von  $\alpha = 0,9 - 0,4$ .

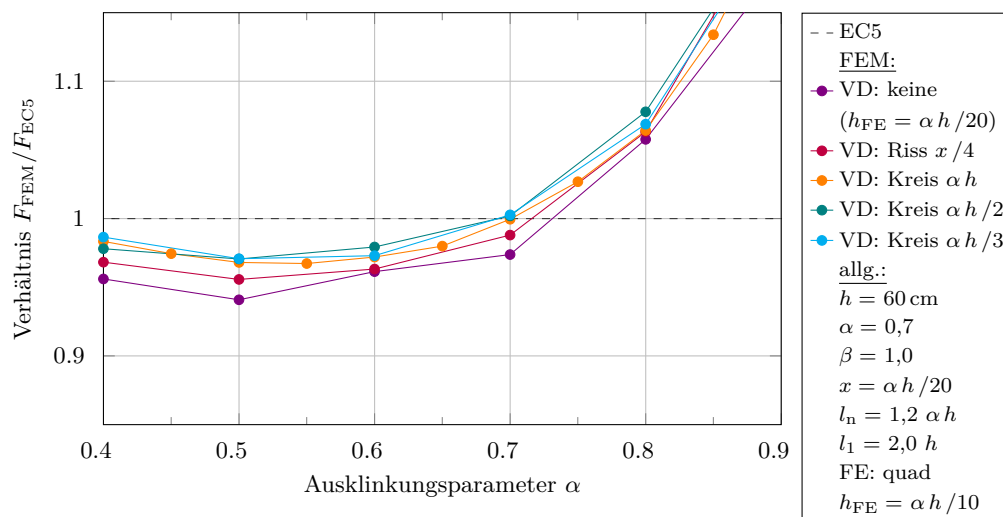


Abb. 19: Einfluss der Netzverdichtung

Die besten Ergebnisse liefern die Kreisverdichtungsvarianten, wobei die Größe des Kreises kaum Einfluss auf die Ergebnisqualität hat. Der Vorteil dieser Verdichtungsvariante ist, dass sowohl die Elemente entlang des Risses als auch die Elemente, die die Übergangszone zwischen ausgeklinktem und unbeeinflusstem Querschnitt bilden, beeinflusst werden. Diese Übergangselemente erfahren bei der Rissvariante eine größere Steigerung. Die Verdichtungsvariante entlang des Risses liefert aber ebenso Ergebnisse mit ausreichender Qualität. Die Verdichtungsvariante mit einem dichteren Grundnetz müsste, um in Frage zu kommen, mit noch kleineren Elementen gerechnet werden. Ein dichteres Grundnetz hätte aber eine deutliche Verlängerung der Rechenzeit zur Folge.

#### 4.4.3 Risslänge

Als erster Schritt wurde in einer Studie die Auswirkung von, **mit Absolutwerten zwischen  $x = 1,0$  und 25 cm modellierten Risslängen** untersucht. Abb. 20 zeigt die Ergebnisse der Studie für alle vier

Querschnittshöhen mit einer Ausklinkung von  $\alpha = 0,7$ .

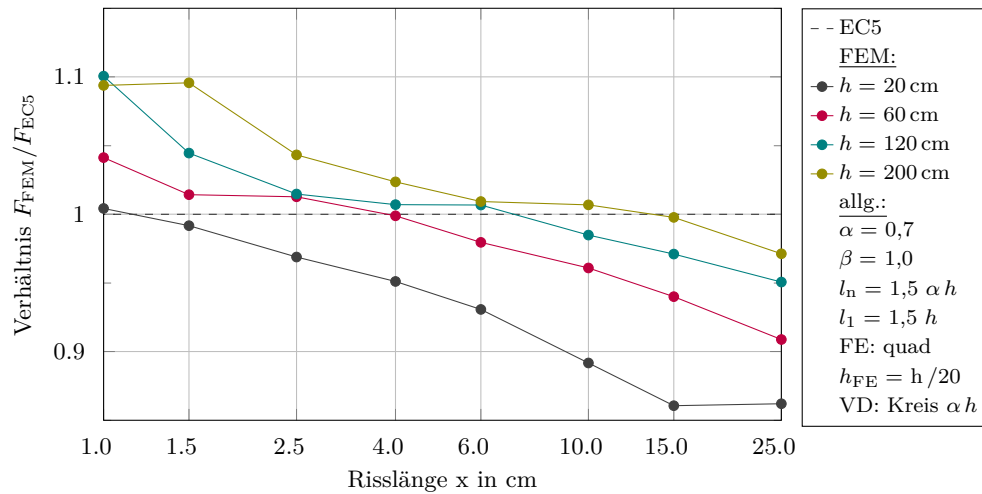


Abb. 20: Einfluss der modellierten Risslänge

Die Abhängigkeit der modellierten Risslänge von der Querschnittshöhe ist hier deutlich zu sehen. Der Querschnitt mit einer Höhe von  $h = 20$  cm würde eine Risslänge im Bereich um  $x = 1$  cm benötigen. Während für den größten Querschnitt ( $h = 200$  cm) eine Risslänge im Bereich von  $x = 15$  cm notwendig wäre. Eine Wahl der Risslänge als Absolutwert ist daher nicht zielführend und eine Parametrisierung in Abhängigkeit der Höhe ist unumgänglich.

Hier folgte, wie im Falle der Netzgröße, die Erkenntnis, dass die Wahl der **Risslänge, in Abhängigkeit der ausgeklinkten Querschnittshöhe** noch eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse nach sich zog.

In einer weiteren Studie wurde die Auswirkung von fünf unterschiedlichen Risslängen im Bereich von  $x = \alpha h/5$  bis  $\alpha h/25$  untersucht. Abb. 21 zeigt die Ergebnisse am Beispiel eines Querschnitts ( $h = 60$  cm,  $\alpha = 0,7$ ) mit einer Variation der Ausklinkungslänge von  $\beta = 0,25 - 8,0$ .

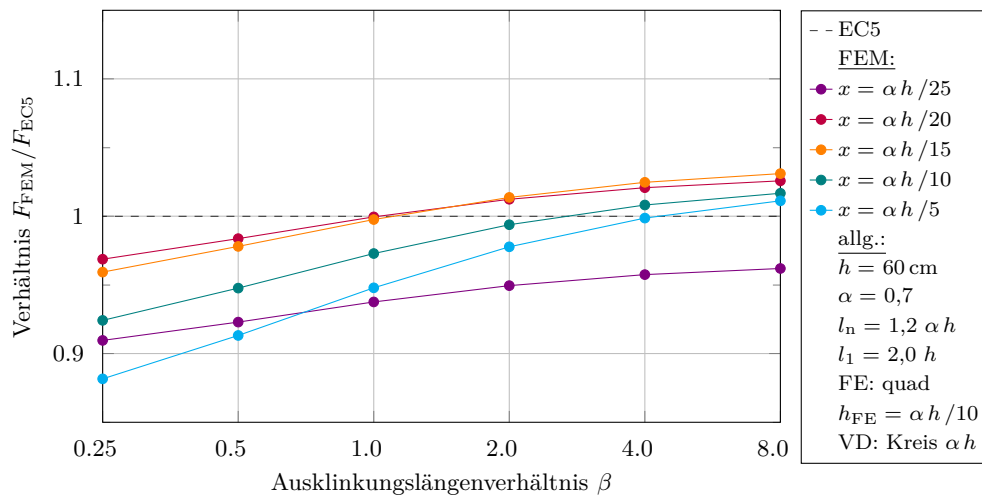


Abb. 21: Einfluss der modellierten Risslänge

Die beste Übereinstimmung der Ergebnisse mit jenen der Normenlösung wurde mit einer modellierten Risslänge von  $x = \alpha h/20$  erzielt. Generell konnte im Zuge der Variantenstudien festgestellt werden, dass die **Wahl einer geeigneten Risslänge die größte Auswirkung auf die Qualität der Ergebnisse** aufweist.

#### 4.4.4 Modelllänge

Abb. 22 zeigt die Ergebnisse einer Studie, bei der vier Varianten mit fixen Längen sowie eine variable Variante verglichen werden. Die Längen der fixen Varianten wurden mit Werten im Bereich zwischen der einfachen und doppelten Ausklinkungshöhe modelliert. Bei der variablen Variante wurde die modellierte Ausklinkungslänge gleich der realen Ausklinkungslänge gesetzt.

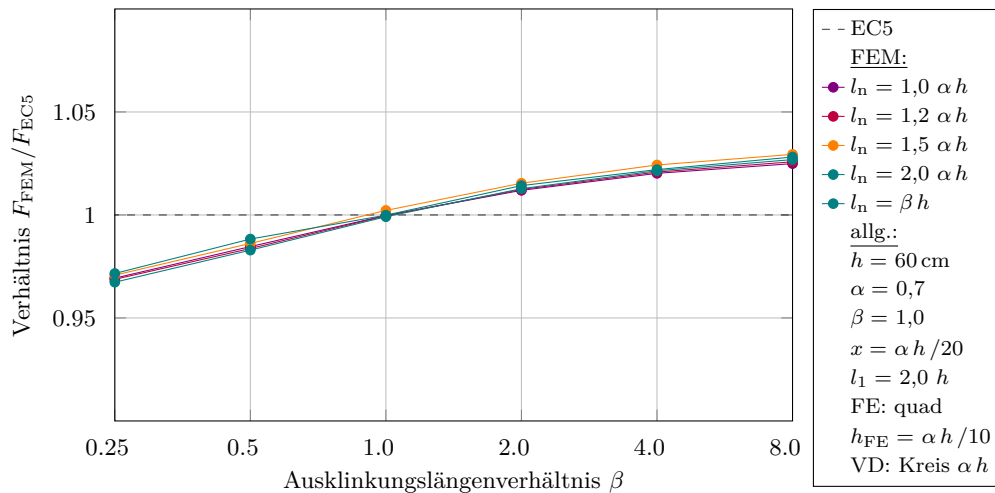


Abb. 22: Einfluss der modellierten Ausklinkungslänge

Hier lässt sich gut erkennen, dass bei gut gewählter Risslänge und Netzgröße die modellierte Länge der Ausklinkung kaum eine Auswirkung auf die Qualität der Ergebnisse hat. Im Bereich von  $\beta = 1,0 - 4,0$  liefert die Konfiguration mit einer modellierten Länge von  $l_n = 1,2\alpha h$  Ergebnisse die am nächsten an denen der Normenlösung liegen.

### 4.5 Gegenüberstellung zur Normenlösung

Mit den optimierten Berechnungsparametern wurden abschließend Berechnungen über eine Bandbreite an Ausklinkungshöhen und -längen erstellt. Die folgenden Diagramme geben bei Vergleich mit Ergebnissen der Normenlösung eine Übersicht der Leistungsfähigkeit der vorgestellten Modellierungsstrategie.

#### 4.5.1 Ausgeklinktes Trägerende unter Belastung mit Querkraft und zugehörigem Moment

Als Referenzbruchlastberechnung wird Gl. 17 herangezogen. Bei diesem Herleitungsschritt der Normenlösung sind die Materialparameter noch getrennt und können gleich jenen aus Tab. 1 gesetzt werden.

In Abb. 23 werden die **Ergebnisse einer Studie bei Anwendung der gewählten Parameter** gezeigt.

Im Bereich von  $\alpha = 0,4$  bis  $0,75$  ergibt sich bei allen Querschnitten eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse des baustatischen Ansatzes mit jenen der Normenlösung. Bei kleineren Ausklinkungen, im Bereich von  $\alpha = 0,8$  und größer, werden bei Berechnung mit dem baustatischen Ansatz höhere Bruchlasten erreicht. Berechnungen in Serrano et al. [16] zeigen ein ähnliches Bild und wurden dort auf einen konservativeren Ansatz in der Normenlösung zurückgeführt.

In Abb. 24 wird ein Auszug der **Ergebnisse eines Querschnitts ( $h = 60 \text{ cm}$ ) für einen Bereich der Ausklinkungslänge von  $\beta = 0,5 - 2,5$**  gezeigt.

In diesem Längenbereich weisen die Ergebnisse ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung mit der Normenlösung auf. Mit Ausnahme der kleinen Ausklinkungen, bei denen die Lösung nach Norm zu deutlich konservativeren Ergebnissen führt.

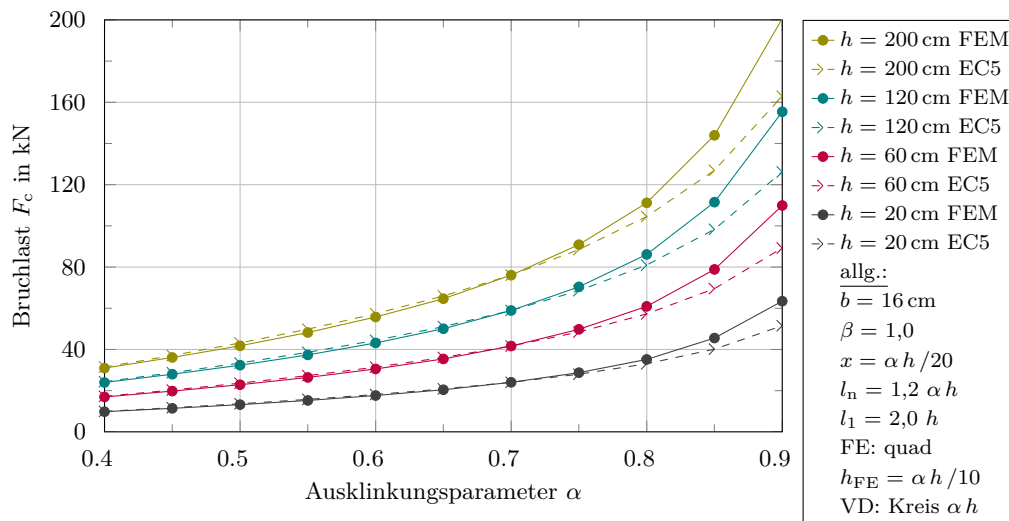


Abb. 23: Vergleich der Ergebnisse bei Anwendung der besten Parameter mit der Normenlösung für eine Variation an Ausklinkungshöhen

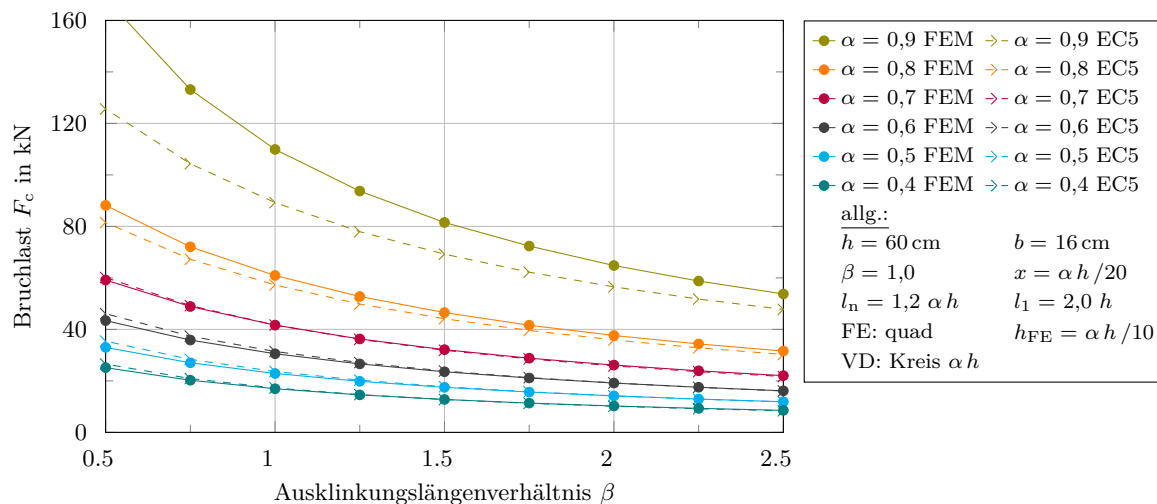


Abb. 24: Vergleich der Ergebnisse bei Anwendung der besten Parameter mit der Normenlösung für eine Variation an Ausklinkungslängen

#### 4.5.2 Ausgeklinktes Trägerende unter Belastung mit konstantem Moment

Eine letzte Studie wurde für eine Ausklinkung unter ausschließlich konstanter Momentenbelastung durchgeführt. Dafür wurde zur Ermittlung des Referenzbruchmoments Gl. 20 herangezogen. Weiters wurde noch die in Kap. 1 beschriebene Möglichkeit der Umnutzung der Normenlösung für einen Belastungsfall mit reiner Momentenbelastung gezeigt. Dazu wurde Gl.17 für drei verschiedene Ausklinkungslängen ermittelt. Das in Abb. 25 dargestellte Bruchmoment jener drei Situationen ist dabei das interne zugehörige Moment ( $F_c \cdot \beta h$ ).

Für reine, konstante Momentenbelastung weisen die Ergebnisse über alle Ausklinkungshöhenbereiche eine sehr gute Übereinstimmung auf. Die umgenutzte Normenlösung zeigt, dass bei einer sehr langen Ausklinkung der Einfluss der Querkraft stark abnimmt und es möglich ist, eine Belastungssituation mit reiner Momentenbelastung zu simulieren.

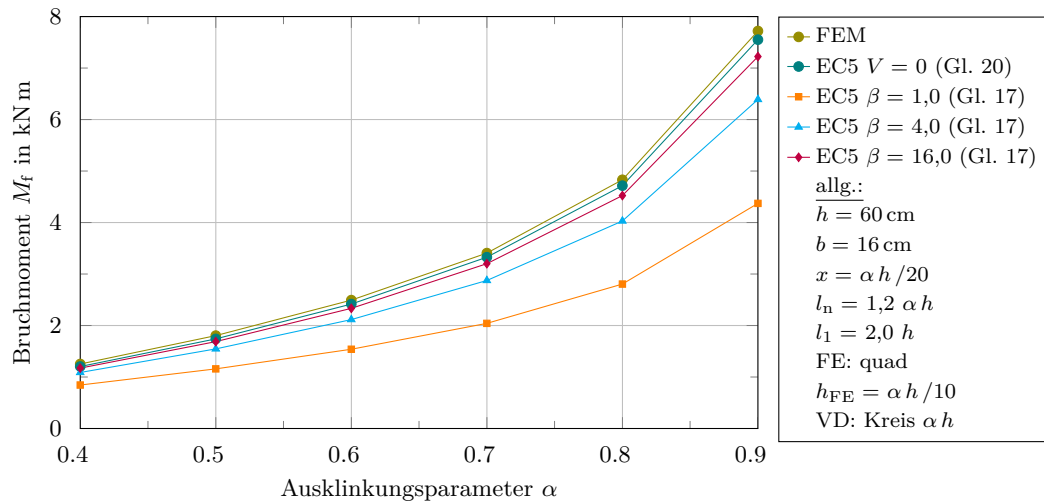


Abb. 25: Vergleich der Ergebnisse bei Anwendung der besten Parametern für ein konstantes Moment mit der Lösung aus Gustafsson [5] für eine Variation an Ausklinkungshöhen

#### 4.5.3 Empfehlung für Settings bei Umsetzung in RFEM

Als Ergebnis der Vergleichsrechnungen kann die Quantifizierung der folgenden Modellierungsparameter für die Umsetzung der vorgestellten Modellierungsstrategie in der kommerziellen FE-Software Software RFEM 5 von Dlubal Software GmbH [2] wie folgt gesehen werden:

- FE-Netzelementgröße  $h_{FE} = \alpha h / 10$ , unter Voraussetzung einer
- Netzverdichtung als Kreis mit Durchmesser  $d = \alpha h$  um den Knoten in der Ausklinkungsecke und einer inneren Netzelementgröße von  $h_{FE} = \Delta x / 4$
- Modellierte Risslänge  $\Delta x = \alpha h / 20$
- Modellierte Ausklinkungslänge  $l_n = 1,2 \alpha h$

Bei Anwendung dieser Parameter konnte grundlegend eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Normenlösung gemäß Abb. 23 - 25 erzielt werden.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde eine, durch FEM-Berechnungen gestützte, baustatische Modellierungsstrategie mit Fokus der Anwendung auf Ausklinkungen im Holzbau behandelt. Dazu wurde ein Überblick über die breite Anwendung von Ausklinkungen im Holzbau gegeben und dem doch sehr restriktiven Anwendungsbereich der aktuellen normativen Verankerung gegenübergestellt. Weiters wurden die mechanischen Grundlagen von Ausklinkungen aufbereitet und anschließend eine baustatische Modellierungsstrategie basierend auf der bruchmechanischen Energiebilanzmethode aufgezeigt. Ziel der Arbeit war es die zuvor vorgestellte baustatische Modellierungsstrategie in einer kommerziellen FEM-Software umzusetzen und im Zuge dessen mit Vergleichsrechnungen, verschiedene Berechnungsparameter zu tunen. So konnte eine, mit Hinblick auf die Berechnungszeit, optimierte Größe des FE-Netzes gefunden werden. Dazu wurde auch die programmspezifische Option der Netzverdichtungen eingesetzt. Weiters wurden geeignete, zu modellierende Riss- und Modelllängen gefunden. Es wurde festgestellt, dass speziell die Risslänge eine große Auswirkung auf die Qualität der Ergebnisse aufweist.

Im Hinblick auf die Fortsetzung dieser Arbeit ergeben sich unbehandelte Aufgabenstellungen wie jener der Erweiterung der Submodellroutine auf verstärkte Ausklinkungen mit gegebenenfalls notwendiger Anpassung der Berechnungsparameter. Untersuchung der Auswirkungen gesteigerter Berechnungseffizienz

bei Einsatz der neueren Programmgeneration der FEM-Produktfamilie (RFEM 6), vorallem auf die Überlegungen zur Netzgeneration, Nutzung der neuen Möglichkeiten hinsichtlich Automatisierung der Modellherstellung mit Inkludierung der Nachweisführung durch Nutzung der programmierbare Schnittstelle und eine dadurch gesteigerte Prozesssicherheit können untersucht werden. Die nächsten Schritte in zukünftigen Arbeiten hinsichtlich der übergeordneten Themenstellung sind die Anwendung der vorgestellten Modellierungsstrategie auf in Kap. 1 vorgestellte, mechanisch gleichwertige Situationen wie Querschnitte unter faserparalleler Teilflächenpressung oder Bauteile mit Durchbrüchen. Parameterstudien zur Ausformulierung von Settings, passend zur jeweiligen FEM-Software und die Konfiguration von Submodell- und Nachweisroutinen sind erforderlich für die Validierung der vorgestellten Berechnungsmethode.

## Literatur

- [1] S. Aicher, P. J. Gustafsson, P. Haller und H. Petersson. *Fracture Mechanics Models for Strength Analysis of Timber Beams with a Hole or a Notch - A Report of RILEM TC-133*. English. Structural Mechanics, Lund University, 2002.
- [2] Dlubal Software GmbH. *RFEM*. Version 5.28.02. URL: <https://www.dlubal.com>.
- [3] Dlubal Software GmbH. *RFEM 5 - Benutzerhandbuch*. Deutsch. Leipzig, März 2020.
- [4] D. Gross und T. Seelig. *Bruchmechanik. Mit einer Einführung in die Mikromechanik*. Deutsch. 6. Aufl. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, 2016.
- [5] P. J. Gustafsson. „A Study of Strength of notched Beams“. English. In: Meeting 21 of CIB-W18. .21-10-1. Parksville, Canada, 1988.
- [6] P. J. Gustafsson. „Notched beams and holes in glulam beams“. English. In: Timber Engineering STEP 1: Basis of Design, Material Properties, Structural Components and Joints. Centrum Hout, 1995. Kap. STEP lecture B5.
- [7] G. Hochreiner. *Holzbau für Bauingenieure [Unveröffentlichtes Manuskript]*. Deutsch. Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen TU Wien, 2021.
- [8] G. Hochreiner, J. Kunecký und J. Füssl. „Konstruktionsvielfalt bei Ausklinkungen Baustatische Modellbildung und Nachweisführung im Ingenieurholzbau“. Deutsch. In: Baustatik - Baupraxis 14 (2020). Universität Stuttgart.
- [9] R. Jockwer. „Structural Behaviour of glued laminated timber beams with unreinforced and reinforced notches“. English. Dissertation. ETH Zürich, 2014.
- [10] J. Kunecký. *Notches in timber as a structural problem [Unveröffentlichtes Manuskript]*. English. Techn. Ber. Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen TU Wien, 2019.
- [11] H. A. Mang und G. Hofstetter. *Festigkeitslehre*. Deutsch. 5. Aufl. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, 2018.
- [12] *ÖNORM B 1995-1-1:2019-06-01: Eurocode 5: Bemessung und Konstruktionen von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau – Nationale Festlegungen, nationale Erläuterungen und nationale Ergänzungen zur ÖNORM EN 1995-1-1*. Wien: Austrian Standards, Juni 2019.
- [13] *ÖNORM EN 1995-1-1:2006-01-01: Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten Teil 1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau*. Wien: Austrian Standards, Jan. 2006.
- [14] E. Serrano. „Rational modelling and design in timber engineering applications using fracture mechanics“. English. In: *2016 World Conference on Timber Engineering*. Vienna, Austria, 2016.
- [15] E. Serrano und P. J. Gustafsson. „Fracture mechanics in timber engineering – Strength analyses of components and joints“. In: 40.1 (2007), S. 87–96.
- [16] E. Serrano, R. Jockwer und H. Danielsson. „Beams with Notches or Slits – Extensions of the Gustafsson approach“. English. In: Meeting 55 of CIB-W18. .55-19-1. Bad Aibling, Germany, 2022.
- [17] R. Steiger und E. Gehri. „Interaction of shear stresses and stresses perpendicular to the grain“. English. In: Meeting 44 of CIB-W18. .44-6-2. Alghero, Italy, 2011.