



Version
mai 2017

Module additionnel

RF-LAMINATE

Vérification des surfaces stratifiées

Description du programme

Tous les droits, y compris ceux de la traduction, sont réservés.
Le présent manuel ne doit pas être reproduit – sous forme mécanique, électronique, ou par n'importe quel autre moyen comme la photocopie – sans l'autorisation écrite de DLUBAL SOFTWARE SARL.



© **Dlubal Software SARL 2017**
11, rue de Cambrai
75019 Paris
France

Tél.: +33 1 78 42 91 61
Fax: +33 1 78 42 91 01
E-Mail: info@dlubal.fr
Web: www.dlubal.fr



Table des matières

	Table des matières	Page
1.	Introduction	3
1.1	Module additionnel RF-LAMINATE	3
1.2	Utilisation du manuel	3
1.3	Ouverture de RF-LAMINATE	4
2.	Théorie	6
2.1	Symboles	6
2.2	Modélisation d'une structure multicouche	7
2.3	Types de matériau	8
2.3.1	Matériau orthotrope	8
2.3.2	Matériau isotrope	11
2.3.3	Matériau personnalisé	11
2.3.4	Matériau hybride	11
2.4	Matrice de rigidité	12
2.4.1	Avec considération du couple de cisaillement	12
2.4.2	Non-considération de l'effet collaborant	17
3.	Entrée de données	20
3.1	Données de base	20
3.1.1	État limite ultime	22
3.1.2	État limite de service	23
3.2	Caractéristiques des matériaux	24
3.3	Résistances des matériaux	31
3.4	Classe de durée de charge et classe de service	32
3.5	Conditions en service	34
3.6	Données de l'état limite de service	35
4.	Vérification	37
4.1	Détails	37
4.1.1	Contraintes	38
4.1.2	Résultats	45
4.2	Norme	46
4.2.1	Facteurs pour les matériaux	47
4.2.2	Limites en service	48
4.3	Lancement de la vérification	49
5.	Résultats	50
5.1	Contrainte/Ratio max. par chargement	51
5.2	Contrainte/Ratio max. par surface	54
5.3	Contrainte/Ratio max. par composition	55
5.4	Contraintes dans tous les points	56
5.5	Déplacements maximaux	57
5.6	Liste des pièces	58
6.	Impression	60
6.1	Rapport d'impression	60
6.2	Impression de graphique	61
6.2.1	Résultats sur le modèle RFEM	61
6.2.2	Diagrammes de contrainte	62
7.	Fonctionnalités de base	63
7.1	Unités et décimales	63



7.2	Export de résultats	63
8.	Exemples	65
8.1	Calcul des éléments de la matrice de rigidité	65
8.1.1	Avec l'effet collaborant	68
8.1.2	Sans le couple de cisaillement des couches	73
8.2	Détermination des contraintes	75
8.2.1	Calcul des composants de contrainte	76
8.2.2	Vérification dans le module RF-LAMINATE	78
8.3	Vérification d'un plancher selon EC 5	84
8.4	Calcul des éléments de la matrice de rigidité en cisaillement	90
9.	Annexes	93
9.1	Équations de transformation	93
9.2	Vérification de la définition positive de la matrice de rigidité	94
9.3	Deux définitions équivalentes du coefficient de Poisson	94
A.	Littérature	96
B.	Index	97

1 Introduction

1.1 Module additionnel RF-LAMINATE

Le module additionnel RF-LAMINATE de DLUBAL SOFTWARE SARL permet la vérification des contraintes et des déformations des surfaces stratifiées. Vous pouvez, par exemple, utiliser RF-LAMINATE pour vérifier du bois CLT, du bois lamellé-collé ou encore des panneaux OSB. Le module est également parfaitement adapté à l'étude de structures autres qu'en bois. Vous pouvez créer des compositions multicouches de matériaux à sélectionner dans une bibliothèque de matériaux personnalisable. Vous pouvez également définir de nouveaux matériaux et les ajouter à la bibliothèque.

Vous pouvez définir différents types de matériau dans RF-LAMINATE. Au-delà des matériaux isotropes et orthotropes, vous pouvez utiliser des modèles personnalisés et hybrides résultant de la combinaison de matériaux isotropes et orthotropes. Les couches individuelles des matériaux orthotropes peuvent être disposées selon un angle précis β de sorte que ses diverses propriétés puissent être considérées selon les directions adéquates. Vous pouvez également décider si le couple de cisaillement est à considérer dans le calcul.

La simplicité du module et l'entrée de données intuitive facilitent votre travail. Ce manuel vous apporte toutes les informations nécessaires pour une bonne utilisation de RF-LAMINATE et des exemples d'application.

Tout comme les autres modules, RF-LAMINATE est intégré au logiciel RFEM. En plus d'être une interface utilisateur, ses résultats et ses représentations graphiques, peuvent être ajoutées au rapport d'impression global. Ainsi, toute votre étude peut être organisée de façon claire et uniforme. La similarité des structures de tous les modules DLUBAL permet aux utilisateurs d'utiliser RF-LAMINATE facilement.

Nous vous souhaitons beaucoup de succès dans l'utilisation du logiciel RFEM et de son module additionnel RF-LAMINATE.

Votre équipe DLUBAL SOFTWARE SARL.

1.2 Utilisation du manuel

Les sujets tels que la configuration de système minimale pour l'exploitation des logiciels Dlubal, ou encore la procédure d'installation sont détaillés dans le manuel du logiciel de base RFEM. Therefore, we put them aside in this description. Ce manuel est entièrement dédié aux fonctionnalités propres au module additionnel RF-LAMINATE.



Les éléments du module RF-LAMINATE sont décrits par le manuel dans leur ordre d'apparition et selon la structure des tableaux d'entrée et de sortie. Tout au long du manuel, les **boutons** sont décrits entre crochets, par exemple [Détails] et illustrés à gauche du texte. Toutes les expressions utilisées dans les boîtes de dialogue, fenêtres et menus sont mises en *italique* pour être facilement repérables dans le programme.

Vous pouvez trouver un index en fin de manuel pour une recherche rapide des termes techniques. Tout de même, si vous ne parvenez pas à trouver ce que vous cherchez, veuillez consulter notre blog <https://www.dlubal.com/blog/fr>, vous y trouverez les réponses à vos questions.

1.3 Ouverture de RF-LAMINATE

Vous pouvez démarrer le module RF-LAMINATE à partir de RFEM en procédant comme suit :

Menu

Utilisez la barre de menu de RFEM pour démarrer RF-LAMINATE

Modules additionnels → Autres → RF-LAMINATE

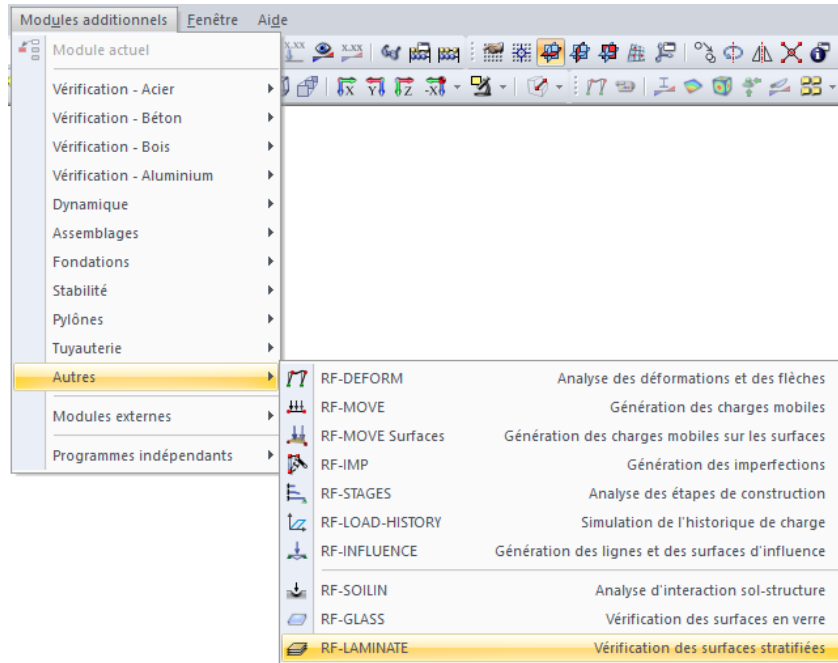


Figure 1.1: Barre de menu *Modules additionnel* → *Autres* → *RF-LAMINATE*

Navigateur

Accédez au navigateur de *Données* et cliquez sur RF-LAMINATE

Modules additionnels → RF-LAMINATE - Vérification des surfaces stratifiées

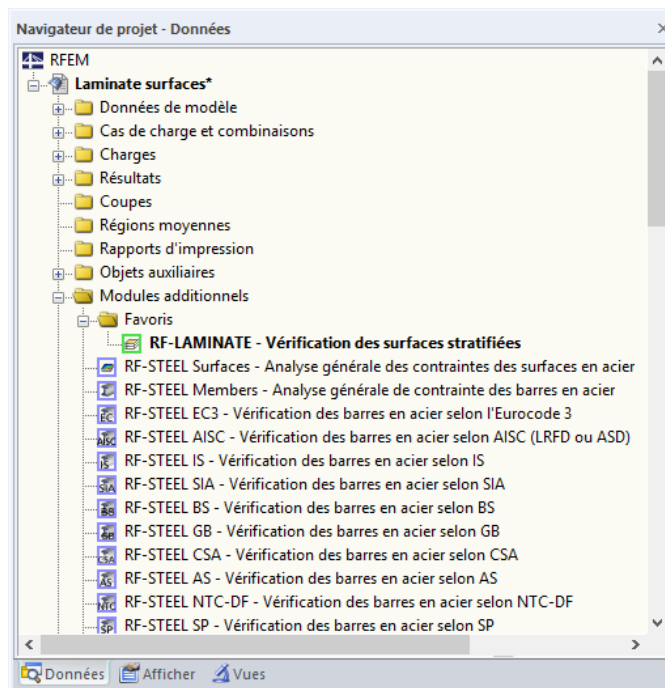


Figure 1.2: Navigateur de *Données* → *Modules additionnels* → *RF-LAMINATE*

Panneau

Si les résultats de RF-LAMINATE sont déjà disponibles sur le modèle, vous pouvez ajouter le cas de RF-LAMINATE dans la liste de cas de la barre d'outils de RFEM. Cliquez sur [Afficher les résultats] pour faire afficher les contraintes ou déformations.

Le bouton [RF-LAMINATE] est affiché sur le panneau . Cliquez dessus pour démarrer RF-LAMINATE.

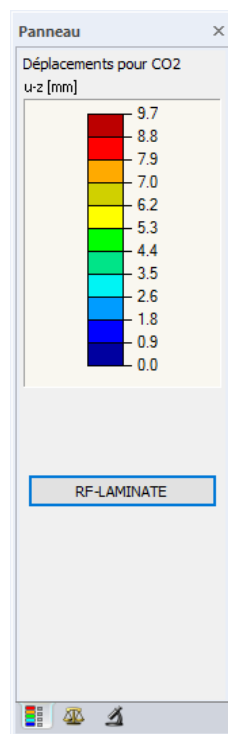
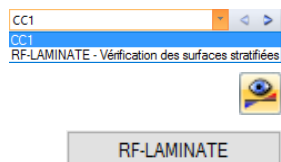


Figure 1.3: Bouton [RF-LAMINATE] du panneau

2 Théorie

Ce chapitre introduit les principes théoriques requis pour une bonne utilisation de RF-LAMINATE.

2.1 Symboles

t	Épaisseur du matériau composite [m]
t_i	Épaisseur des couches individuelles [m]
β	Direction orthotrope [°]
E	Module de Young [Pa]
E_x	Module de Young dans la direction x' [Pa]
E_y	Module de Young dans la direction y' [Pa]
G	Module de cisaillement [Pa]
G_{xy}	Module de cisaillement dans le plan $x'y'$ [Pa]
G_{xz}	Module de cisaillement dans le plan $x'z$ [Pa]
G_{yz}	Module de cisaillement dans le plan $y'z$ [Pa]
ν	Coefficient de Poisson [—]
ν_{xy}, ν_{yx}	Coefficient de Poisson dans le plan $x'y'$ [—]
γ	Poids spécifique [N/m ³]
α_T	Coefficient d'expansion thermique [K ⁻¹]
d'_{ij}	Éléments de la matrice de rigidité réduite dans le système de coordonnées x', y', z [Pa]
d_{ij}	Éléments de la matrice de rigidité réduite dans le système de coordonnées x, y, z [Pa]
D_{ij}	Éléments de la matrice de rigidité globale [Nm, Nm/m, N/m]
σ_x, σ_y	Contraintes normales [Pa]
$\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$	Contraintes de cisaillement [Pa]
n	Nombre de couches [—]
z	Coordonnées de l'axe z [m]
m_x	Moment de flexion entraînant des contraintes dans la direction de l'axe x [Nm/m]
m_y	Moment de flexion entraînant des contraintes dans la direction de l'axe y [Nm/m]
m_{xy}	Moment de torsion [Nm/m]
v_x, v_y	Efforts tranchants [N/m]
n_x	Efforts normaux dans la direction de l'axe x [N/m]
n_y	Efforts normaux dans la direction de l'axe y [N/m]
n_{xy}	Flux de cisaillement [N/m]
$f_{b,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la flexion [Pa]
$f_{t,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la traction [Pa]
$f_{c,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la compression [Pa]
$f_{b,0,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la flexion dans le sens du fil [Pa]
$f_{t,0,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la traction dans le sens du fil [Pa]
$f_{c,0,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la compression dans le sens du fil [Pa]
$f_{b,90,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la flexion perpendiculaire au fil [Pa]
$f_{t,90,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la traction perpendiculaire au fil [Pa]
$f_{c,90,k}$	Valeur caractéristique de la résistance à la compression perpendiculaire au fil [Pa]
$f_{eqv,k}$	Valeur caractéristique de la résistance équivalente [Pa]
$f_{xy,k}$	Valeur caractéristique de la résistance au cisaillement dans le plan 2D [Pa]
$f_{v,k}$	Valeur caractéristique de la résistance au cisaillement [Pa]
$f_{R,k}$	Valeur caractéristique de la résistance au cisaillement roulant [Pa]
$f_{b,d}$	Valeur de calcul de la résistance en flexion [Pa]

$f_{t,d}$	Valeur de calcul de la résistance en traction [Pa]
$f_{c,d}$	Valeur de calcul de la résistance en compression [Pa]
$f_{b,0,d}$	Valeur de calcul de la résistance en flexion dans le sens du fil [Pa]
$f_{t,0,d}$	Valeur de calcul de la résistance en traction dans le sens du fil [Pa]
$f_{c,0,d}$	Valeur de calcul de la résistance en compression dans le sens du fil [Pa]
$f_{b,90,d}$	Valeur de calcul de la résistance en flexion perpendiculaire au fil [Pa]
$f_{t,90,d}$	Valeur de calcul de la résistance en traction perpendiculaire au fil [Pa]
$f_{c,90,d}$	Valeur de calcul de la résistance en compression perpendiculaire au fil [Pa]
$f_{eqv,d}$	Valeur de calcul de la résistance équivalente [Pa]
$f_{xy,d}$	Valeur de calcul de la résistance cisaillement dans un plan 2D [Pa]
$f_{v,d}$	Valeur de calcul de la résistance au cisaillement [Pa]
$f_{R,d}$	Valeur de calcul de la résistance au cisaillement roulant [Pa]

2.2 Modélisation d'une structure multicouche

RF-LAMINATE est basé sur la théorie des plaques. Le calcul selon cette théorie est cependant limité lorsqu'il s'agit de panneaux très épais. L'un des critères pour un calcul valide selon la théorie des plaques est la relation $t/L \leq 0,05$, où t est l'épaisseur du panneau et L sa longueur (ou la dimension caractéristique du modèle). Si la relation $t/L \leq 0,05$ n'est pas valide, l'élément doit être considéré comme un élément solide.

Des différences importantes d'épaisseur entre les couches sont également un problème pour la modélisation de structures multicouches : un exemple extrême est cet élément sandwich à trois couches, composé d'une âme en mousse entourée de deux feuilles métalliques (Figure 2.1). Le cisaillement joue un rôle important dans ce type de cas car la ligne reliant les points déformés n'est plus droite (Figure 2.2). La théorie des plaques donne donc des résultats faux dans un plan 2D. Nous vous recommandons alors d'utiliser un modèle solide dans RFEM.

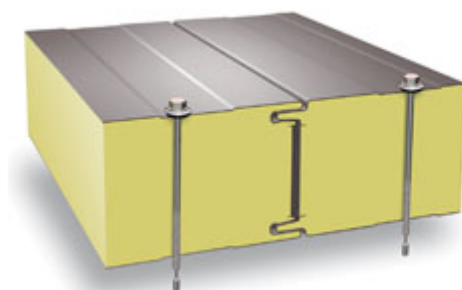


Figure 2.1: Éléments sandwich à trois couches

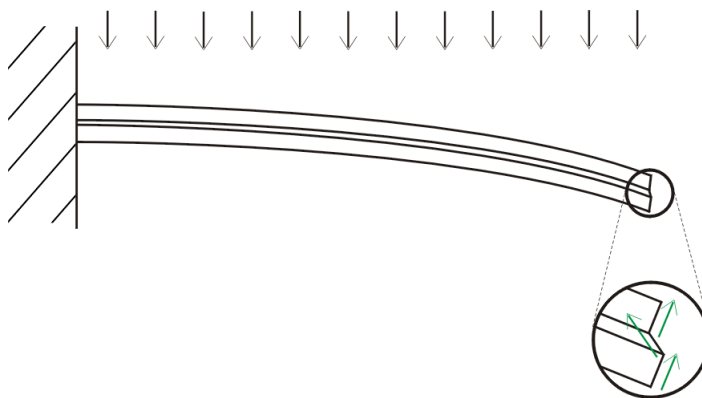
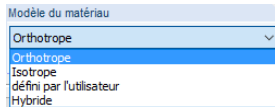


Figure 2.2: Déformation en cisaillement

2.3 Types de matériau



Avec RF-LAMINATE vous pouvez créer des couches individuelles avec n'importe quel matériau et à partir de plusieurs types de matériau différents. Les types de matériaux disponibles sont :

- Orthotrope
- Isotrope
- Personnalisé
- Hybride

2.3.1 Matériau orthotrope

Un matériau orthotrope a différentes propriétés dans chaque direction. Le matériau peut être défini à l'aide de deux modules d'élasticité (E_x , E_y), trois modules de cisaillement (G_{yz} , G_{xz} , G_{xy}) et deux coefficients de Poisson (ν_{xy} , ν_{yx}).

Couches												
Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Direction orthotrope β [°]	E Module d'élasticité [N/mm ²] E _x E _y		G Module de cisaillement [N/mm ²] G _{xz} G _{yz} G _{xy}			J Coefficient de Poisson [-] ν_{xy} ν_{yx}		L Poids spécifique γ [N/m ³]
1	<div><div></div><div></div></div>											
2												
3												

Figure 2.3: Type de matériau orthotrope

Les modules d'élasticité, ainsi que les modules de cisaillement doivent respecter : $E_x \geq 0$, $E_y \geq 0$, $G_{yz} \geq 0$, $G_{xz} \geq 0$, $G_{xy} \geq 0$. La matrice de rigidité globale **D** doit être définie positive.



Veuillez noter qu'à l'inverse des modèles de matériau isotropes, où les valeurs E , G et ν sont interdépendantes selon l'Équation 2.14, une telle relation n'existe pas pour les modèles de matériau orthotropes : Les valeurs de E_x , E_y , ν_{xy} et G_{xy} sont indépendantes.

Les modules d'élasticité et les coefficients de Poisson ont la relation suivante :

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x} \quad (2.1)$$

Des exemples de matériaux orthotropes sont les panneaux CLT et les tôles laminées.



Théoriquement, les coefficients de Poisson peuvent être déterminés par deux méthodes lors de la définition d'un matériau orthotrope. La méthode utilisée dans RFEM est décrite par l'Équation 2.1 et se caractérise par la relation

$$\nu_{xy} > \nu_{yx} \quad (2.2)$$

Si la fibre est orientée selon la direction x' , alors $E_x > E_y$. Une deuxième méthode de définition du coefficient de Poisson est également citée dans la littérature. Nous allons en aborder les grandes lignes. Supposons l'équation $\bar{\nu}_{yx}/E_x = \bar{\nu}_{xy}/E_y$ qui implique $\bar{\nu}_{xy} < \bar{\nu}_{yx}$. Si vous prenez les propriétés de matériau orthotrope d'une fiche technique, vous pouvez trouver la définition orthotrope appliquée à partir de l'inégalité entre les deux coefficients de Poisson.

Dans la pratique, les paramètres de matériau sont tirés des normes. Les valeurs du bois résineux de classe de résistance C24 sont données par EN 338, Tableau 1

$$\begin{aligned} E_{0,\text{mean}} &= 11\,000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{90,\text{mean}} &= 370 \text{ N/mm}^2 \\ G_{\text{mean}} &= 690 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Supposons que par défaut le fil du bois est orienté selon la direction x' . Dans notre cas, la valeur représente

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0,\text{mean}} \\ E_y &= E_{90,\text{mean}} \\ G_{xy} &= G_{xz} = G_{\text{mean}} \\ G_{yz} &= \frac{G_{\text{mean}}}{10} \end{aligned} \quad (2.4)$$

avec G_{yz} le module de cisaillement correspondant à la contrainte de cisaillement roulant.

Les valeurs $\nu_{vx} = \nu_{xv} = 0$ peuvent être utilisées si les coefficients de Poisson ne sont pas disponibles. Vous pouvez également déterminer les valeurs grâce aux formules de HUBER ([1]).

$$\begin{aligned} \nu_{xy} &\approx \left(\frac{\sqrt{E_x E_y}}{2G_{xy}} - 1 \right) \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \\ \nu_{yx} &\approx \left(\frac{\sqrt{E_x E_y}}{2G_{xy}} - 1 \right) \sqrt{\frac{E_y}{E_x}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Faisons le calcul pour le bois résineux C24 vu précédemment

$$\begin{aligned} E_x &= 11\,000 \text{ MPa} \\ E_y &= 370 \text{ MPa} \\ G_{xy} &= G_{xz} = 690 \text{ MPa} \\ G_{yz} &= 69 \text{ MPa} \\ \nu_{xy} &\approx \left(\frac{\sqrt{11\,000 \cdot 370}}{2 \cdot 690} - 1 \right) \sqrt{\frac{11\,000}{370}} = 2,52 \\ \nu_{yx} &\approx \left(\frac{\sqrt{11\,000 \cdot 370}}{2 \cdot 690} - 1 \right) \sqrt{\frac{370}{11\,000}} = 0,08 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Exemple

Démontrons l'utilité des coefficients de Poisson pour les matériaux orthotropes.

Nous considérons des contraintes dans un plan 2D d'un panneau de dimensions $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. S'il s'agit de conditions de contraintes planes pour un matériau orthotrope homogène, la loi de HOOKE s'applique comme ceci

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Par ailleurs, nous considérons négligeables les contraintes de cisaillement ($\tau_{xy} = 0$). L'équation 2.7 implique donc que $\gamma_{xy} = 0$. La matrice peut être simplifiée en

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

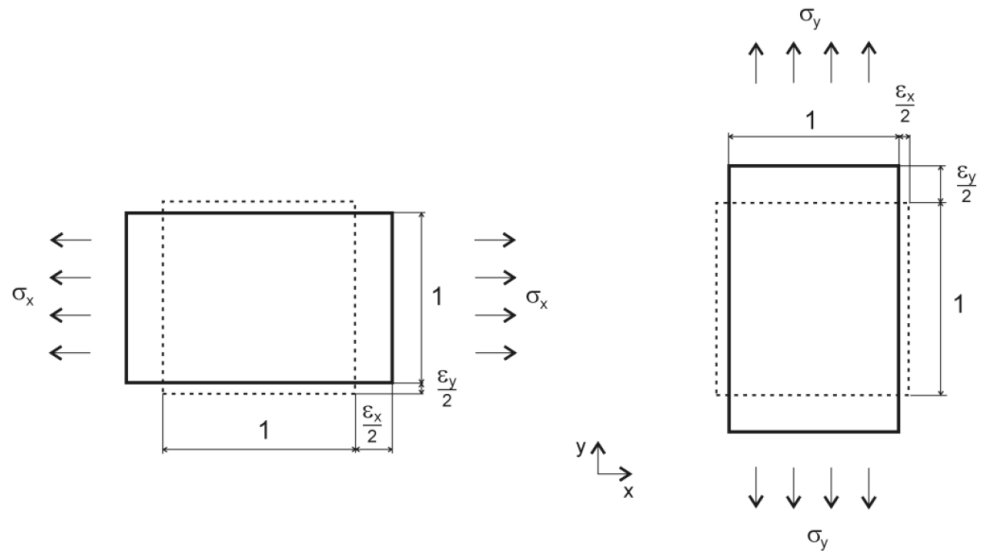


Figure 2.4: Les contraintes dans un plan 2D du panneau orienté selon la direction x et selon la direction y.

Considérons d'abord la contrainte dans la direction x où la contrainte est définie par la relation $\sigma_x \neq 0, \sigma_y = 0$. Par substitution à l'Équation 2.8, nous obtenons

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu_{xy}}{E_x} \sigma_x\end{aligned}\quad (2.9)$$

la formule pour le coefficient de Poisson ν_{xy} :

$$\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (2.10)$$

Nous appliquons la même procédure aux contraintes dans la direction y, où les contraintes sont définies par la relation $\sigma_x = 0, \sigma_y \neq 0$. Par substitution à l'Équation 2.8, nous obtenons

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= -\frac{\nu_{yx}}{E_y} \sigma_y \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E_y}\end{aligned}\quad (2.11)$$

la formule pour le coefficient de Poisson ν_{yx} :

$$\nu_{yx} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad (2.12)$$

L'Équation 2.10 et l'Équation 2.12 peuvent être interprétées comme ceci : Le coefficient de Poisson ν_{ij} est égal au coefficient négatif de contraction j dans l'allongement en direction i .

Le cas créé par la combinaison de contraintes peut être décrit par l'Équation 2.8. Nous pouvons transformer l'équation :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{yx} \\ -\nu_{xy} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sigma_x}{E_x} \\ \frac{\sigma_y}{E_y} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

2.3.2 Matériau isotrope

Un matériau isotrope a des propriétés mécaniques identiques dans toutes les directions. Le matériau est défini par le module d'élasticité E , le module de cisaillement G et le coefficient de Poisson ν .

Couches								
Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Module d'élast. E [N/mm ²]	E Module de cisaillement G [N/mm ²]	F Coefficient de Poisson ν [-]	G Poids spécifique γ [N/m ³]	H Coeff. d'exp. ther. α _T [1/K]
1								
2								
3								

Figure 2.5: Type de matériau isotrope

Le module d'élasticité et le module de cisaillement doivent respecter $E \geq 0$, $G \geq 0$ et la matrice de rigidité globale \mathbf{D} doit être définie positive.

Des exemples de matériau isotrope sont le verre ou encore l'acier. La relation suivante s'applique pour le module d'élasticité E , le module de cisaillement G et le coefficient de Poisson ν :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.14)$$

La valeur du coefficient de Poisson est comprise dans l'intervalle $\langle -0,999, 0,5 \rangle$ où la valeur limite $\nu = 0,5$ correspond à un matériau dont le volume est incompressible (du caoutchouc, par exemple).

2.3.3 Matériau personnalisé

Vous avez la possibilité d'entrer manuellement les éléments des matrices de rigidité de chaque couche pour créer vos matériaux personnalisés. Pour calculer les éléments de cisaillement de la matrice de rigidité globale, vous devez également remplir les modules de cisaillement G_{xz} et G_{yz} .

Couches										
Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Orthotrope Direction β [°]	E Éléments partiels de la matrice de rigidité d ₁₁	F d ₁₂	G d ₂₂	H d ₃₃	I Module de cisaillement G _{xz}	J G _{yz}
1										
2										
3										

Figure 2.6: Type de matériau personnalisé

Les éléments de matrice de rigidité et les modules de cisaillement doivent respecter : $d'_{11} \geq 0$, $d'_{22} \geq 0$, $d'_{33} \geq 0$, $G_{xz} \geq 0$ et $G_{yz} \geq 0$. La matrice de rigidité globale \mathbf{D} doit être définie positive.

2.3.4 Matériau hybride

Un matériau hybride permet de combiner des couches isotropes et orthotropes.

Couches											
Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Modèle de matériau	D Épaisseur t [mm]	E Direction orthotrope β [°]	F Module d'élasticité E [N/mm ²]	G E _y	H Module de cisaillement G [N/mm ²]	I G _{yz}	J G _{xy}	K Coefficient de Poisson ν
1											
2			Orthotrope								
3			Isotrope								
4			défini par l'utilisateur								

Figure 2.7: Type de matériau hybride

La matrice de rigidité globale \mathbf{D} doit être définie positive.

Un matériau hybride est par exemple un matériau composite mixte bois-acier.

2.4 Matrice de rigidité

2.4.1 Avec considération du couple de cisaillement

Considérons un panneau en matériau orthotrope classique à n couches. Chaque couche a une épaisseur t_i , ainsi que des coordonnées z minimales $z_{\min,i}$ et maximales $z_{\max,i}$.

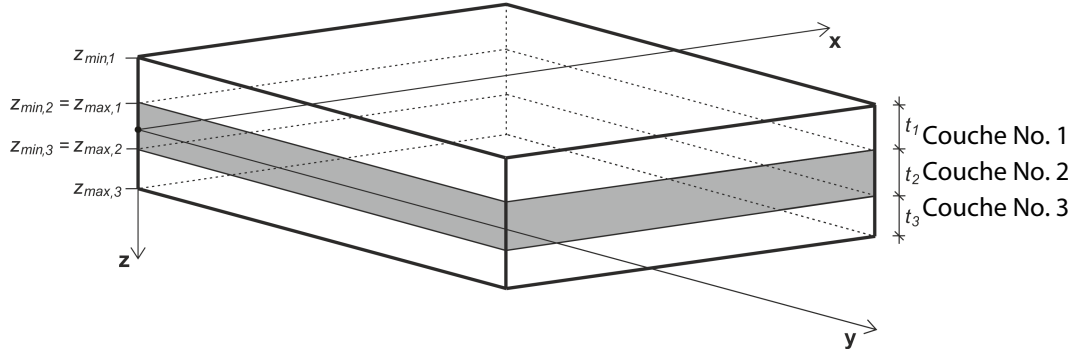


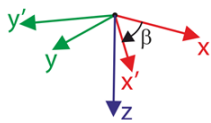
Figure 2.8: Représentation des couches

La matrice de rigidité de chaque couche d'_i (la matrice de rigidité plane) est calculée par la formule suivante à l'aide des modules d'élasticité, du module de cisaillement et du coefficient de Poisson de chaque couche.

$$d'_i = \begin{bmatrix} d'_{11,i} & d'_{12,i} & 0 \\ \text{sym.} & d'_{22,i} & 0 \\ & & d'_{33,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{x,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2} & \frac{\nu_{xy,i} E_{y,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2} & 0 \\ \frac{E_{y,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2} & \frac{E_{x,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{xy,i} \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.15)$$

Pour les matériaux où $E_{x,i} = E_{y,i}$, la matrice de rigidité a une forme simplifiée :

$$d'_i = \begin{bmatrix} d'_{11,i} & d'_{12,i} & 0 \\ \text{sym.} & d'_{22,i} & 0 \\ & & d'_{33,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} & \frac{\nu_i E_i}{1 - \nu_i^2} & 0 \\ \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} & \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_i \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, n \quad \text{avec } G_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)} \quad (2.16)$$



Les couches en matériaux orthotropes pouvant être orientées librement selon l'angle β , les matrices de rigidité des couches individuelles doivent être transformées en un système de coordonnées uniforme x, y (c'est-à-dire le système de coordonnées local d'une surface).

$$d_i = \begin{bmatrix} d_{11,i} & d_{12,i} & d_{13,i} \\ & d_{22,i} & d_{23,i} \\ \text{sym.} & & d_{33,i} \end{bmatrix} = T_{3 \times 3,i}^T d'_i T_{3 \times 3,i} \quad (2.17)$$

avec

$$T_{3 \times 3,i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad \text{avec } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i) \quad (2.18)$$

Les éléments individuels sont alors

$$\begin{aligned}
 d_{11,i} &= c^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + s^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i} \\
 d_{12,i} &= c^2 s^2 d'_{11,i} + s^4 d'_{12,i} + c^4 d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} - 4c^2 s^2 d'_{33,i} \\
 d_{13,i} &= c^3 s d'_{11,i} + c s^3 d'_{12,i} - c s^3 d'_{12,i} - c s^3 d'_{22,i} - 2c^3 s d'_{33,i} + 2c s^3 d'_{33,i} \\
 d_{22,i} &= s^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i} \\
 d_{23,i} &= c s^3 d'_{11,i} + c^3 s d'_{12,i} - c s^3 d'_{12,i} - c^3 s d'_{22,i} + 2c^3 s d'_{33,i} - 2c s^3 d'_{33,i} \\
 d_{33,i} &= c^2 s^2 d'_{11,i} - 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} + (c^2 - s^2)^2 d'_{33,i}
 \end{aligned}$$

La matrice de rigidité globale est donc

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

	en flexion et torsion
	en cisaillement
	en membrane
	en excentrement

Si les angles β_i sont des multiples de 90° , la matrice de rigidité globale a une forme simplifiée

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{38} \\ & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Éléments de la matrice de rigidité : en flexion et torsion [Nm]

$$D_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{11,i} \quad D_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{12,i} \quad D_{13} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{13,i}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{22,i} \quad D_{23} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{23,i}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{33,i}$$



S'il s'agit d'un panneau à une seule couche, d'épaisseur t , les formules utilisées donnent un résultat familier

$$D_{ij} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{ij,i} = \frac{\left(\frac{t}{2}\right)^3 - \left(-\frac{t}{2}\right)^3}{3} d_{ij,1} = \frac{2\left(\frac{t}{2}\right)^3}{3} d_{ij,1} = \frac{t^3}{12} d_{ij,1} \quad i,j = 1,2,3$$

Éléments de la matrice de rigidité : Effets d'excentrement [Nm/m]

$$D_{16} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{16,i} \quad D_{17} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{17,i} \quad D_{18} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{18,i}$$

$$D_{27} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{27,i} \quad D_{28} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{28,i}$$

$$D_{38} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{38,i}$$

Les éléments de la matrice de rigidité pour l'excentrement sont non nuls pour des compositions multicouches asymétriques. Prenons l'exemple d'une composition à deux couches de matériaux orthotropes identiques, avec la deuxième couche tournée de 90° ($\beta_1 = 0^\circ, \beta_2 = 90^\circ$).

Couche n°	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	Description du matériau	Facteur Catégorie	Épaisseur t [mm]	Direction orthotrope β [°]	Module d'élasticité [N/mm ²]		Module de cisaillement [N/mm ²]			Coefficient de Poisson [-]	
					E_x	E_y	G_{xz}	G_{yz}	G_{xy}	ν_{xy}	ν_{yx}
1	C24	Bois massif	40.0	0.00	111000.0	370.0	690.0	69.0	690.0	0.000	0.000
2	C24	Bois massif	40.0	90.00	111000.0	370.0	690.0	69.0	690.0	0.000	0.000

Figure 2.9: Composition multicouche asymétrique

La matrice de rigidité pour l'excentrement est de zéro pour les compositions multicouches symétriques.

Couche n°	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	Description du matériau	Facteur Catégorie	Épaisseur t [mm]	Direction orthotrope β [°]	Module d'élasticité [N/mm ²]		Module de cisaillement [N/mm ²]			Coefficient de Poisson [-]	
					E_x	E_y	G_{xz}	G_{yz}	G_{xy}	ν_{xy}	ν_{yx}
1	C24	Bois massif	40.0	0.00	111000.0	370.0	690.0	69.0	690.0	0.000	0.000
2	C24	Bois massif	40.0	90.00	111000.0	370.0	690.0	69.0	690.0	0.000	0.000
3	C24	Bois massif	40.0	0.00	111000.0	370.0	690.0	69.0	690.0	0.000	0.000

Figure 2.10: Composition multicouche symétrique

Les éléments de la matrice de rigidité pour les membranes et la flexion sont couplés par les éléments de la matrice de rigidité de l'excentrement. La charge de flexion pure a des efforts internes non-nuls n_x, n_y, n_{xy} et inversement. La charge de membrane génère des moments internes non-nuls m_x, m_y, m_{xy} .



Les modèles 2D (sur le plan XY, plan XZ, plan YZ) ne peuvent donc pas être calculés dans RF-LAMINATE qui n'utilise que des éléments de rigidité en membrane et de rigidité en flexion. Le modèle doit être défini comme **3D** dans la boîte de dialogue *Données de base* de RFEM.

Éléments de la matrice de rigidité : en membrane [N/m]

$$\begin{aligned} D_{66} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{11,i} & D_{67} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{12,i} & D_{68} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{13,i} \\ D_{77} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{22,i} & D_{78} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{23,i} & D_{88} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{33,i} \end{aligned}$$

Éléments de la matrice de rigidité : en cisaillement [N/m]

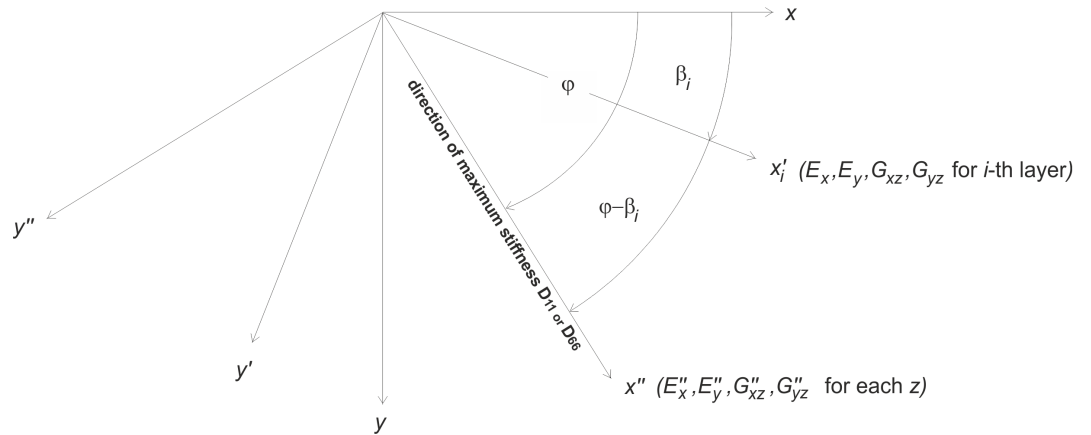


Figure 2.11: Calcul des éléments de la matrice de rigidité

Les éléments de la matrice de rigidité en cisaillement sont calculés en suivant ces étapes :

1. Définir la direction de la rigidité maximum et du système de coordonnées correspondant x'' , y'' . L'angle entre les axes x et x'' est défini par φ .
2. Transposer les rigidités de cisaillement transverse $G_{xz,i}$, $G_{yz,i}$ pour chaque couche du système de coordonnées x' , y' sur le système de coordonnées x'' , y'' pour obtenir $G''_{xz,i}$, $G''_{yz,i}$.

$$G''_{xz,i} = \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \quad (2.22)$$

$$G''_{yz,i} = \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \quad i = 1, \dots, n$$

3. Transposer la matrice de rigidité plane \mathbf{d}'_i pour chaque couche du système de coordonnées x' , y' sur le système de coordonnées x'' , y'' pour obtenir la matrice de rigidité plane \mathbf{d}''_i .

$$\mathbf{d}''_i = \mathbf{T}_{3 \times 3,i}^{-T} \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3 \times 3,i}^{-1} \quad (2.23)$$

avec

$$\mathbf{T}_{3 \times 3,i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \text{ avec } c = \cos(\varphi - \beta_i), s = \sin(\varphi - \beta_i), i = 1, \dots, n \quad (2.24)$$

Les modules de Young $E''_{x,i}$, $E''_{y,i}$ sont tirés de la matrice de rigidité \mathbf{d}''_i .

$$E''_{x,i} = d''_{11,i} + \frac{2d''_{12,i}d''_{13,i}d''_{23,i} - d''_{22,i}(d''_{13,i})^2 - d''_{33,i}(d''_{12,i})^2}{d''_{22,i}d''_{33,i} - (d''_{23,i})^2} \quad (2.25)$$

$$E''_{y,i} = d''_{22,i} + \frac{2d''_{12,i}d''_{13,i}d''_{23,i} - d''_{11,i}(d''_{23,i})^2 - d''_{33,i}(d''_{12,i})^2}{d''_{11,i}d''_{33,i} - (d''_{13,i})^2} \quad (2.26)$$

4. Calculer $D''_{44,calc}$, $D''_{55,calc}$ dans le système de coordonnées x'', y'' , selon la formule suivante basée sur le nombre de GRASHOFF et en considérant $D''_{45} = 0$.

$$D''_{44,calc} = \frac{1}{\int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{G''_{xz}(z)} \left(\frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,x}) d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,x})^2 d\bar{z}} \right)^2 dz}, z_{0,x} = \frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) d\bar{z}} \quad (2.27)$$

$$D''_{55,calc} = \frac{1}{\int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{G''_{yz}(z)} \left(\frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,y}) d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,y})^2 d\bar{z}} \right)^2 dz}, z_{0,y} = \frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) d\bar{z}} \quad (2.28)$$

La valeur des rigidités D''_{44} , D''_{55} est déterminée avec les équations suivantes :

$$D''_{44} = \max \left(D''_{44,calc}, \frac{48}{5\ell^2} \frac{1}{\frac{1}{\sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{t_i^3}{12}} - \frac{1}{\sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{z_{max,i}^3 - z_{min,i}^3}{3}}} \right) \quad (2.29)$$

$$D''_{55} = \max \left(D''_{55,calc}, \frac{48}{5\ell^2} \frac{1}{\frac{1}{\sum_{i=1}^n E''_{y,i} \frac{t_i^3}{12}} - \frac{1}{\sum_{i=1}^n E''_{y,i} \frac{z_{max,i}^3 - z_{min,i}^3}{3}}} \right) \quad (2.30)$$

avec ℓ la longueur moyenne des lignes autour de la surface, tel un « cadre ».

5. Retourner les valeurs D''_{44} , D''_{55} du système de coordonnées x'', y'' vers le système de coordonnées x, y (système de coordonnées local de la surface) pour obtenir les rigidités D_{44} , D_{55} , D_{45} .

$$\begin{aligned} D_{44} &= \cos^2(\varphi) D''_{44} + \sin^2(\varphi) D''_{55} \\ D_{55} &= \sin^2(\varphi) D''_{44} + \cos^2(\varphi) D''_{55} \\ D_{45} &= \sin(\varphi) \cos(\varphi) (D''_{44} - D''_{55}) \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.4.2 Non-considération de l'effet collaborant

Examinons maintenant un panneau composé de n couches de matériaux isotropes. Les couches individuelles ne sont pas fixées entre elles de sorte qu'il ne se produise aucun transfert de cisaillement. Les couches ont la même épaisseur t_i et les coordonnées z minimales $z_{\min,i}$ et maximales $z_{\max,i}$.

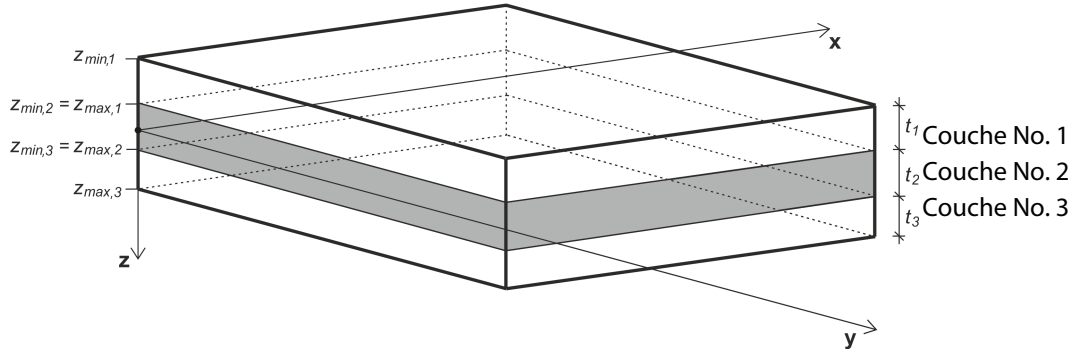


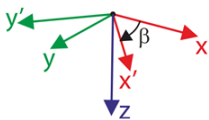
Figure 2.12: Représentation des couches

La matrice de rigidité de chaque couche \mathbf{d}'_i est définie selon la formule suivante.

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{11,i} & d'_{12,i} & 0 \\ d'_{12,i} & d'_{22,i} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{33,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{x,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & \frac{\nu_{xy,i} E_{y,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & 0 \\ \frac{\nu_{xy,i} E_{y,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & \frac{E_{y,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{xy,i} \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.32)$$

Pour les matériaux où $E_{x,i} = E_{y,i}$, la matrice de rigidité a une forme simplifiée :

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{11,i} & d'_{12,i} & 0 \\ d'_{12,i} & d'_{22,i} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{33,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} & \frac{\nu_i E_i}{1 - \nu_i^2} & 0 \\ \frac{\nu_i E_i}{1 - \nu_i^2} & \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_i \end{bmatrix}, \quad G_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.33)$$



Les couches en matériaux orthotropes pouvant être orientées librement selon l'angle β , les matrices de rigidité des couches individuelles doivent être transformées en un système de coordonnées uniforme x, y (c'est-à-dire le système de coordonnées local d'une surface).

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{11,i} & d_{12,i} & d_{13,i} \\ d_{12,i} & d_{22,i} & d_{23,i} \\ \text{sym.} & & d_{33,i} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3 \times 3,i}^T \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3 \times 3,i} \quad (2.34)$$

avec

$$\mathbf{T}_{3 \times 3,i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad \text{avec } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i) \quad (2.35)$$

Les éléments individuels sont alors

$$\begin{aligned}
 d_{11,i} &= c^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + s^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i} \\
 d_{12,i} &= c^2 s^2 d'_{11,i} + s^4 d'_{12,i} + c^4 d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} - 4c^2 s^2 d'_{33,i} \\
 d_{13,i} &= c^3 s d'_{11,i} + c s^3 d'_{12,i} - c^3 s d'_{12,i} - c s^3 d'_{22,i} - 2c^3 s d'_{33,i} + 2c s^3 d'_{33,i} \\
 d_{22,i} &= s^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i} \\
 d_{23,i} &= c s^3 d'_{11,i} + c^3 s d'_{12,i} - c s^3 d'_{12,i} - c^3 s d'_{22,i} + 2c^3 s d'_{33,i} - 2c s^3 d'_{33,i} \\
 d_{33,i} &= c^2 s^2 d'_{11,i} - 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} + (c^2 - s^2)^2 d'_{33,i}
 \end{aligned}$$

La matrice de rigidité globale est donc

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

	en flexion et torsion
	en cisaillement
	en membrane

Si les angles β_i sont des multiples de 90° , la matrice de rigidité globale a une forme simplifiée

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Éléments de la matrice de rigidité : en flexion et torsion [Nm]

$$\begin{aligned}
 D_{11} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{11,i} & D_{12} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{12,i} \\
 D_{22} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{22,i} & D_{33} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{33,i}
 \end{aligned}$$

Éléments de la matrice de rigidité : en membrane [N/m]

$$\begin{aligned}
 D_{66} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{11,i} & D_{67} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{12,i} \\
 D_{77} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{22,i} & D_{88} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{33,i}
 \end{aligned}$$

Éléments de la matrice de rigidité : en cisaillement [N/m]

Les éléments de la matrice de rigidité pour le cisaillement sont calculés en suivant ces étapes :

1. Définir la direction de la rigidité maximum et du système de coordonnées correspondant x'' , y'' . L'angle entre les axes x et x'' est défini par φ .
2. Transposer les rigidités de cisaillement transverse G_{xz} , G_{yz} pour chaque couche du système de coordonnées x' , y' sur le système de coordonnées x'' , y'' pour obtenir $G''_{xz,i}$, $G''_{yz,i}$.

$$G''_{xz,i} = \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \quad (2.39)$$

$$G''_{yz,i} = \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \quad i = 1, \dots, n$$

3. Calculer D''_{44} , D''_{55} dans le système de coordonnées x'' , y'' et considérer $D''_{45} = 0$.

$$D''_{44} = \frac{5}{6} \sum_{i=1}^n G''_{xz,i} t_i \quad (2.40)$$

$$D''_{55} = \frac{5}{6} \sum_{i=1}^n G''_{yz,i} t_i \quad (2.41)$$

4. Retourner les valeurs D''_{44} , D''_{55} du système de coordonnées x'' , y'' vers le système de coordonnées x , y (système de coordonnées local de la surface) pour obtenir les rigidités D_{44} , D_{55} , D_{45} .

$$\begin{aligned}
 D_{44} &= \cos^2(\varphi) D''_{44} + \sin^2(\varphi) D''_{55} \\
 D_{55} &= \sin^2(\varphi) D''_{44} + \cos^2(\varphi) D''_{55} \\
 D_{45} &= \sin(\varphi) \cos(\varphi) (D''_{44} - D''_{55})
 \end{aligned} \quad (2.42)$$

3 Entrée de données

À l'ouverture du module RF-LAMINATE, une nouvelle boîte de dialogue apparaît sur l'écran. À sa gauche un navigateur permet d'atteindre les différentes fenêtres d'entrée de données.



Pour atteindre une fenêtre, cliquez sur l'entrée correspondante dans le navigateur ou naviguez entre les fenêtres suivantes et précédentes avec les boutons affichés à gauche. Vous pouvez également utiliser le clavier pour accéder à la fenêtre suivante [F2] ou précédente [F3].

Détails...

Lorsque vous cliquez sur le bouton [Détails], une boîte de dialogue s'ouvre. Elle permet de préciser les contraintes et les fenêtres de résultat qui seront affichées (voir le [Chapitre 4.1, page 37](#)).

Norme

Le bouton [Norme] ouvre une boîte de dialogue qui permet le contrôle des coefficients de sécurité et de valeurs limites de la norme sélectionnée (voir [Chapitre 4.2, page 46](#)).

OK

Annuler

Cliquez sur [OK] pour sauvegarder les données entrées (et les résultats, si disponibles), quitter RF-LAMINATE et retourner dans le logiciel de base RFEM. Pour quitter le module sans sauvegarder, cliquez sur [Annuler].

3.1 Données de base

La fenêtre *1.1 Données de base* permet de sélectionner les surfaces et les actions à vérifier. Les deux onglets de la fenêtre permettent de gérer les cas de charge ainsi que les combinaisons de charges et de résultats pour les vérifications à l'ELU et à l'ELS.

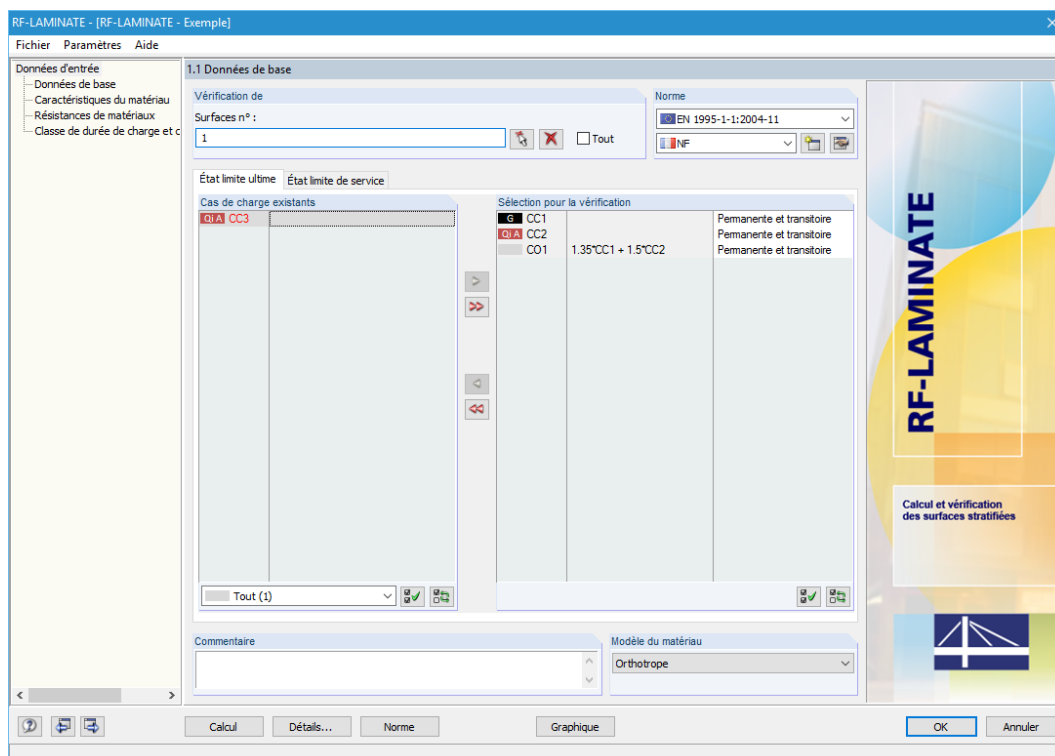


Figure 3.1: Fenêtre 1.1 *Données de base*

Vérification



Décochez la case *Tous* pour sélectionner manuellement les *Surfaces* à vérifier dans la boîte de texte à gauche. Vous pouvez [Supprimer] des numéros de barres grâce au bouton sur la gauche. Utilisez le bouton [Sélectionner] pour sélectionner des objets graphiquement dans la fenêtre graphique de RFEM.

Choix de la norme

Vous pouvez sélectionner la norme à respecter pour la vérification et les valeurs limites de flèche dans le menu déroulant dans le coin supérieur droit de la fenêtre.

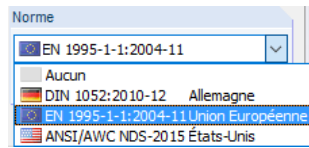


Figure 3.2: Liste des normes

Les Annexes Nationales suivantes peuvent être sélectionnées pour EN 1995-1-1 [2].

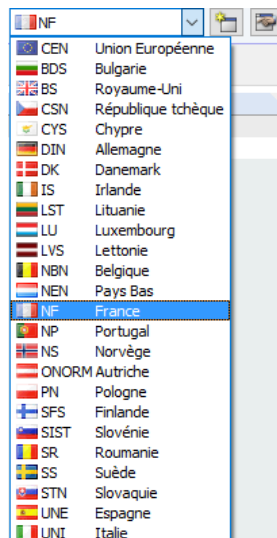
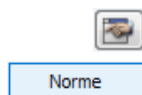


Figure 3.3: Liste des Annexes Nationales



Le bouton [Modifier] ouvre une boîte de dialogue qui permet de contrôler et si nécessaire de modifier la norme ou l'Annexe Nationale sélectionnée. La boîte de dialogue est décrite dans le [Chapitre 4.2](#) à la [page 46](#). Le bouton [Norme] qui permet l'accès à la boîte de dialogue *Norme* est disponible dans toutes les fenêtres du module.

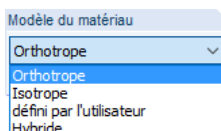


Vous pouvez créer une nouvelle norme ou Annexe Nationale en cliquant sur [Créer une nouvelle norme].

Commentaire

Vous pouvez entrer vos notes et commentaires dans la zone texte au bas de la fenêtre du module.

Type de matériau



Vous pouvez sélectionner le type de matériau que vous souhaitez utiliser dans le menu déroulant. Les types de matériau disponibles sont :

- *Orthotrope*
- *Isotrope*
- *Personnalisé*
- *Hybride*

Les types de matériau sont décrits dans le [Chapitre 2.2](#), à la [page 7](#).

3.1.1 État limite ultime

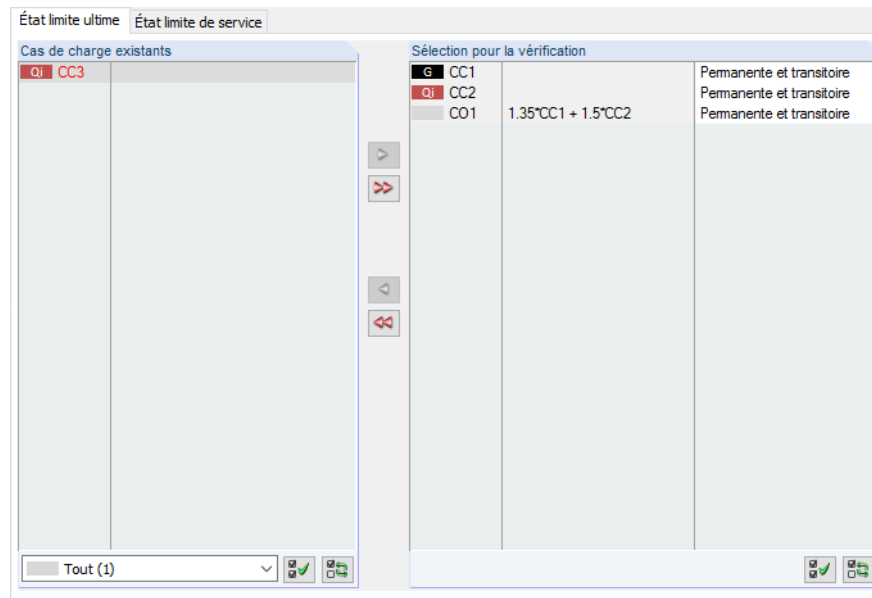




Figure 3.4: Fenêtre 1.1 Données de base, onglet État limite ultime

Cas de charge existants

Cette colonne contient tous les cas de charge, les combinaisons de charges et de résultats créés dans RFEM.

Transférez les cas de charge dans la *Sélection pour la vérification* à droite avec le bouton , ou double-cliquez sur l'entrée voulue. Pour sélectionner tous les cas de charge de la liste, cliquez sur .

Pour sélectionner plusieurs cas à la fois, maintenez la touche [Ctrl] enfoncée et cliquez sur les cas voulus.

Les cas de charge en rouge ne peuvent pas être vérifiés (voir Figure 3.4). C'est le cas lorsque les cas de charge sont définis sans données de charge ou avec uniquement des imperfections.

Plusieurs filtres sont à votre disposition sous la liste. Ils vous permettent de sélectionner vos entrées par cas de charge, par combinaison de charge ou par type d'action. Leurs fonctions sont les suivantes :





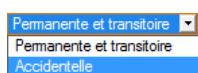
	Sélectionner tous les cas de charge de la liste
	Inverser la sélection des cas de charge

Tableau 3.1: Boutons de l'onglet État Limite Ultime

Sélectionné pour la vérification

La colonne de droite liste les cas de charge et les combinaisons de charges et de résultats sélectionnés pour la vérification. Cliquez sur le bouton  ou double-cliquez sur le cas pour le retirer de la liste. Le bouton  déplace tous les cas de charge vers la liste de gauche.



Vous pouvez assigner des combinaisons de charges et de résultats aux situations de calcul suivantes :

- Permanente et transitoire
- Accidentelle

Norme

Ces paramètres définissent le coefficient partiel γ_M des propriétés de matériau. Ce coefficient peut être ajusté dans la boîte de dialogue *Norme* (voir le [Chapitre 4.2.1](#), à la [page 47](#)).

3.1.2 État limite de service

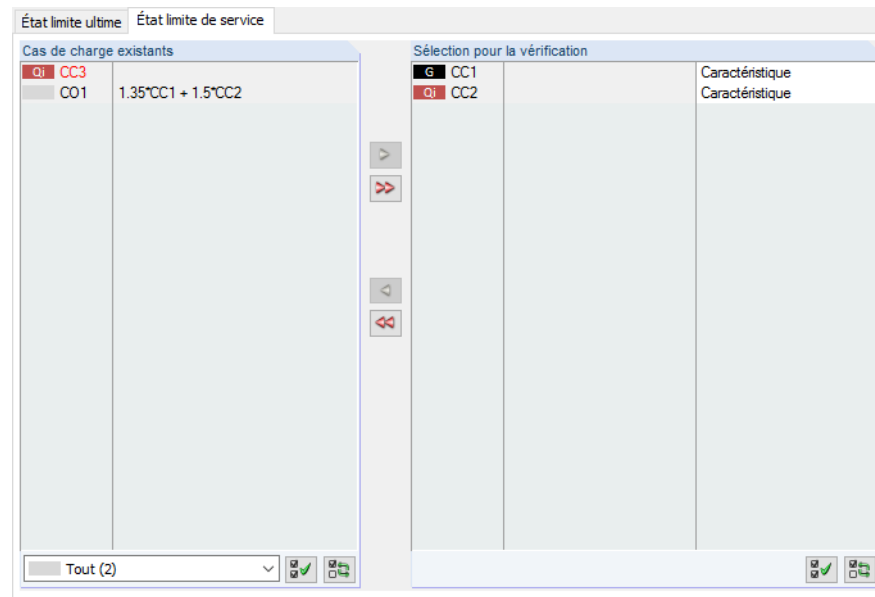


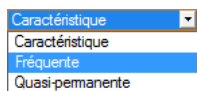
Figure 3.5: Fenêtre 1.1 Données de base, onglet État limite de service

Cas de charge existants

Cette section liste tous les cas de charge, combinaisons de charges et de résultats créés dans RFEM.

Sélectionné pour la vérification

Vous pouvez ajouter ou retirer des cas de charge, combinaisons de charges et de résultats comme décrit dans le [Chapitre 3.1.1](#). Lorsqu'un cas a été transféré, la page *Données de l'état limite de service* s'ajoute au navigateur du module.



Vous pouvez assigner des combinaisons de charges et de résultats aux situations de calcul suivantes :

- *Caractéristique*
- *Fréquente*
- *Quasi-permanente*

Norme

Ces paramètres définissent les valeurs limites appliquées à l'analyse des déplacements. Ces valeurs limites peuvent également être ajustées dans la boîte de dialogue *Norme* (voir le [Chapitre 4.2.2](#), à la [page 48](#)).

3.2 Caractéristiques des matériaux

Cette fenêtre permet de définir les propriétés de plusieurs couches d'une même surface.

1.2 Caractéristiques du matériau - Orthotrope

Composition actuelle: 1 | Comp. 1

Couleur: [Sélecteur de couleur]

Liste des Surfaces: 1

Composition n° 1

Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Direction orthotrope β [°]	E Module d'élasticité [N/mm ²] E _x	F E _y	G Module de cisaillement [N/mm ²] G _{yz}	H G _{yz}
1	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00	11000.0	0.0	690.0	69.0
2	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00	11000.0	0.0	690.0	69.0
3	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00	11000.0	0.0	690.0	69.0
4								
5								
6								
7								
8								
9								

Information

Couche n° : 1

- Poids spécifique : 4200.0 [N/m³]

- Poids de surface : 100.80 [N/m²]

Σ Épaisseur : 72.0 [mm]

Σ Poids de surface : 302.40 [N/m²]

Plan de référence

Décalage du plan de référence : 0.0 [mm]

Rapporté au :

☐ Bord supérieur

☒ Centre de composition

☐ Bord inférieur

Axe local z
Direction z
Intérieur

Figure 3.6: Fenêtre 1.2 Caractéristiques des matériaux - Orthotrope

Composition active

La composition étudiée est affichée dans cette section de la fenêtre, avec les couches de la composition listées dans le tableau en dessous. Les couches peuvent être définies individuellement pour toutes vos compositions. Vous pouvez également créer des compositions multicouches.

Leurs fonctions sont les suivantes :

Bouton	Fonction
	Créer une nouvelle composition
	Afficher les détails de composition (voir la Figure 3.15, à la page 29)
	Copier la composition active
	Supprimer la composition active
	Supprimer toutes les compositions

Tableau 3.2: Boutons de la section Composition active

Couleur

Vous pouvez assigner des couleurs à vos compositions. Utilisez le bouton pour modifier la couleur de la composition active.

Liste des surfaces

Les surfaces à considérer pour chaque composition sont à définir dans cette fenêtre. Le bouton permet de sélectionner les surfaces graphiquement dans la fenêtre graphique de RFEM.

Couches

Les couches individuelles de la composition active sont à définir dans cette fenêtre. Les matériaux peuvent être sélectionnés dans la [Bibliothèque], vous avez le choix entre de nombreux matériaux répondant aux paramètres requis. Vous pouvez ouvrir la bibliothèque de matériaux en cliquant le bouton affiché à gauche, ou en plaçant le curseur sur la ligne de la colonne A voulue, et en cliquant sur .

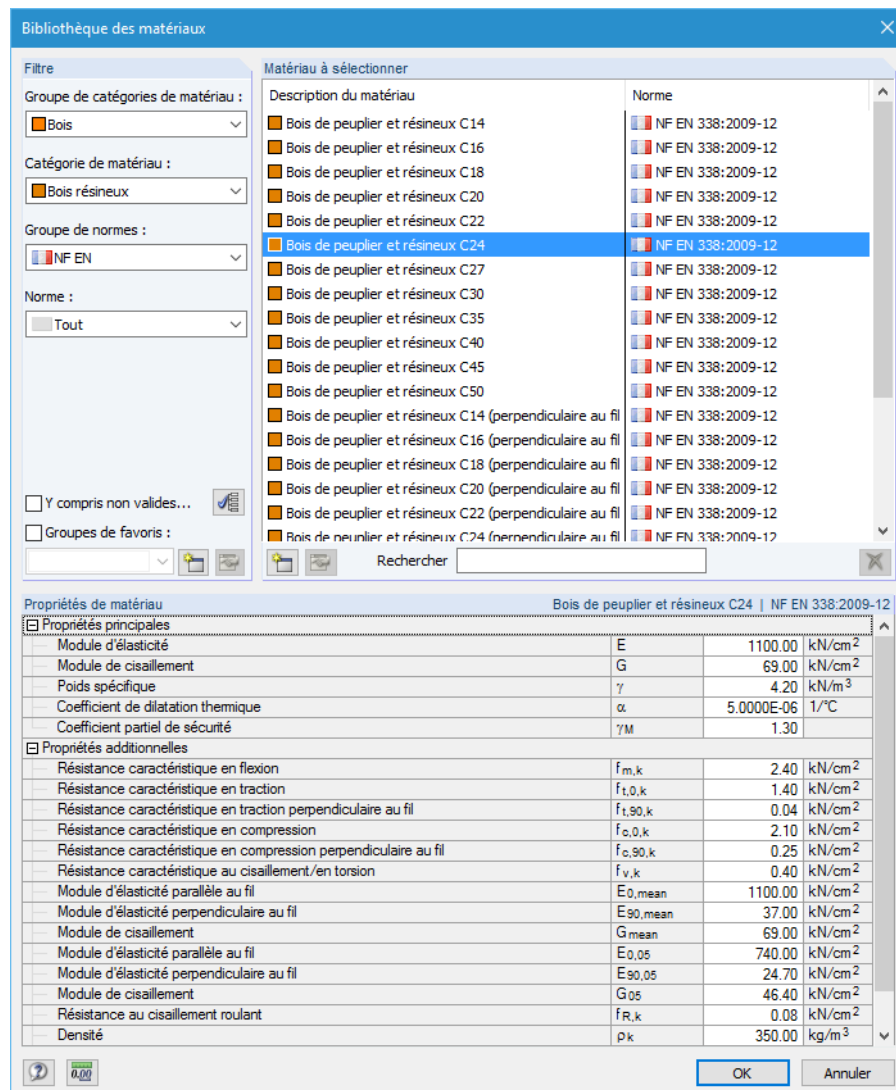
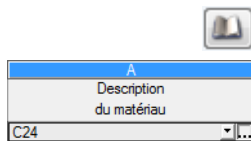


Figure 3.7: Bibliothèque de matériaux

La bibliothèque est exhaustive et beaucoup d'options de classement sont disponibles avec les menus déroulants du *Filtre*. Vous pouvez filtrer les matériaux par *Groupe de catégories de matériau*, *Catégorie de matériau*, *Groupe de normes* et par *Norme*. Vous pouvez sélectionner le matériau voulu et contrôler ses paramètres dans *Propriétés de matériau* au bas de la fenêtre.

Le chapitre 4.3 du manuel RFEM explique comment filtrer, ajouter ou réorganiser des matériaux dans la bibliothèque.

Vous pouvez importer le matériau sélectionné dans la fenêtre 1.2 *Caractéristiques des matériaux* en cliquant sur [OK], avec la touche [↵] ou par un double-clic. Les matériaux importés peuvent être modifiés directement dans le module.

Compositions



Des compositions entières peuvent être définies à partir de la bibliothèque de matériaux. La base de données est accessible en cliquant sur le bouton [Importer les couches de la bibliothèque].

Couches								
Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Direction orthotrope β [°]	E Module d'élasticité E_x [N/mm ²]	F Module d'élasticité E_y [N/mm ²]	G Module de cisaillement G_{xz} [N/mm ²]	H Module de cisaillement G_{yz} [N/mm ²]
1	Bois de peuplier et résineux C16	Bois lamellé-croisé	19.0	0.00	12000.0	370.0	690.0	50.0
2	Bois de peuplier et résineux C16	Bois lamellé-croisé	34.0	90.00	12000.0	370.0	690.0	50.0
3	Bois de peuplier et résineux C16	Bois lamellé-croisé	19.0	0.00	12000.0	370.0	690.0	50.0
4	Bois de peuplier et résineux C16	Bois lamellé-croisé	34.0	90.00	12000.0	370.0	690.0	50.0
5	Bois de peuplier et résineux C16	Bois lamellé-croisé	19.0	0.00	12000.0	370.0	690.0	50.0
6								
7								
8								
9								

Figure 3.8: Bouton [Importer les couches de la bibliothèque]

Dans cette bibliothèque, vous pouvez choisir entre les différents *Fabricants*, *Types* et *Épaisseurs* de couches.

KLH
ANSI/APA PRG 320 CLT - CAN
ANSI/APA PRG 320 CLT - US
Binderholz
Decker
Derix
Haas
Hasslacher Norica Timber
KLH
Kronoply
MetsäWood
Nordic Structures
Pollmeier
Schilliger
Steico
Stora Enso (DIBt-Z-9, 1-599)
Stora Enso (ETA-14/0349)
Structurlam

Sélection

Fabricant :
KLH

Type :
Couche supérieure 0 - TL

Épaisseur :
125mm

Couches

Couche n°	A Épaisseur t [mm]	B Direction de l'orthotropie β [°]
1	19.0	0.00
2	34.0	90.00
3	19.0	0.00
4	34.0	90.00
5	19.0	0.00
Σ	125.0	

Facteur de réduction de rigidité

k₃₃: 1.00 [-]

k₈₈: 1.00 [-]

Figure 3.9: boîte de dialogue Importer les couches de la bibliothèque

Si nécessaire, les paramètres de la composition de couche importée peuvent être modifiés dans le tableau *Couches*.

Lorsque vous choisissez un matériau orthotrope dans la fenêtre 1.1 *Données de base*, la direction orthotrope définie β s'affiche en arrière-plan du modèle RFEM (voir la Figure 3.10), ce qui vous permet de vérifier vos réglages sur la représentation graphique.

1.2 Caractéristiques du matériau - Orthotrope

Composition actuelle

1 | Comp. 1

Couches

Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Direction orthotrope β [°]
1	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00
2	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00
3	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00

1.2 Caractéristiques du matériau - Orthotrope

Composition actuelle

1 | Comp. 1

Couches

Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Direction orthotrope β [°]
1	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00
2	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00
3	C24	Contreplaqué (Partie 2)	24.0	90.00

Figure 3.10: Affichage de la direction orthotrope β

Les boutons disponibles sous le tableau *Couches* ont les fonctionnalités suivantes :

Bouton	Nom	Fonction
	Charger une couche	Charge une couche enregistrée précédemment
	Enregistrer les couches sous	Enregistre la composition active comme modèle. La composition pourra être chargée avec le bouton
	Supprimer toutes les couches	Supprime la composition active
	Bibliothèque de matériaux	Ouvre la <i>Bibliothèque de matériaux</i>
	Bibliothèque de couches	Ouvre la boîte de dialogue <i>Importer des couches de la bibliothèque</i>
	Matrice de couche	Affiche les éléments de la matrice de rigidité de la couche active → Chapitre 2.4 , à la page 12
	Matrice de composition	Affiche les éléments de la matrice de rigidité de la composition entière → Chapitre 2.4 , à la page 12
	Mode d'affichage	Passe à la fenêtre RFEM pour des évaluations graphiques, sans pour autant fermer RF-LAMINATE
	Exporter vers Excel	Exporte le tableau vers MS Excel ou OpenOffice Calc → Chapitre 7.2 , à la page 63
	Importer à partir de Excel	Importe les données d'une feuille de MS Excel ou OpenOffice Calc dans le tableau

Tableau 3.3: Boutons du tableau *Couches*

Informations

Information

Couche n° : 1

- Poids spécifique : 4800.0 [N/m³]

- Poids de surface : 91.20 [N/m²]

Σ Épaisseur : 125.0 [mm]

Σ Poids de surface : 600.00 [N/m²]

Figure 3.11: Section *Informations*

La section *Informations* fournit le poids spécifique et le poids de surface de la couche sélectionnée, mais aussi l'épaisseur totale et le poids de surface total de la composition active.

Plan de référence

Plan de référence

Décalage du plan de référence : 20.0 [mm]

Rapporté au :

☒ Bord supérieur

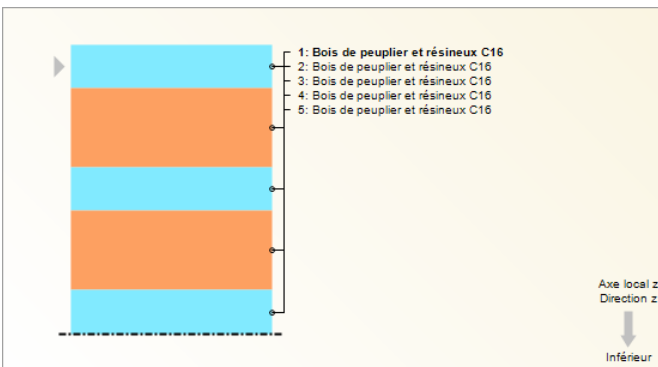
☐ Centre de composition

☐ Bord inférieur

Figure 3.12: Section *Plan de référence*

Si la surface est supportée par des appuis excentriques, le *décalage* du plan de référence peut être considéré. Les excentrement sont toujours pertinents dans le calcul des compositions asymétriques. Avec le décalage, le nouveau centre de gravité, ainsi que les appuis au-dessus et au-dessous des couches sont pris en compte.

Les éléments excentrés de la matrice de rigidité (voir l'Équation 2.20, à la page 13) sont calculés en considérant le décalage défini. Le décalage du plan de référence signifie également un déplacement des supports. Un graphique modifiable affiche le plan de référence pour une bonne évaluation de votre entrée.



Information

Couche n° : 1

- Poids spécifique : 4200.0 [N/m³]

- Poids de surface : 79.80 [N/m²]

Σ Épaisseur : 125.0 [mm]

Σ Poids de surface : 525.00 [N/m²]

Plan de référence

Décalage du plan de référence : 1.0 [mm]

Rapporté au :

☐ Bord supérieur

☐ Centre de composition

☒ Bord inférieur

Figure 3.13: Plan de référence déplacé à l'extrémité inférieure



Vous pouvez contrôler les éléments de la matrice de rigidité modifiés en cliquant sur le bouton [Matrice de composition]. Les éléments excentrés de la matrice sont affichés dans la fenêtre *Éléments de la matrice de rigidité étendue*.

Éléments de la matrice de rigidité (effets excentriques)

D16: -44377.2 [kNm/m]	D17: -578.8 [kNm/m]	D18: 0.0 [kNm/m]
	D27: -52382.7 [kNm/m]	D28: 0.0 [kNm/m]
		D38: -5390.6 [kNm/m]

Figure 3.14: Données des *Éléments de la matrice de rigidité avec les effets d'excentrement*

Détails de la composition



La boîte de dialogue *Détails de la composition* est disponible pour toutes les compositions. Pour l'ouvrir, cliquez sur le bouton [Modifier les détails de composition] situé à droite de la zone de texte *Composition active*.

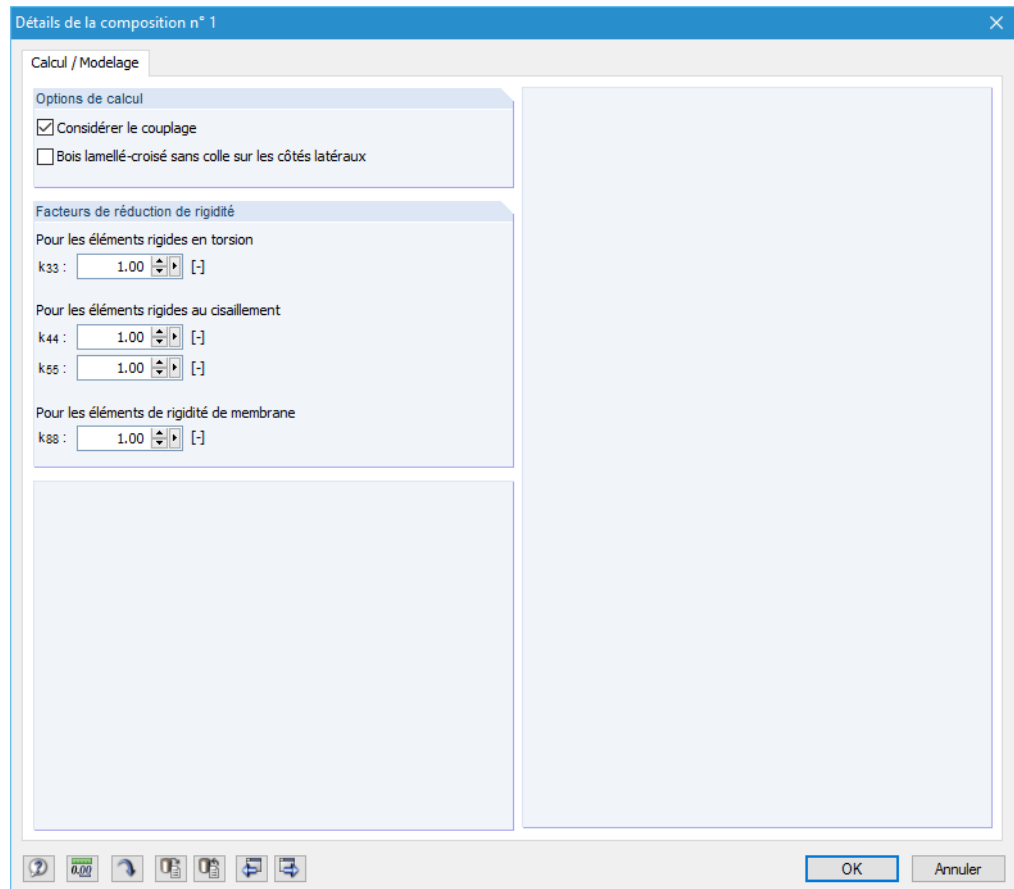


Figure 3.15: boîte de dialogue *Détails de la composition*

Options de calcul

Sur la partie supérieure de la fenêtre, la case *Considérer le couplage* est cochée par défaut, ce qui signifie que le cisaillement entre couches est considéré.

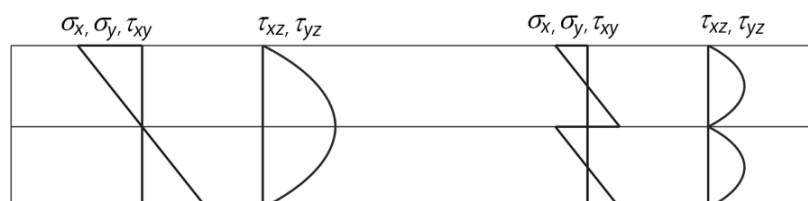


Figure 3.16: Contraintes normales en flexion d'un panneau à deux couches, avec couple de cisaillement des couches à gauche et sans, à droite



La considération de l'effet collaborant dû au cisaillement est décrite dans le [Chapitre 2.4.1](#) et [Chapitre 2.4.2](#).

La case *Bois CLT sans colle sur les côtés courts* peut servir pour les panneaux CLT multicouches. $E_y = 0$ et l'élément de la matrice de rigidité D_{88} des types de matériaux orthotropes sont définis comme :

$$D_{88} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n t_i d_{33,i} \quad (3.1)$$

Le coefficient réducteur $\frac{1}{4}$ est recommandé, comme expliqué dans DIN EN 1995-1-1, figure (NA.28).

L'élément de rigidité D_{88} de la matrice des matériaux de type isotrope et définis par l'utilisateur sont définis comme décrit dans l'Équation 3.1.

Coefficient réducteur de rigidité

Cette section de la boîte de dialogue vous permet de réduire l'élément de rigidité de la grille D_{33} par le facteur k_{33} . Seuls les panneaux de composition symétrique et dont les angles de rotation sont des multiples de 90° peuvent être corrigés. La correction est recommandée par les normes ČSN 73 1702:2007, D.2.2(5) et DIN 1052:2008, D.2.2(5).

Vous pouvez également réduire les éléments de rigidité de la matrice en cisaillement D_{44} et D_{55} par les facteurs k_{44} et k_{55} . Ces facteurs ne sont applicables que pour les panneaux dont les angles de rotation sont des multiples de 90° .

Les éléments de rigidité en membrane peuvent également être réduits par le facteur k_{88} .

La matrice de rigidité des compositions symétriques est alors égale à

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & k_{33}D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{44}D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & k_{55}D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & k_{88}D_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3.3 Résistances des matériaux

La fenêtre 1.3 affiche les résistances caractéristiques des couches individuelles. Les valeurs de la *Composition active* sont importées de la bibliothèque de matériaux (voir la Figure 3.7, à la page 25).

The screenshot shows the 'Résistances des matériaux' window. At the top, there are tabs for 'Composition actuelle' and 'Liste des Surfaces'. Below these is a table with columns A through J. Column A is 'Couche n°', column B is 'Description du matériau', and columns C through J are various resistance values. The table contains three rows of data for 'Bois de peuplier et résineux C24'. Below the table is a diagram of a three-layer material cross-section with a legend: 1: Bois de peuplier et résineux C24, 2: Bois de peuplier et résineux C24, 3: Bois de peuplier et résineux C24. To the right of the diagram is an 'Information' panel with fields for 'Couche n°: 1', '- Poids spécifique', '- Poids de surface', 'Σ Épaisseur', and 'Σ Poids de surface'.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
Couche n°	Description du matériau	$f_{b,0,k}$	$f_{b,90,k}$	$f_{t,0,k}$	$f_{t,90,k}$	$f_{c,0,k}$	$f_{c,90,k}$	$f_{xy,k}$	$f_{v,k}$	$f_{R,k}$
1	Bois de peuplier et résineux C24	24.0	24.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	0.8
2	Bois de peuplier et résineux C24	24.0	24.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	0.8
3	Bois de peuplier et résineux C24	24.0	24.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	0.8
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Information

Couche n° : 1

- Poids spécifique : 4200.0 [N/m³]

- Poids de surface : 168.00 [N/m²]

Σ Épaisseur : 120.0 [mm]

Σ Poids de surface : 504.00 [N/m²]

Figure 3.17: Fenêtre 1.3 Résistances des matériaux

Ce tableau permet de modifier les valeurs de la *Résistance en flexion / traction / compression*, ainsi que les valeurs de la *Résistance au cisaillement*.

Les boutons sous le tableau sont les mêmes que dans la fenêtre précédente, 1.2 *Caractéristiques des matériaux*. Ces boutons et leur fonctions sont décrits dans le Chapitre 3.2, à la page 27.

La section *Information* fournit le poids spécifique et le poids de surface de la couche sélectionnée, ainsi que l'épaisseur totale et le poids de surface total de la composition étudiée.

3.4 Classe de durée de charge et classe de service

La fenêtre 1.4 *Classe de durée de charge et classe de service* s'affiche si la vérification est selon EN 1995-1-1:2004-11 ou DIN 1052:2010-12, ou encore si une action a été sélectionnée dans l'onglet *État limite ultime* de la fenêtre 1.1.

1.4 Classe de durée de charge et classe de service

Attribution de la classe de durée de charge aux cas de charge / combinaisons de charge

Charge-ment	A Description	B Type de charge	C Classe de durée de charge CDC
CC1		Permanente	Permanente
CC2		Imposée	Long terme
CO1	1.35*CC1 + 1.5*CC2		Long terme

Classe de service

☐ Identique pour toutes les surfaces

Classe de service : 1

☒ Différente...

Classe de service 1: Intérieur
Température de 20 °C et l'humidité relative de l'air ne dépassant la valeur de 65 % que quelques semaines par an.
Exemple :
Bâtiments fermés de tous les côtés et bâtiments chauffés

Classe de service 2 : Extérieur, couvert
Température de 20 °C et l'humidité relative de l'air ne dépassant la valeur de 85 % que quelques semaines par an.
Exemple :
Bâtiments avec toiture sans façades

Classe de service 3 : Extérieur, pleinement exposé
Conditions climatiques menant à l'humidité supérieure à la classe de service 2.
Exemple :
Barres structurelles sont librement exposées aux effets climatiques

Figure 3.18: Fenêtre 1.4 *Classe de durée de charge et classe de service*

Cette fenêtre permet d'assigner les classes de durée de charge et les classes de service afin de considérer les conditions climatiques voulues.

Chargement

Les cas de charge et les combinaisons sélectionnés pour la vérification à l'ELU sont listés dans cette colonne. En cas de combinaisons de charges ou de résultats, les cas de charge concernés sont listés.

Description

Les descriptions définies dans RFEM facilitent la classification des actions.

Type de charge

Cette colonne affiche les catégories d'action des cas de charge selon leurs définitions dans RFEM. Les paramètres de la colonne suivante sont prédéfinis selon les types de charge.

Classe de durée de charge

Classe de durée de charge
CDC

Permanente

Long terme

Moyen terme

Court terme

De durée instantanée

Les cas de charge et leurs combinaisons doivent avoir une classe de durée de charge définie pour la vérification. Les différentes classes sont décrites dans EN 1995-1-1, Tableau 3.1. Lorsque vous sélectionnez un paramètre dans le menu déroulant, le facteur correspondant k_{mod} est assigné automatiquement à la classe de durée de charge et à la catégorie de facteur correspondants.

Les combinaisons de charges et de résultats sont répertoriées selon leur cas de charge déterminant.


Norme

Vous pouvez contrôler les valeurs de k_{mod} dans la boîte de dialogue *Norme* (voir le [Chapitre 4.2.1](#), à la [page 47](#)).

Classe de service



L'affectation d'une *Classe de service* dans la partie droite de la fenêtre permet de contrôler les facteurs de modification k_{mod} , ainsi que l'analyse des déviations selon les conditions climatiques. Les classes de service sont décrites dans EN 1995-1-1, Chapitre 2.3.1.3.

Toutes les surfaces sont par défaut affectées à une seule et même classe de service. Vous pouvez également affecter une classe de service *Différente* avec le bouton . La nouvelle boîte de dialogue permet d'affecter individuellement des nouvelles classes de service aux surfaces voulues.

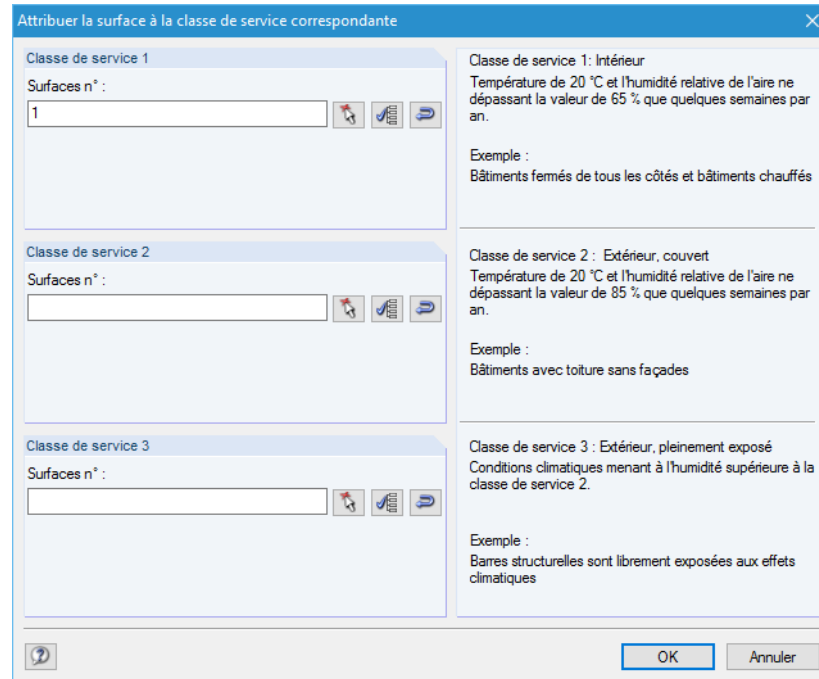


Figure 3.19: boîte de dialogue *Affecter la classe de service aux surfaces correspondantes*

Les boutons à droite des zones de texte permettent :




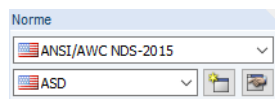
Bouton	Fonction
	Sélection graphique de surfaces dans la fenêtre graphique de RFEM
	Affecter cette classe de service à toutes les surfaces
	Affecter cette classe de service à toutes les surfaces qui n'en ont pas

Tableau 3.4: Boutons dans la boîte de dialogue *Affecter la classe de service aux surfaces correspondantes*

3.5 Conditions en service



La fenêtre 1.5 *Conditions en service* est disponible si vous menez la vérification selon ANSI/AWC NDS-2015 [3]. Cette fenêtre permet de contrôler les conditions d'humidité C_M et le facteur de température C_t .

1.5 Conditions en service

Surface n°	A Condition d'humidité	B Température	C Note	D Commentaire
2	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
4	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
5	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
6	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
7	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
8	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
9	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
10	Sèche	$T \leq 100^\circ\text{F}$		
12	Mouillée	$T \leq 100^\circ\text{F}$	1)	
15	Mouillée	$T \leq 100^\circ\text{F}$	1)	
18	Mouillée	$T \leq 100^\circ\text{F}$	1)	
20	Mouillée	$T \leq 100^\circ\text{F}$	1)	

☐ Définir l'entrée pour les surface n°

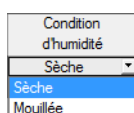
☐ Tout

1) Le facteur pour les conditions de service mouillée doit être ajusté dans boîte de dialogue standard

Figure 3.20: Fenêtre 1.5 *Conditions en service*

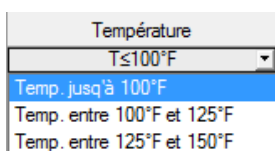
Les conditions de service pour la vérification peuvent être précisées dans cette fenêtre pour chaque surface.

Condition d'humidité en service



Lorsque le niveau d'humidité est sous les 16 %, le niveau d'humidité en service est prédéfini comme sec. Utilisez le bouton pour ouvrir le menu déroulant et ainsi pouvoir modifier les conditions en service.

Température



Des températures jusqu'à 150°F (65,6°C) sont possibles pour la vérification. Si nécessaire, une température par défaut $T \leq 100^\circ\text{F}$ (37,8°C) est aussi sélectionnable avec le bouton .

Note

Une note peut s'afficher dans cette colonne après la modification des paramètres. La note est expliquée sous le tableau.

Définir comme entrée pour les surfaces No.



Si cette case est cochée, les paramètres entrés par la suite seront appliqués aux surfaces sélectionnées ou à Toutes les surfaces. Vous pouvez sélectionner les surfaces numériquement ou graphiquement en cliquant sur le bouton [Sélectionner]. C'est une option utile lorsque vous souhaitez affecter des conditions identiques à plusieurs surfaces. Veuillez noter que cette fonction ne permet pas de modifier des paramètres déjà définis.

3.6 Données de l'état limite de service

La fenêtre 1.6 *Données de l'état limite de service* contient le dernier tableau d'entrée de données du module et n'est disponible que si une action au minimum a été sélectionnée dans l'onglet *État limite de service* de la fenêtre 1.1 *Données de base*.

1.6 Données de l'état limite de service

Attribution des longueurs de référence aux surfaces

n°	A	B	C	D	E	F
	Liste des surfaces	Type de longueur de référence	L [m]	Porte-à-faux	Déformation rapportée à	Commentaire
1		Ligne de contour minimale	3.000	<input type="checkbox"/>	Système non déformé	
2						

Déformation locale rapportée à la surface parallèle déplacée au point de la déformation minimale de nœud

Déformation locale rapportée au plan de référence déformé défini par l'utilisateur

Figure 3.21: Fenêtre 1.6 *Données de l'état limite de service*

Norme

Les paramètres de cette fenêtre sont indispensables pour une application correcte des limites de déformation. Vous pouvez contrôler et si nécessaire ajuster les valeurs limites de la vérification à l'ELS dans la boîte de dialogue *Norme* (voir le [Chapitre 4.2.2](#), à la [page 48](#)).

Liste des surfaces

Dans la colonne A, vous précisez les surfaces dont les déformations/flèches sont à analyser.

Longueur de référence

Type de longueur de référence

- Ligne de contour minimale
- Ligne de contour minimale
- Ligne de contour maximale
- Défini par l'utilisateur

Le *Type* de longueur de référence peut être sélectionné dans le menu déroulant. Si la *Ligne de contour maximale* d'une surface est définie, la détermination de la déformation maximale $\frac{\ell}{300}$ est réalisée selon le grand côté de la surface. Si la *Ligne de contour minimale* est sélectionnée, c'est le petit côté qui est utilisé.

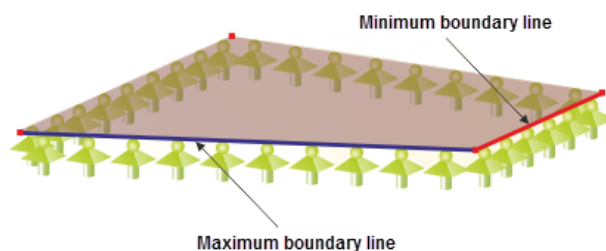


Figure 3.22: Les lignes de contour maximale et minimale pour la détermination de $u_{z,max}$

L [m]
2.446
2.446
2.895

L'option *Défini par l'utilisateur* permet de définir la longueur de référence de la surface manuellement. Si sélectionnée, la valeur de l'entrée est définie dans la boîte de texte L . Vous pouvez également sélectionner la longueur de référence dans le menu déroulant avec le bouton de la fenêtre graphique de RFEM. Il peut être nécessaire de définir les longueurs de référence manuellement, comme pour les surfaces situées dans d'autres surfaces par exemple.

Porte-à-faux

Dans la colonne D vous précisez quelles surfaces sont en porte-à-faux ou pas.

Déformation par rapport à

Le critère de vérification des déformations utilise le déplacement d'une surface, c'est-à-dire la déformation perpendiculaire selon la ligne la plus courte reliant les points d'appui. La déformation locale $u_{z,local}$, qui sera utilisée dans la vérification peut être calculée selon trois méthodes.

- *Système non-déformé*: La déformation est relative au le modèle de base.
- *Surface parallèle déplacée*: Cette méthode est recommandée pour les appuis élastiques. La déformation $u_{z,local}$ existe par rapport à la surface virtuelle de référence déplacée de manière parallèle au système non déformé. La déformation nodale minimale de la surface est appliquée au vecteur de déplacement de la surface de référence.

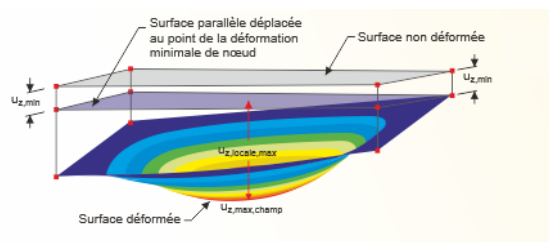


Figure 3.23: La surface parallèle déplacée avec la plus petite déformation nodale $u_{z,min}$ comme vecteur de déplacement

- *Plan de référence déformé*: Si les déformations des appuis diffèrent de façon importante, un plan de référence incliné peut être défini pour la déformation pertinente $u_{z,local}$. Le plan est à définir avec trois points du système non déformé. Le programme définit alors les déformations de ces trois points, place le plan de référence dans les points déplacés et calcule ensuite la déformation $u_{z,local}$.

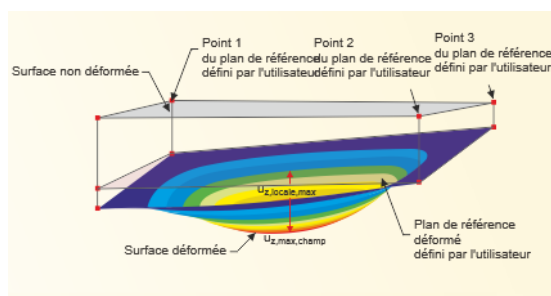


Figure 3.24: Plan de référence déplacé personnalisé.

4 Vérification

Détails...

Avant de lancer la vérification, vous devez contrôler les paramètres détaillés des calculs. Cliquez sur le bouton [Détails] pour ouvrir la boîte de dialogue décrite ci-dessous.

Le programme vérifie d'abord si la matrice de rigidité globale est définie positive (voir le [Chapitre 9.2](#), à la [page 94](#)).

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

La vérification est ensuite menée pour la structure entière modélisée dans RFEM.

4.1 Détails

La boîte de dialogue *Détails* est composée de ces deux onglets :

- *Contraintes*
- *Résultats*

Les boutons suivants sont communs aux deux onglets.







Bouton	Nom	Fonction
	Aide	Demander de l'aide en ligne
	Unités et décimales	Ouvrir la boîte de dialogue <i>Unités et décimales</i> pour le contrôle des unités de RF-LAMINATE
	Revenir aux paramètres par défaut	Rétablir les valeurs DLUBAL par défaut de la boîte de dialogue <i>Détails</i> .
	Par défaut	Rétablir les paramètres de la boîte de dialogue <i>Détails</i> sauvegardés précédemment
	Définir par défaut	Sauvegarder les paramètres actuels comme par défaut, ils pourront être chargés pour vos autres cas dans RF-LAMINATE en cliquant sur 

Tableau 4.1: Boutons de la boîte de dialogue *Détails*

4.1.1 Contraintes

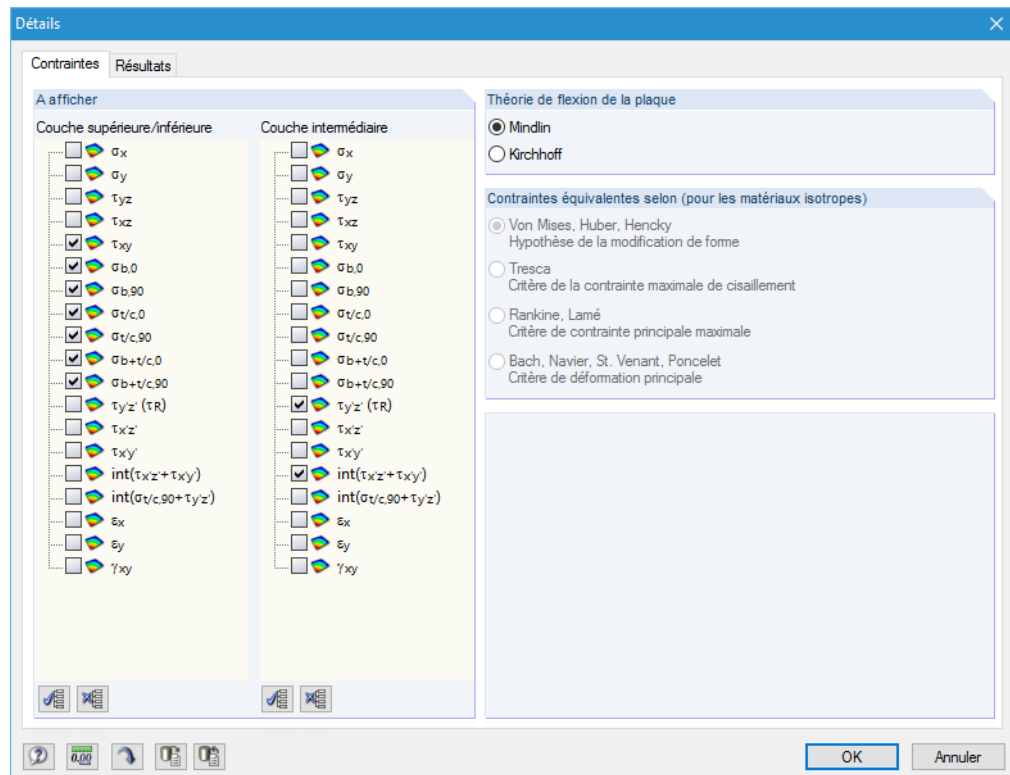


Figure 4.1: boîte de dialogue *Détails*, onglet *Contraintes*

À afficher

Les cases de cet onglet permettent de déterminer quelles contraintes seront affichées dans les tableaux de résultats. Les contraintes de la *Couche supérieure/inférieure* et de la *Couche intermédiaire* peuvent être sélectionnées.



Les boutons [Sélectionner tout] et [Annuler toute la sélection] permettent une sélection rapide.

Les contraintes de base σ_x , σ_y , τ_{xy} , τ_{xz} et τ_{yz} sont calculées par la méthode des éléments finis dans RFEM et servent également de base pour le calcul des contraintes dans le module RF-LAMINATE.

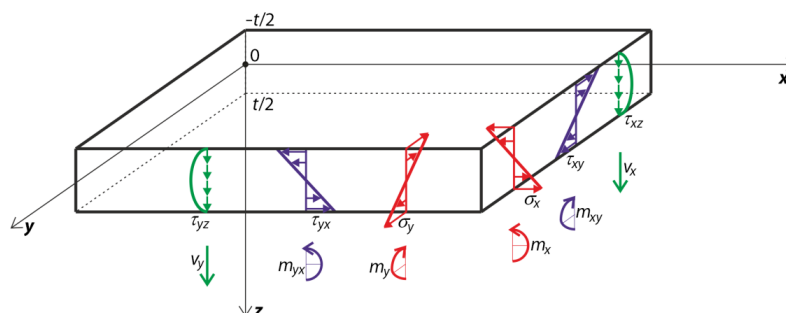


Figure 4.2: Contraintes de base et les signes conventionnels pour un panneau à une couche sollicité en flexion

Les équations données dans le [Tableau 4.2](#) sont valides pour les panneaux à une couche.

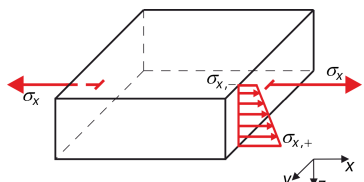
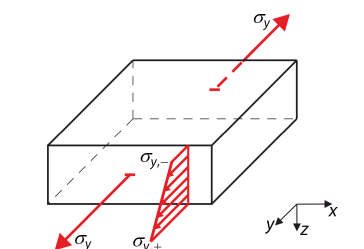
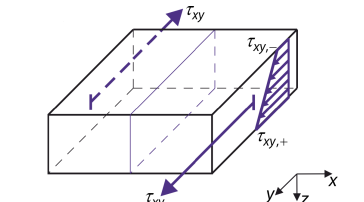
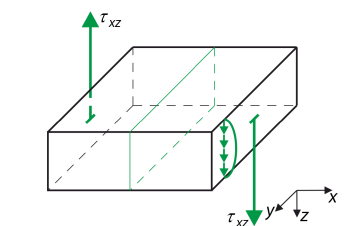
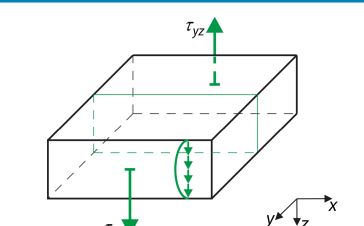
σ_x	<p>Contrainte normale dans la direction x</p> <ul style="list-style-type: none"> Contrainte dans le sens positif de la surface $\sigma_{x,+} = \frac{n_x}{t} + \frac{6 m_x}{t^2}$ <p>avec t = l'épaisseur du panneau</p> <ul style="list-style-type: none"> Contraintes dans le sens négatif de la surface $\sigma_{x,-} = \frac{n_x}{t} - \frac{6 m_x}{t^2}$	
σ_y	<p>Contrainte normale dans la direction y</p> <ul style="list-style-type: none"> Contrainte dans le sens positif de la surface $\sigma_{y,+} = \frac{n_y}{t} + \frac{6 m_y}{t^2}$ <ul style="list-style-type: none"> Contraintes dans le sens négatif de la surface $\sigma_{y,-} = \frac{n_y}{t} - \frac{6 m_y}{t^2}$	
τ_{xy}	<p>Contraintes de cisaillement dans le plan xy</p> <ul style="list-style-type: none"> Contrainte dans le sens positif de la surface $\tau_{xy,+} = \frac{n_{xy}}{t} + \frac{6 m_{xy}}{t^2}$ <ul style="list-style-type: none"> Contraintes dans le sens négatif de la surface $\tau_{xy,-} = \frac{n_{xy}}{t} - \frac{6 m_{xy}}{t^2}$	
τ_{xz}	<p>Contraintes de cisaillement dans le plan xz</p> <ul style="list-style-type: none"> Contraintes dans le centre du panneau $\tau_{xz} = \frac{3 v_x}{2 t}$	
τ_{yz}	<p>Contraintes de cisaillement dans le plan yz</p> <ul style="list-style-type: none"> Contraintes dans le centre du panneau $\tau_{yz} = \frac{3 v_y}{2 t}$	

Tableau 4.2: Contraintes de base

En général, les contraintes des panneaux à couche unique sont calculées à partir de la déformation interne totale de la plaque :

$$\varepsilon_{\text{tot}}^T = \left[\frac{\partial \varphi_y}{\partial x}, -\frac{\partial \varphi_x}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y, \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (4.2)$$

La déformation des couches individuelles est calculée par

$$\varepsilon(z) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \\ -\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

avec z la coordonnée dans la direction z qui requiert la valeur de contrainte. Par exemple, la contrainte pour la couche i est calculée par la relation

$$\sigma(z) = d_i \varepsilon(z) \quad (4.4)$$

avec d_i la matrice de rigidité partielle de la couche i .

Les contraintes doivent être différenciées selon le type de matériau - isotrope ou orthotrope.

Type de matériau isotrope

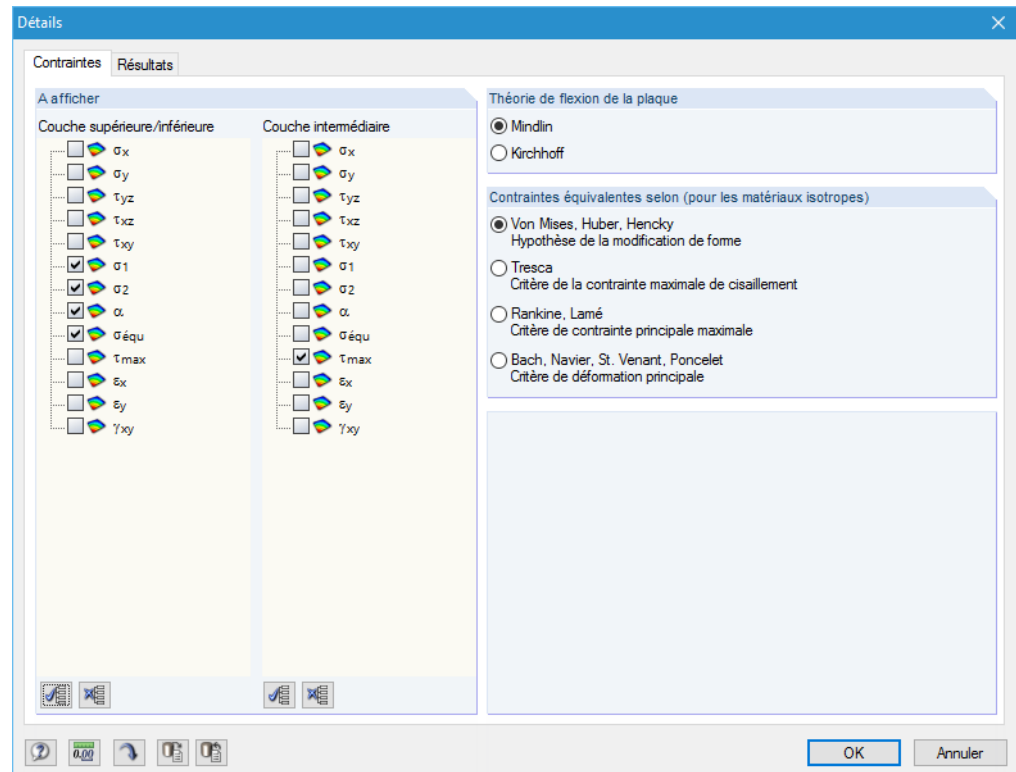


Figure 4.3: Onglet *Contraintes* pour un type de matériau isotrope, de la boîte de dialogue *Détails*

L'effet des contraintes du cisaillement transverse est exprimée par :

Contrainte de cisaillement transverse maximal	
τ_{\max}	$\tau_{\max} = \sqrt{\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2}$

Tableau 4.3: Contrainte de cisaillement transverse maximal

Les formules pour le calcul des contraintes principales et équivalentes sont introduites dans le **Tableau 4.4**. L'effet des contraintes de cisaillement est négligé dans les formules τ_{xz} et τ_{yz} .

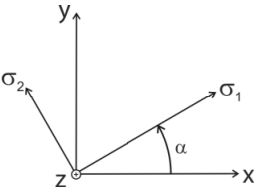
σ_1	<p>Contrainte principale</p> $\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$	
σ_2	<p>Contrainte principale</p> $\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$	
α	<p>Angle entre l'axe local x et la direction de la première contrainte principale</p> $\alpha = \frac{1}{2} \text{atan2}(2\tau_{xy}, \sigma_x - \sigma_y), \quad \alpha \in (-90^\circ, 90^\circ)$ <p>La fonction atan2 est intégrée dans RFEM comme suit :</p> $\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & x > 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + \pi & y \geq 0, x < 0 \\ \arctan \frac{y}{x} - \pi & y < 0, x < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \\ 0 & y = 0, x = 0 \end{cases}$	
	<p>Contrainte équivalente selon VON MISES, HUBER, HENCKY – Hypothèse de la modification de forme</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$	
	<p>Contrainte équivalente selon TRESCA – Critères de contrainte maximale de cisaillement</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \max \left[\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \frac{ \sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \right]$	
σ_{eqv}	<p>Contrainte équivalente selon RANKINE, LAMÉ – Critère de contrainte principale maximale</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \frac{ \sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$	
	<p>Contraintes équivalente selon BACH, NAVIER, ST. VENANT, PONCELET – Critère de déformation principale</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \max \left[\frac{1-\nu}{2} \sigma_x + \sigma_y + \frac{1+\nu}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \nu \sigma_x + \sigma_y \right]$	

Tableau 4.4: Contraintes pour le type de matériau isotrope

Type de matériau orthotrope

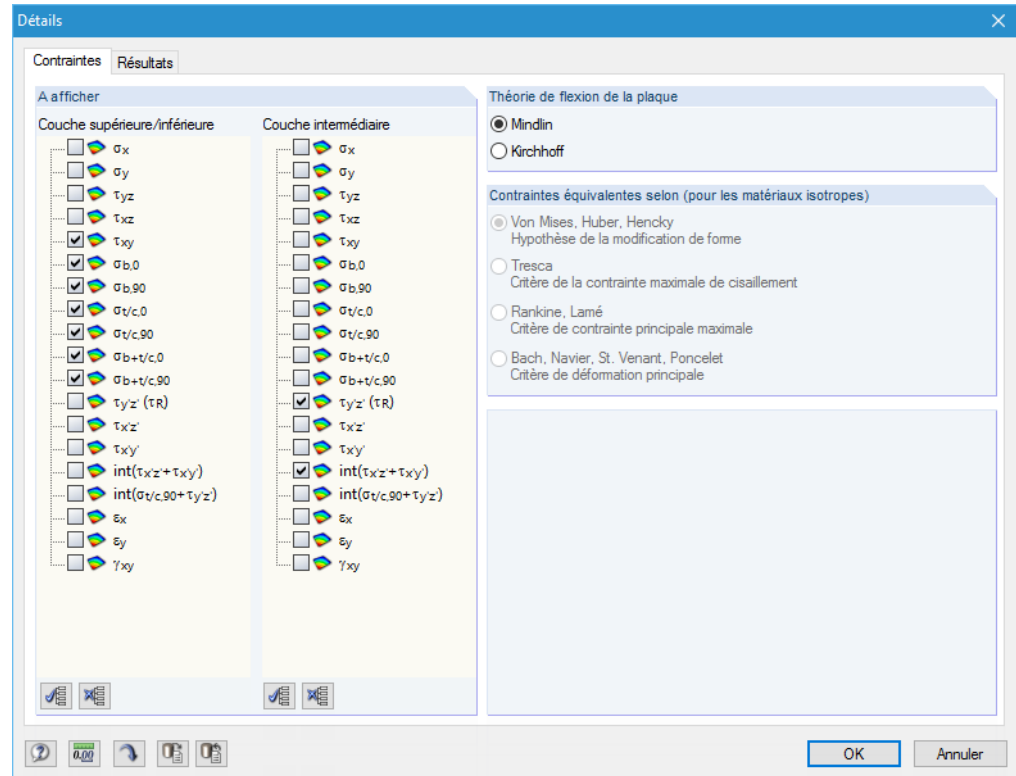


Figure 4.4: Onglet *Contraintes* de la boîte de dialogue *Détails* pour un matériau de type orthotrope

$\sigma_{b+t/c,0}$	<p>Contrainte normale dans la direction des fibres</p> $\sigma_{b+t/c,0} = \sigma_x \cos^2 \beta + \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \sin^2 \beta$	<p>*1 – Direction des fibres</p>
$\sigma_{b+t/c,90}$	<p>Contrainte normale perpendiculaire à la direction des fibres</p> $\sigma_{b+t/c,90} = \sigma_x \sin^2 \beta - \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \cos^2 \beta$	
$\sigma_{t/c,0}$	<p>Composante de la contrainte normale en traction/compression dans la direction des fibres</p> $\sigma_{t/c,0} = \frac{\sigma_{b+t/c,0}(\text{haut}) + \sigma_{b+t/c,0}(\text{milieu}) + \sigma_{b+t/c,0}(\text{bas})}{3}$	
$\sigma_{t/c,90}$	<p>Composante de la contrainte normale en traction/compression perpendiculaire à la direction des fibres</p> $\sigma_{t/c,90} = \frac{\sigma_{b+t/c,90}(\text{haut}) + \sigma_{b+t/c,90}(\text{milieu}) + \sigma_{b+t/c,90}(\text{bas})}{3}$	

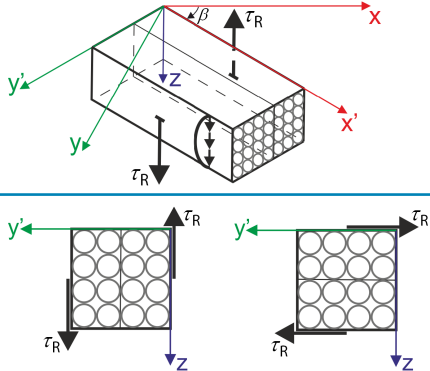
$\sigma_{b,0}$	<p>Composante de la contrainte normale en flexion dans la direction des fibres</p> $\sigma_{b,0} = \sigma_{b+t/c,0} - \sigma_{t/c,0}$
$\sigma_{b,90}$	<p>Composante de la contrainte normale en flexion perpendiculaire à la direction des fibres</p> $\sigma_{b,90} = \sigma_{b+t/c,90} - \sigma_{t/c,90}$
τ_R	<p>Contrainte de cisaillement roulant</p> $\tau_R = -\tau_{xz} \sin \beta + \tau_{yz} \cos \beta$ 

Tableau 4.5: Contraintes pour un matériau de type orthotrope



Les contraintes $\sigma_{b+t/c,0}$, $\sigma_{b+t/c,90}$, $\sigma_{t/c,0}$, $\sigma_{t/c,90}$, $\sigma_{b,0}$, $\sigma_{b,90}$ et τ_R sont exprimées dans le système de coordonnées du fil x', y', z . La direction du fil pouvant être ajustée pour chaque couche, des discontinuités des valeurs de contrainte peuvent exister aux limites des couches. Les formules de transformation de ces contraintes sont introduites dans les équations 5.1 et 5.2, à la page 54.

La contrainte normale comprend les composants de traction/compression, ainsi que les composants de flexion des couches individuelles.

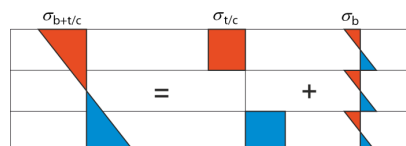


Figure 4.5: Contrainte normale – Partages des composants de traction/compression et de flexion

Théorie des plaques

Deux théories pour l'étude de la flexion des surfaces existent :

- Mindlin
- Kirchhoff

La théorie de MINDLIN considère la déformation due au cisaillement pour le calcul, mais pas la théorie de KIRCHHOFF.



La théorie de MINDLIN est plus adaptée à la vérification des panneaux épais, alors que la théorie de KIRCHHOFF est recommandée pour les panneaux minces.

Les contraintes de cisaillement τ_{xz} et τ_{yz} n'étant pas déterminées de manière exacte selon la théorie de KIRCHHOFF, elle doivent être calculées à partir des conditions d'équilibre.

$$\tau_{xz,max} = \frac{3}{2} \frac{v_x}{t} = 1,5 \frac{v_x}{t} \quad (4.5)$$

$$\tau_{yz,max} = \frac{3}{2} \frac{v_y}{t} = 1,5 \frac{v_y}{t} \quad (4.6)$$

Théorie de flexion de la plaque

- ☒ Mindlin
☐ Kirchhoff

Contraintes équivalentes pour les matériaux isotropes

Les contraintes équivalentes pour les matériaux isotropes peuvent être déterminées à partir de quatre méthodes. Aucune contrainte équivalente ne peut être calculée si un matériau de type orthotrope est sélectionné.

Contraintes équivalentes selon (pour les matériaux isotropes)

- ☒ Von Mises, Huber, Hencky
Hypothèse de la modification de forme
- ☐ Tresca
Critère de la contrainte maximale de cisaillement
- ☐ Rankine, Lamé
Critère de contrainte principale maximale
- ☐ Bach, Navier, St. Venant, Poncelet
Critère de déformation principale

Von Mises, Huber, Hencky – Hypothèse de la modification de forme

Cette hypothèse est également connue sous le nom de HMM ou comme les critères d'énergie. La contrainte équivalente est calculée à partir de

$$\sigma_{\text{eqv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3 \tau_{xy}^2} \quad (4.7)$$

Tresca – critères de la contrainte maximale de cisaillement

En général, cette contrainte équivalente est définie par la relation

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_2 - \sigma_3|), \quad (4.8)$$

qui lorsque $\sigma_3 = 0$, est simplifiée en

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1|, |\sigma_2|) \quad (4.9)$$

donc

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max \left[\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}, \frac{|\sigma_x + \sigma_y| + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}}{2} \right] \quad (4.10)$$

Rankine, Lamé – Critères de contrainte principale maximale

Également connue sous le nom d'hypothèse des contraintes normales. La contrainte de RANKINE est en général définie comme la valeur maximum absolue résultant des contraintes principales.

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) \quad (4.11)$$

qui lorsque $\sigma_3 = 0$, est simplifiée en

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|) \quad (4.12)$$

donc

$$\sigma_{\text{eqv}} = \frac{|\sigma_x + \sigma_y| + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}}{2} \quad (4.13)$$

Bach, Navier, St. Venant, Poncelet – Critère de déformation principale

Selon cette hypothèse, la contrainte équivalente est basée sur la déformation principale et la défaillance est supposée dans la direction de la déformation maximale.

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max(|\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)|, |\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)|, |\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)|) \quad (4.14)$$

qui lorsque $\sigma_3 = 0$, est simplifiée en

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max(|\sigma_1 - \nu \sigma_2|, |\sigma_2 - \nu \sigma_1|, \nu |\sigma_1 + \sigma_2|) \quad (4.15)$$

donc

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max \left[\frac{1 - \nu}{2} |\sigma_x + \sigma_y| + \frac{1 + \nu}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}, \nu |\sigma_x + \sigma_y| \right] \quad (4.16)$$



L'influence des contraintes de cisaillement τ_{xz} et τ_{yz} est négligée dans toutes les équations traitant de la contrainte équivalente.

4.1.2 Résultats

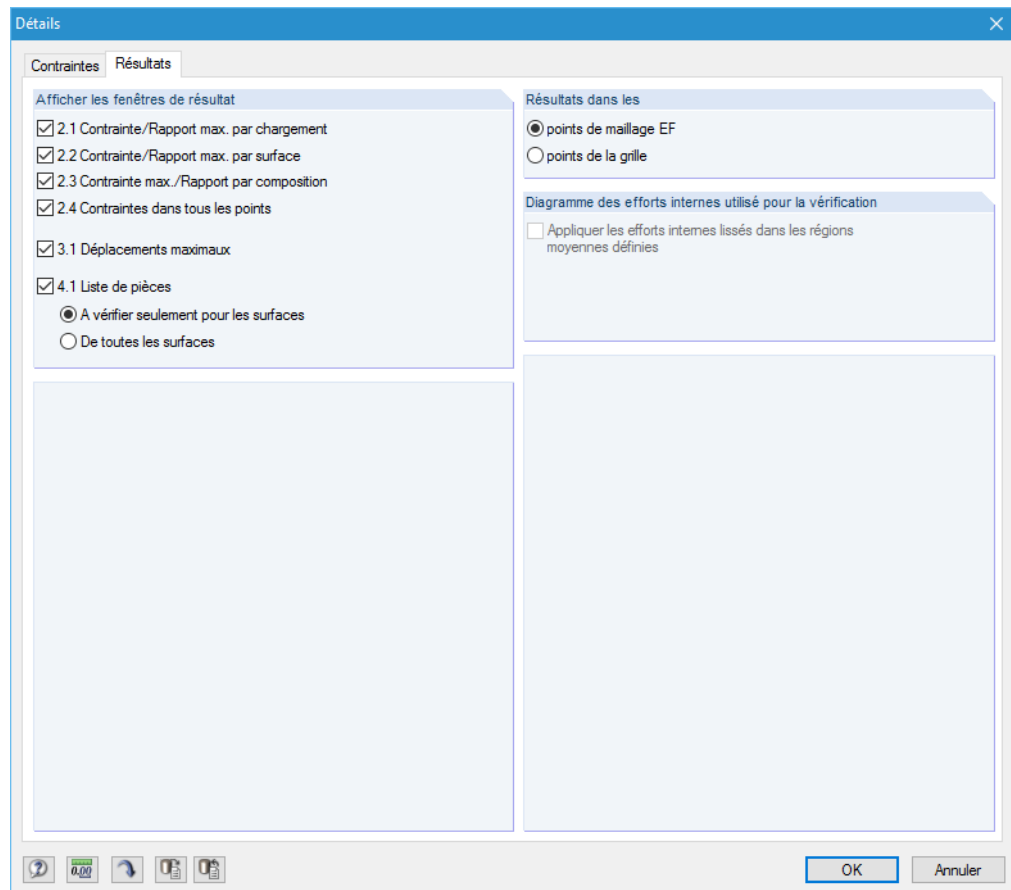


Figure 4.6: Onglet *Résultats* de la boîte de dialogue *Détails*

Affichage des tableaux de résultat

Cette section permet de sélectionner les tableaux de résultat qui seront affichés suite au calcul (contraintes, déviations, liste de pièces).

Les fenêtres de résultat sont décrites dans le [Chapitre 5](#).

Résultats

Les contraintes et les déplacements sont par défaut affichés dans tous les *points de maillage EF*. Vous pouvez également sélectionner l'affichage des résultats dans les *points de grille* de chaque surface. Les points de grille peuvent être définis dans RFEM comme propriété d'une surface (voir le Chapitre 8.13 du manuel de RFEM).



Si une surface est relativement petite, l'espacement par défaut de 0,5 m des points de grille peut causer un nombre très faible de points de grille, voire un seul point à l'origine de la grille. Dans ce cas, la grille n'est pas suffisante, les valeurs maximum ne sont alors pas affichées dans les tableaux de résultat. Vous devez alors adapter la grille aux dimensions de la surface dans RFEM pour que plus de points de grille puissent être créés.

Diagramme des efforts internes pour la vérification

Si vous cochez la case *Appliquer les efforts internes lissés dans les régions moyennes définies*, vous pouvez utiliser les résultats lissés des régions moyennes pour le calcul des contraintes dans RF-LAMINATE. Retrouvez des explications sur les régions moyennes dans le Chapitre 9.7.3 du manuel RFEM.

4.2 Norme

Norme

Cliquez sur le bouton *Norme* pour accéder à la boîte de dialogue correspondante. Ce bouton est disponible dans toutes les fenêtres du module RF-LAMINATE.

Dans la partie supérieure droite de la fenêtre *1.1 Données de base* vous pouvez sélectionner la norme pour la vérification dont les valeurs limites de déplacement doivent être appliquées (voir la [Figure 3.2](#), à la [page 21](#)).

Vous avez le choix entre :

- Pas de norme
- DIN 1052:2010-12 [4]
- EN 1995-1-1:2004-11 [2] avec ses Annexes Nationales
- ANSI/AWC NDS-2015 [3]

Si vous sélectionnez *Aucune*, vous pouvez entrer des valeurs de propriétés de matériaux γ_M personnalisées, ainsi que des valeurs limites personnalisées pour les limites en service indépendantes des normes.



Ici nous décrivons la boîte de dialogue *Norme* à l'aide de la norme **EN 1995-1-1:2004-11** pour illustrer les paramètres pertinents.

Les valeurs de calcul de contrainte (notées d) selon EN 1995-1-1 sont calculées à partir des valeurs caractéristiques limites des contraintes (notée k) :

$$\begin{Bmatrix} f_{b,d} \\ f_{t,d} \\ f_{c,d} \\ f_{b,0,d} \\ f_{t,0,d} \\ f_{c,0,d} \\ f_{b,90,d} \\ f_{t,90,d} \\ f_{c,90,d} \\ f_{xy,d} \\ f_{v,d} \\ f_{eqv,d} \\ f_{R,d} \end{Bmatrix} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \begin{Bmatrix} f_{b,k} \\ f_{t,k} \\ f_{c,k} \\ f_{b,0,k} \\ f_{t,0,k} \\ f_{c,0,k} \\ f_{b,90,k} \\ f_{t,90,k} \\ f_{c,90,k} \\ f_{xy,k} \\ f_{v,k} \\ f_{eqv,k} \\ f_{R,k} \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

La boîte de dialogue *Norme - EN 1995-1-1* est composée de ces onglets :

- *Facteurs pour les matériaux*
- *Limites en service*

4.2.1 Facteurs pour les matériaux

Standard - EN 1995-1-1:2004-11/NF

Facteurs pour les matériaux Limites de service

Catégorie de facteur

- Bois massif
- Bois lamellé-collé
- LVL
- Contreplaqué (Partie 1)
- Contreplaqué (Partie 2)
- Contreplaqué (Partie 3)
- OSB (OSB/2)
- OSB (OSB/3, OSB/4)
- Plaque agglomérée (Partie 4)
- Plaque agglomérée (Partie 5)
- Plaque agglomérée (Partie 6)
- Plaque agglomérée (Partie 7)
- Panneau de fibres - Dur (HB, LA)
- Panneau de fibres - Dur (HB, HLA1 ou 2)
- Panneau de fibres - Mi-dur (MBH, HLA1 ou 2)
- Panneau de fibres - Mi-dur (MBH, HLS1 ou 2)
- Panneau de fibres - MDF (MDF, LA)
- Panneau de fibres - MDF (MDF, HLS)
- Bois lamellé-croisé

Coefficients partiels selon 2.4.1

Situation de projet :

Durable et transitoire γ_M : 1.30

Accidentelle γ_M : 1.00

Facteurs de modification selon le tableau 3.1

Classe de durée de charge (CDC)	Classe de service		
	1	2	3
- Permanente	k_{mod} : 0.60	k_{mod} : 0.60	k_{mod} : 0.50
- Long terme	k_{mod} : 0.70	k_{mod} : 0.70	k_{mod} : 0.55
- Moyen terme	k_{mod} : 0.80	k_{mod} : 0.80	k_{mod} : 0.65
- Court terme	k_{mod} : 0.90	k_{mod} : 0.90	k_{mod} : 0.70
- Instantanée	k_{mod} : 1.10	k_{mod} : 1.10	k_{mod} : 0.90

OK Annuler

Figure 4.7: Onglet *Facteurs de matériau* de la boîte de dialogue *Norme* pour EN 1995-1-1

Facteur pour les matériaux

Les propriétés des matériaux listés dans la *Catégorie de facteur* correspondent aux entrées dans la colonne B de la fenêtre 1.2 *Caractéristiques des matériaux* (voir la Figure 3.6, à la page 24). RF-LAMINATE prédéfinit les facteurs partiels et les coefficients de modification selon la catégorie sélectionnée.



Utilisez le bouton [Inclure les catégories de matériau non utilisées] pour afficher toutes les catégories disponibles.



Si vous souhaitez appliquer des facteurs personnalisés, vous devez [Créer une nouvelle norme Annexe Nationale (AN)] dans la fenêtre 1.1 *Données de base*. Les paramètres pertinents sont ensuite à définir dans l'onglet *Facteurs de matériau*.

Facteurs pour les matériaux Limites de service

Catégorie de facteur

- Bois lamellé-croisé
- Plaque agglomérée (Partie 5)

Coefficients partiels selon 2.4.1

Situation de projet :

Durable et transitoire γ_M : 1.30

Accidentelle γ_M : 1.00

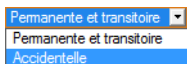
Facteurs de modification selon le tableau 3.1

Classe de durée de charge (CDC)	Classe de service		
	1	2	3
- Permanente	k_{mod} : 0.30	k_{mod} : 0.20	k_{mod} :
- Long terme	k_{mod} : 0.45	k_{mod} : 0.30	k_{mod} :
- Moyen terme	k_{mod} : 0.65	k_{mod} : 0.45	k_{mod} :
- Court terme	k_{mod} : 0.85	k_{mod} : 0.60	k_{mod} :
- Instantanée	k_{mod} : 1.10	k_{mod} : 0.80	k_{mod} :

Figure 4.8: Onglet *Facteurs de matériau* d'une norme personnalisée

La classe de service 3 n'est pas acceptée (voir la Figure 4.8) pour les matériaux laminés.

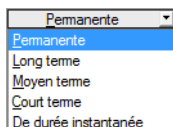
Coefficients partiels selon 2.4.1



Cette section vous permet de contrôler les coefficients partiels des propriétés de matériau γ_M pour chaque situation de calcul différente. Des situations de calcul doivent être assignées aux combinaisons et cas de charge sélectionnés dans l'onglet *État limite ultime* de la fenêtre 1.1 *Données de base* (voir le [Chapitre 3.1.1](#), à la [page 22](#)).

Facteurs de modification selon le tableau 3.1

Les valeurs du facteur de modification k_{mod} des *Catégories de facteur* sont affichées pour les différentes classes de durée de charge et classe de service. Ces valeurs sont précisées dans le Tableau 3.1 de [2].



Le facteur de modification k_{mod} est assigné aux cas de charge selon les classes de durée de charge et de service dans la fenêtre 1.4 *Classe de durée de charge et classe de service* (voir le [Chapitre 3.4](#), à la [Page 32](#)).

4.2.2 Limites en service

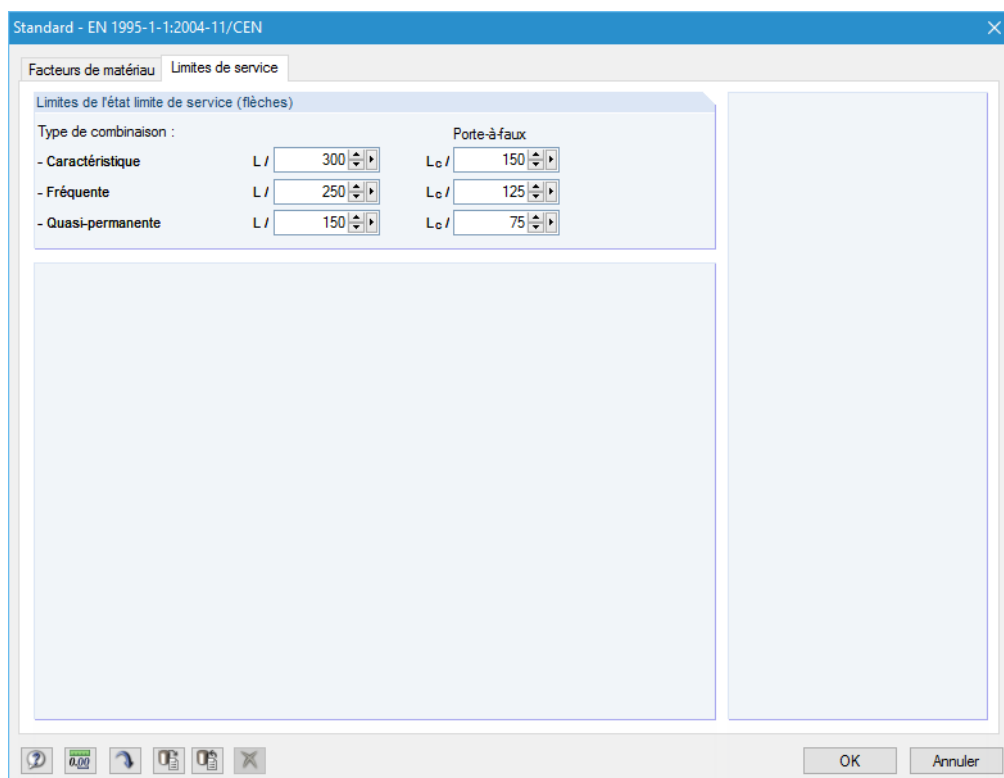
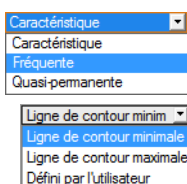


Figure 4.9: Onglet *Limites en service* de la boîte de dialogue *Norme* de EN 1995-1-1

Les valeurs limites des déplacements acceptables sont contrôlées dans six zones de texte. Vous pouvez donc définir des limites précises pour différentes combinaisons d'action (*Caractéristique*, *Fréquente*, *Quasi-permanente*), ainsi que pour des surfaces supportées d'un ou deux côtés (*Porte-à-faux*).



Les cas de charge peuvent être classifiés dans l'onglet *État limite de service* de la fenêtre 1.1 *Données de base* (voir [Chapitre 3.1.2](#), à la [page 23](#)).

La longueur de référence L de chaque surface doit être définie dans la fenêtre 1.6 *Données en service* (voir le [Chapitre 3.6](#), à la [page 35](#)).

4.3 Lancement de la vérification

Calcul

Vous pouvez lancer la vérification à tout moment dans RF-LAMINATE en cliquant sur [Calcul].

La vérification peut également être lancée à partir de l'interface de RFEM : Ouvrez la boîte de dialogue À calculer à partir de la barre de menus

Calculer → À calculer

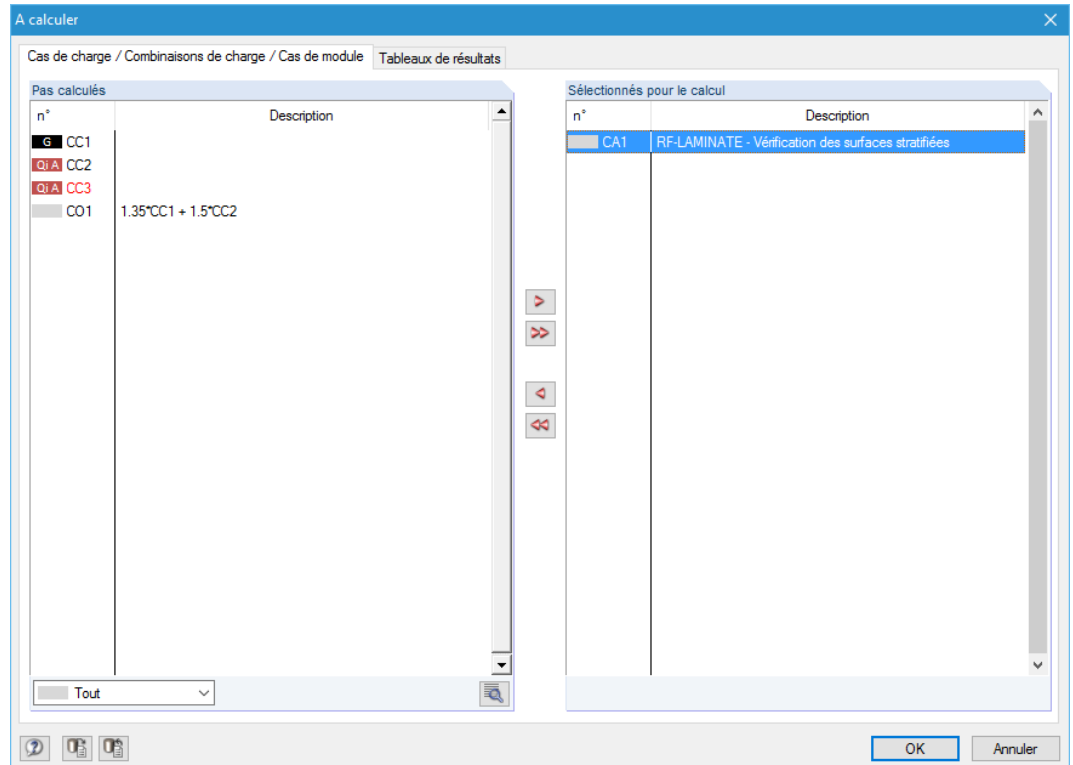



Figure 4.10: boîte de dialogue À calculer dans RFEM

Si le cas RF-LAMINATE n'apparaît pas dans la liste *Pas calculés* sélectionnez *Modules additionnels* ou *Tout* dans le menu déroulant sous la liste.

Ajoutez le cas de calcul voulu à la colonne de droite en cliquant sur le bouton , puis lancez la vérification avec [OK].



Vous pouvez également lancer le calcul de RF-LAMINATE à partir de la barre d'outils de RFEM : trouvez RF-LAMINATE dans la liste déroulante et cliquez sur le bouton [Afficher résultats].



Figure 4.11: Lancement du calcul de RF-LAMINATE à partir de la barre d'outils.

5 Résultats

La fenêtre 2.1 *Contrainte/Ratio max. par chargement* s'affiche automatiquement suite au calcul.

Détails...

Vous pouvez préciser les fenêtres de résultats qui seront affichées dans la boîte de dialogue *Détails* (voir le [Chapitre 4.1.2](#), à la [page 45](#)).



Pour accéder à une fenêtre de résultats, cliquez sur l'entrée correspondante dans le navigateur. Vous pouvez accéder à la fenêtre précédente ou suivante avec les commandes affichées sur la gauche. Vous pouvez également utiliser les touches de fonction pour accéder à la fenêtre suivante avec [F2] ou précédente avec [F3].

OK

Annuler

Cliquez sur [OK] pour sauvegarder les données et quitter RF-LAMINATE. Pour quitter le module sans sauvegarder cliquez sur [Annuler].

Plusieurs boutons sont disponibles dans les fenêtres de résultat, voici leurs fonctions :







Bouton	Nom	Fonction
	Mode d'affichage	Affiche la fenêtre graphique de RFEM sans fermer RF-LAMINATE
	Sélection	Sélection graphique d'un point ou d'une surface à afficher dans le tableau de résultats
	Résultats graphiques	Affiche ou masque les résultats de la ligne sélectionnée dans la fenêtre RFEM
	Filtre de paramètres	Définition des critères de filtre des résultats dans les tableaux : les ratios supérieurs à 1, la valeur maximum ou une valeur personnalisée
	Échelles de couleur	Affiche ou masque les échelles de couleur dans les tableaux de résultat
	Export vers Excel	Export du tableau actif vers MS Excel ou OpenOffice Calc → Chapitre 7.2 , à la page 63

Tableau 5.1: Boutons des fenêtres de résultat

5.1 Contrainte/Ratio max. par chargement

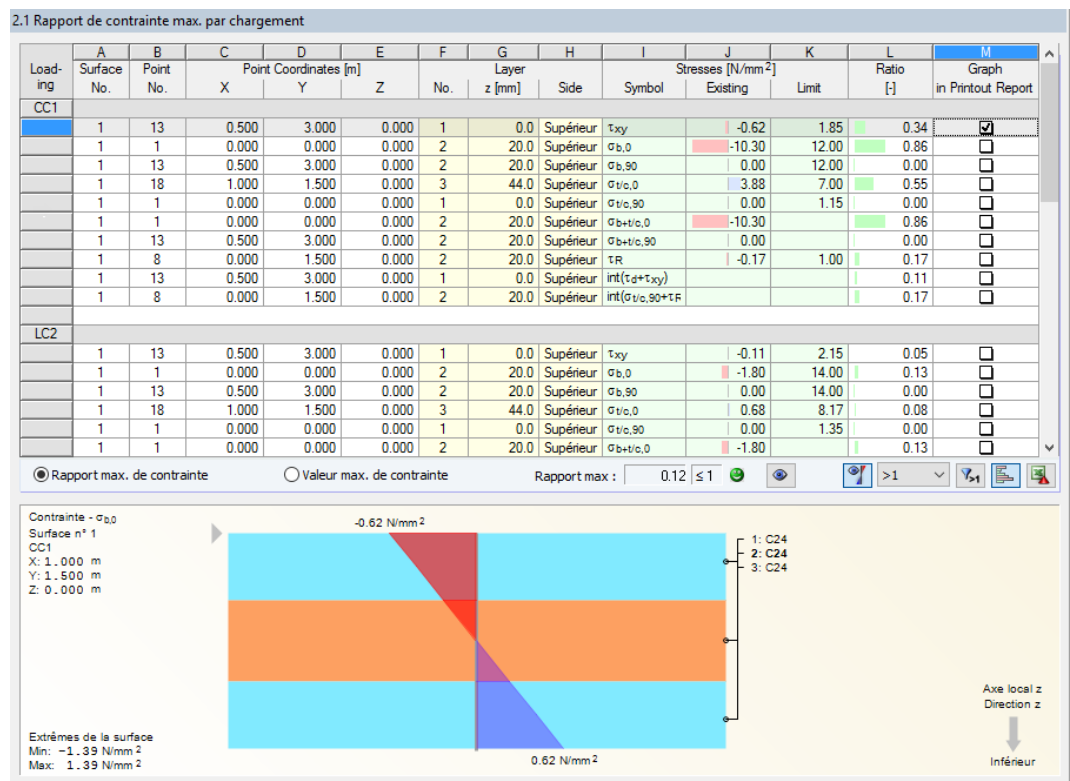


Figure 5.1: Fenêtre 2.1 Contrainte/Ratio max. par chargement

Cette fenêtre affiche les Contraintes/Ratio max. (ou valeurs de contrainte maximum) pour chaque cas de charge ou combinaison de charges ou de résultats sélectionné pour la vérification dans l'onglet *État limite ultime* de la fenêtre 1.1 *Données de base*.

☒ Rapport max. de contrainte
 ☐ Valeur max. de contrainte

Sous le tableau, vous sélectionnez si la *Contrainte/Ratio max.* ou la *Contrainte/Valeur max.* est listée pour les types de contrainte. Des différences entre le ratio et la valeur maximum de contrainte existent notamment pour les compositions de différentes couches de matériaux. Cette option permet d'évaluer vos résultats correctement.

Surface No.

Cette colonne affiche le nombre de résultats qui ont un ratio ou valeur de contrainte maximum. Les résultats sont affichés pour tous les cas de charge.

Point No.

Cette colonne affiche les numéros des nœuds de maillage EF dans lesquels le ratio ou valeur de contrainte maximum ont lieu. Les types de contrainte sont donnés dans la colonne *Symbole*.

Détails...

Selon les paramètres sélectionnés dans l'onglet *Résultats* de la boîte de dialogue *Détails* (voir le [Chapitre 4.1.2](#), à la [page 45](#)), les numéros de points de grille peuvent également être listés. Ils permettent d'afficher les résultats indépendamment du maillage EF, selon le paramétrage défini dans RFEM.

Coordonnées de points

Cette colonne affiche les coordonnées globales X, Y, Z de chaque point de maillage EF (ou grille de point).

Couche

Les colonnes F à H listent les couches avec leurs coordonnées z, ainsi que les côtés où le ratio ou valeur de contrainte maximum a lieu.

Contraintes

Symbole

La colonne I liste les types de contraintes. Leurs valeurs sont listées dans la colonne suivante.

Détails...

Vous pouvez ajuster la liste des contraintes dans la boîte de dialogue *Détails* (voir le [Chapitre 4.1.1](#), à la [page 38](#)).

Existantes

Cette colonne présente les valeurs des contraintes, déterminées avec les équations étudiées dans les tableaux [4.2](#) à [4.5](#).

Limite

Les valeurs ou contraintes limites sont déterminées à partir des propriétés de matériau définies dans la fenêtre *1.3 Résistances de matériau* et par la norme sélectionnée. L'[Équation 4.17](#) à la [page 46](#) décrit le calcul des valeurs limites selon EN 1995-1-1.

Rapport

Rapport max : 0.96 ≤ 1

Le ratio entre la contrainte calculée et la contrainte limite est listée pour tous les composants de contrainte. La colonne L rapporte le résultat de la vérification. Si la contrainte limite est respectée, le ratio est inférieur ou égal à 1 et la vérification de la contrainte est réussie.

Les [Tableaux 5.2](#) et [5.3](#) illustrent comment les ratios sont déterminés pour les différents types de contrainte.

Type de matériau isotrope

Contraintes [Pa]	Ratios [—]
σ_x	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,x}}{f_{t,d}} + \frac{ \sigma_{b,x} }{f_{b,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,x} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,x} }{f_{c,d}} + \frac{ \sigma_{b,x} }{f_{b,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,x} \leq 0 \end{cases}$
σ_y	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,y}}{f_{t,d}} + \frac{ \sigma_{b,y} }{f_{b,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,y} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,y} }{f_{c,d}} + \frac{ \sigma_{b,y} }{f_{b,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,y} \leq 0 \end{cases}$
σ_1	$= \begin{cases} \frac{\sigma_1}{f_{t,d}} & \text{si } \sigma_1 > 0 \\ \frac{ \sigma_1 }{f_{c,d}} & \text{si } \sigma_1 \leq 0 \end{cases}$
σ_2	$= \begin{cases} \frac{\sigma_2}{f_{t,d}} & \text{si } \sigma_2 > 0 \\ \frac{ \sigma_2 }{f_{c,d}} & \text{si } \sigma_2 \leq 0 \end{cases}$
σ_{eqv}	$\frac{ \sigma_{eqv} }{f_{eqv,d}}$
τ_{max}	$\frac{ \tau_{max} }{f_{v,d}}$

τ_{xz}	$\frac{ \tau_{xz} }{f_{v,d}}$
τ_{xy}	$\frac{ \tau_{xy} }{f_{v,d}}$
τ_{yz}	$\frac{ \tau_{yz} }{f_{v,d}}$

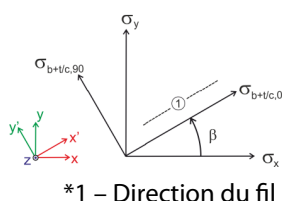
Tableau 5.2: Ratio pour un matériau de type isotrope

Type de matériau orthotrope

Contraintes [Pa]	Ratios [—]	
$\sigma_{b,0}$	$\frac{ \sigma_{b,0} }{f_{b,0,d}}$	
$\sigma_{b,90}$	$\frac{ \sigma_{b,90} }{f_{b,90,d}}$	
$\sigma_{t/c,0}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,0}}{f_{t,0,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,0} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,0} }{f_{c,0,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,0} \leq 0 \end{cases}$	
$\sigma_{t/c,90}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,90} }{f_{c,90,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,90} \leq 0 \end{cases}$	
$\sigma_{b+t/c,0}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,0}}{f_{t,0,d}} + \frac{ \sigma_{b,0} }{f_{b,0,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,0} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,0} }{f_{c,0,d}} + \frac{ \sigma_{b,0} }{f_{b,0,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,0} \leq 0 \end{cases}$	Selon : ČSN 73 1702, (127), (128) DIN 1052, (127), (128) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.141), (NA.142)
$\sigma_{b+t/c,90}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}} + \frac{ \sigma_{b,90} }{f_{b,90,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,90} }{f_{c,90,d}} + \frac{ \sigma_{b,90} }{f_{b,90,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,90} \leq 0 \end{cases}$	
$\tau_{x'y'}$	$\frac{ \tau_{x'y'} }{f_{xy,d}}$	
$\tau_{y'z'}$	$\frac{ \tau_{y'z'} }{f_{R,d}}$	
$\text{int}(\tau_{x'z'} + \tau_{x'y'})$	$\frac{\tau_{x'z'}^2}{f_{v,d}^2} + \frac{\tau_{x'y'}^2}{f_{xy,d}^2}$	Selon : ČSN 73 1702, (129) DIN 1052, (129) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.143)
$\text{int}(\sigma_{t/c,90} + \tau_{y'z'})$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}} + \frac{ \tau_{y'z'} }{f_{R,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,90} }{f_{c,90,d}} + \frac{ \tau_{y'z'} }{f_{R,d}} & \text{si } \sigma_{t/c,90} \leq 0 \end{cases}$	Selon : ČSN 73 1702, (130), (131) DIN 1052, (130), (131) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.144), (NA.145)

Tableau 5.3: Ratio pour un matériau de type orthotrope

Les contraintes $\sigma_{b+t/c,0}$, $\sigma_{b+t/c,90}$, τ_d , et τ_R sont définies dans le système de coordonnées du fil x' , y' , z et déterminées par les formules de transformation



$$\begin{bmatrix} \sigma_{b+t/c,0} \\ \sigma_{b+t/c,90} \\ * \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3 \times 3}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \tau_d \\ \tau_R \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2 \times 2}} \begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

ou à travers une formule autre qu'une matrice

$$\begin{aligned} \sigma_{b+t/c,0} &= c^2 \sigma_x + s^2 \sigma_y + 2cs \tau_{xy} \\ \sigma_{b+t/c,90} &= s^2 \sigma_x + c^2 \sigma_y - 2cs \tau_{xy} \\ \tau_d &= c \tau_{xz} + s \tau_{yz} \\ \tau_R &= -s \tau_{xz} + c \tau_{yz} \end{aligned} \quad (5.2)$$

avec $s = \sin \beta$, $c = \cos \beta$, et β l'angle de rotation de la couche considérée.

Graphique dans le rapport d'impression

La dernière colonne du tableau permet de sélectionner les diagrammes de contrainte à figurer dans le rapport d'impression de RF-LAMINATE (voir le [Chapitre 6.2.2](#), à la [page 62](#)).

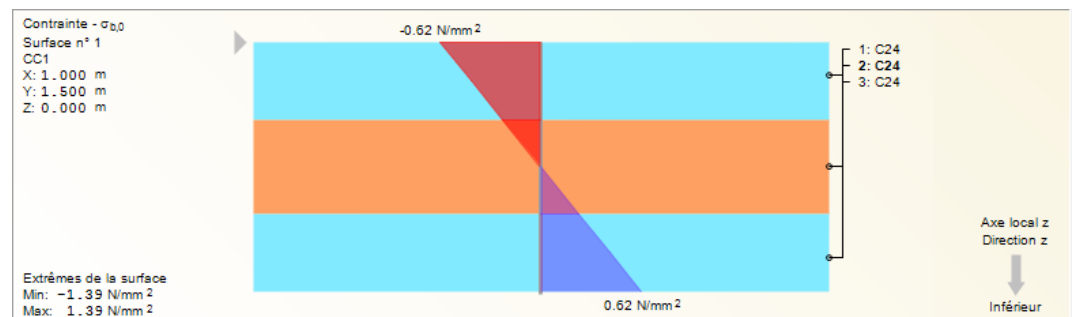


Figure 5.2: Diagramme de contrainte

5.2 Contrainte/Ratio max. par surface

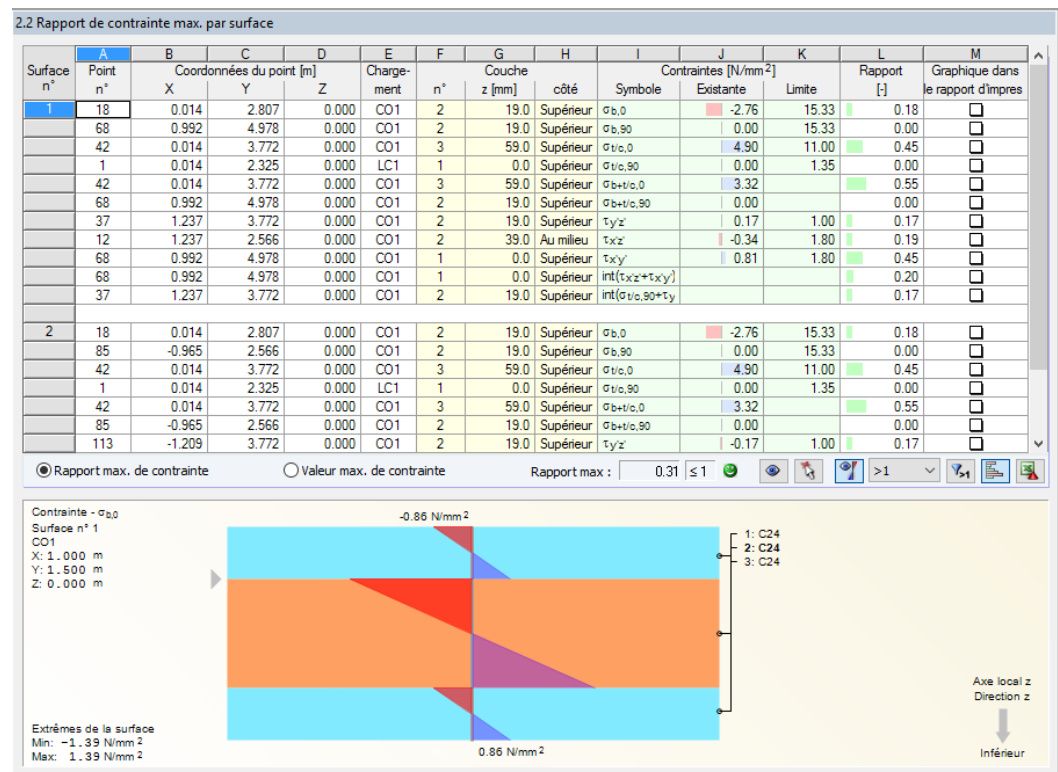


Figure 5.3: Fenêtre 2.2 Contrainte/Ratio max. par surface

☒ Rapport max. de contrainte ☐ Valeur max. de contrainte

Cette fenêtre affiche les ratios ou les valeurs de contrainte maximum de chaque surface vérifiée. Les colonnes du tableau sont décrites dans le [Chapitre 5.1](#).

5.3 Contrainte/Ratio max. par composition

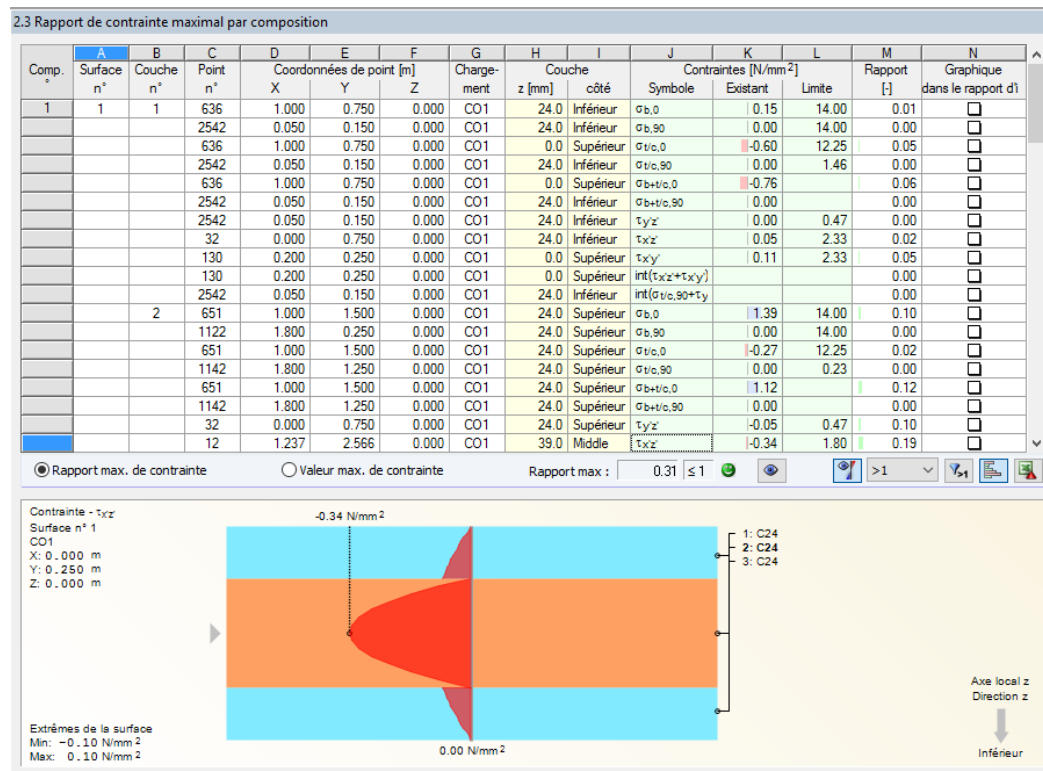


Figure 5.4: Fenêtre 2.3 Contrainte/Ratio max. par composition

Cette fenêtre affiche les ratios ou les valeurs de contrainte maximum pour chaque couche de chaque composition. Les colonnes du tableau sont décrites dans le [Chapitre 5.1](#).

5.4 Contraintes dans tous les points

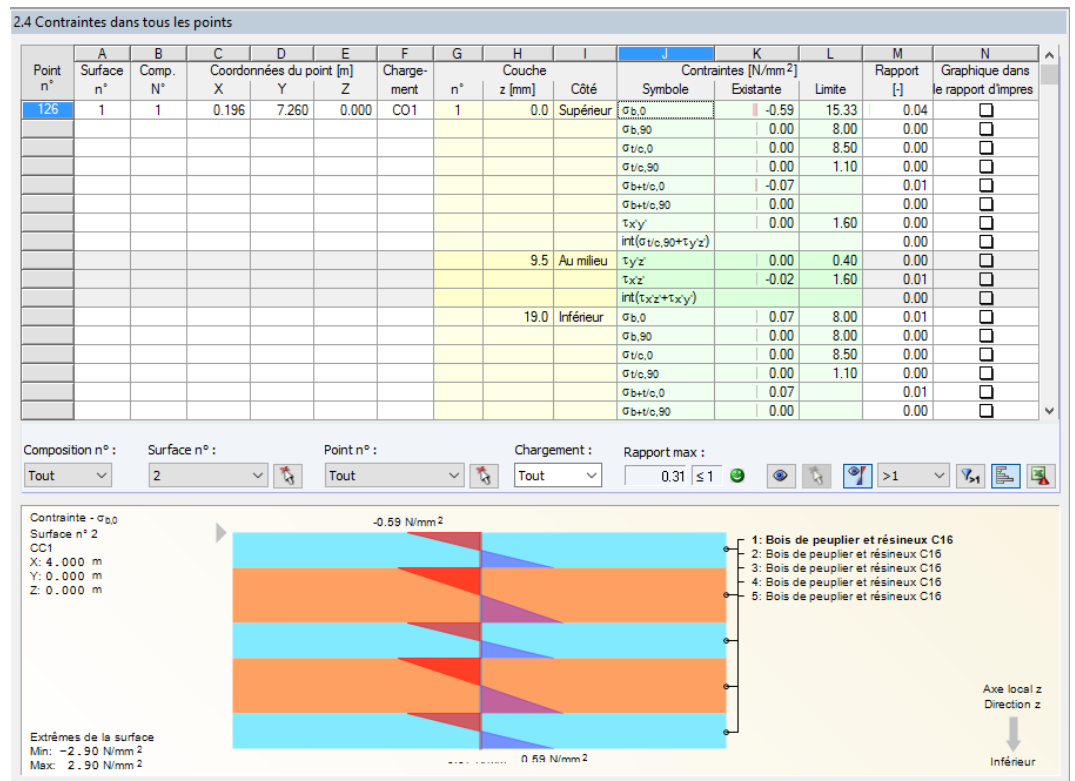


Figure 5.5: Fenêtre 2.4 Contraintes dans tous les points

Détails...

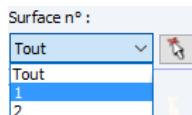
Cette fenêtre vous permet de contrôler tous les résultats des points de maillage EF ou des points de grille des couches vérifiées, un réglage à définir dans l'onglet *Résultats* de la boîte de dialogue *Détails* (voir le [Chapitre 4.1.2](#), à la page 45).

Détails...

Vous pouvez contrôler les composants de contrainte dans l'onglet *Contraintes* de la boîte de dialogue *Détails* pour réduire le nombre de résultats.

Les colonnes du tableau sont décrites dans le [Chapitre 5.1](#).

Vous pouvez filtrer les données par composition, surface, point ou chargement. Le filtre est à définir à partir du menu déroulant sous le tableau, ou graphiquement en cliquant sur le bouton



5.5 Déplacements maximaux

3.1 Déplacements maximaux

Surface n°	Point n°	Coordonnées du point de grille [m]			Charge	Type de Combinaison	Déplacements [mm]		Rapport u_z [-]
		X	Y	Z			u_z	u_z limite	
1	73	0.110	4.926	0.000	LC1	Quasi-permanent	0.3	19.5	0.01
	73	0.110	4.926	0.000	LC2	Caractéristique	6.2	9.7	0.64
2	73	0.110	4.926	0.000	LC1	Quasi-permanent	0.3	12.2	0.02
	73	0.110	4.926	0.000	LC2	Caractéristique	6.2	6.1	1.02
3	8	0.118	5.162	0.000	LC1	Quasi-permanent	0.3	14.3	0.02
	8	0.118	5.162	0.000	LC2	Caractéristique	6.2	7.1	0.87
Déplacement maximal/ Rapport de déplacement maximal									
2	73	0.110	4.926	0.000	LC2	Caractéristique	6.2	6.1	1.02
	73	0.110	4.926	0.000	LC2	Caractéristique	6.2	6.1	1.02

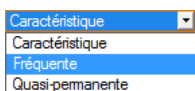
Rapport max : 1.02 > 1

Figure 5.6: Fenêtre 3.1 Déplacements maximaux

Cette fenêtre n'est disponible que si vous avez sélectionné au moins un cas de charge ou une combinaison à vérifier dans l'onglet *État limite de service* de la fenêtre 1.1 *Données de base* (voir le Chapitre 3.1.2, à la page 23). Le tableau affiche les déviations maximum pour tous les cas de charge et combinaisons de charges ou de résultats sélectionnés pour la vérification à l'ELS.

Les résultats sont listés par numéro de surface.

Type de combinaison



Cette colonne affiche les situations de calcul définies pour les cas et combinaisons correspondantes (voir le Chapitre 3.1.2, à la page 23).

Déplacements

La colonne u_z liste les déplacements déterminants dans la direction des axes z des surfaces. Ces axes sont perpendiculaires au plan de la surface.

Les valeurs de la colonne *Limit u_z* désignent les flèches limites maximum. Ces valeurs sont déterminées à partir des longueurs de référence, comme défini dans la fenêtre 1.6 *Données en service* (voir le Chapitre 3.6, à la page 35) et à partir des limites générales précisées dans l'onglet *Limites en service* de la boîte de dialogue *Norme* (voir le Chapitre 4.2.2, à la page 48).

Rapport

Rapport max : 0.96 ≤ 1

La dernière colonne liste les ratios des déplacements résultés u_z (colonne G) et les déplacements limites (colonne H). Si les limites de déformation sont respectées, le ratios est inférieur ou égal à 1 et la vérification du déplacement est réussie.

5.6 Liste des pièces

4.1 Liste de pièces

Surface n°	A Description du matériau	B Épaisseur t [mm]	C Nb de couches	D Aire [m²]	E Surface [m²]	F Volume [m³]	G Poids [t]
1	Bois de peuplier et résineux C24	19.0	3	6.942	13.883	0.396	0.190
	Bois de peuplier et résineux C24	30.0	2	6.942	0.000	0.417	0.200
Σ		117.0	5	6.942	13.883	0.812	0.390
2	Bois de peuplier et résineux C24	19.0	3	3.471	6.942	0.198	0.095
	Bois de peuplier et résineux C24	30.0	2	3.471	0.000	0.208	0.100
Σ		117.0	5	3.471	6.942	0.406	0.195
3	Bois de peuplier et résineux C24	19.0	3	3.471	6.942	0.198	0.095
	Bois de peuplier et résineux C24	30.0	2	3.471	0.000	0.208	0.100
Σ		117.0	5	3.471	6.942	0.406	0.195
Σ Total				13.883	27.767	1.624	0.780

Figure 5.7: Fenêtre 4.1 Liste des pièces

Cette dernière page de résultats présente un résumé des panneaux (surfaces). Par défaut, les données ne concernent que les surfaces vérifiées. Si vous souhaitez afficher la liste des pièces de toutes les surfaces du modèle, modifiez le paramètre dans l'onglet *Résultats* de la boîte de dialogue *Détails* (voir le [Chapitre 4.1.2](#), à la [page 45](#)).

Surface No.

La liste des pièces est classée selon les numéros de surface.

Description du matériau

Cette colonne renseigne sur les matériaux des surfaces.

Épaisseur t

Les épaisseurs des couches listées dans cette colonne peuvent être consultées dans la fenêtre 1.2 *Caractéristiques des matériaux*. Les couches dont les épaisseurs sont identiques sont regroupées.

Nombre de couches

Cette colonne renseigne sur le nombre de couches dont le matériau et l'épaisseur sont similaires pour chaque surface.

Aire

L'aire de la surface des couches est donnée pour toutes les surfaces.

Revêtement

Le revêtement de surface est calculé à partir des aires de surface supérieures et inférieures. Les côtés des surfaces minces sont négligés.

Volume

Le volume est déterminé par le produit de l'épaisseur par l'aire de surface.

Poids

La dernière colonne donne le poids de chaque surface. Ces valeurs sont déterminées avec les volumes de surface et le poids spécifique de chaque matériau.

Total

La dernière ligne donne la somme des résultats pour chaque colonne.

6 Impression

6.1 Rapport d'impression

Le rapport d'impression créé avec les données de RF-LAMINATE peut être complété avec des graphiques et commentaires, comme dans RFEM. Vous pouvez également sélectionner les données d'entrée et les résultats que vous souhaitez voir dans le rapport.



Le rapport d'impression est décrit avec précision dans le Chapitre 10.1.3.4 du manuel de RFEM, *Sélection des données des modules additionnels*, notamment l'ajout au rapport d'impression des données d'entrée et de sortie des modules.

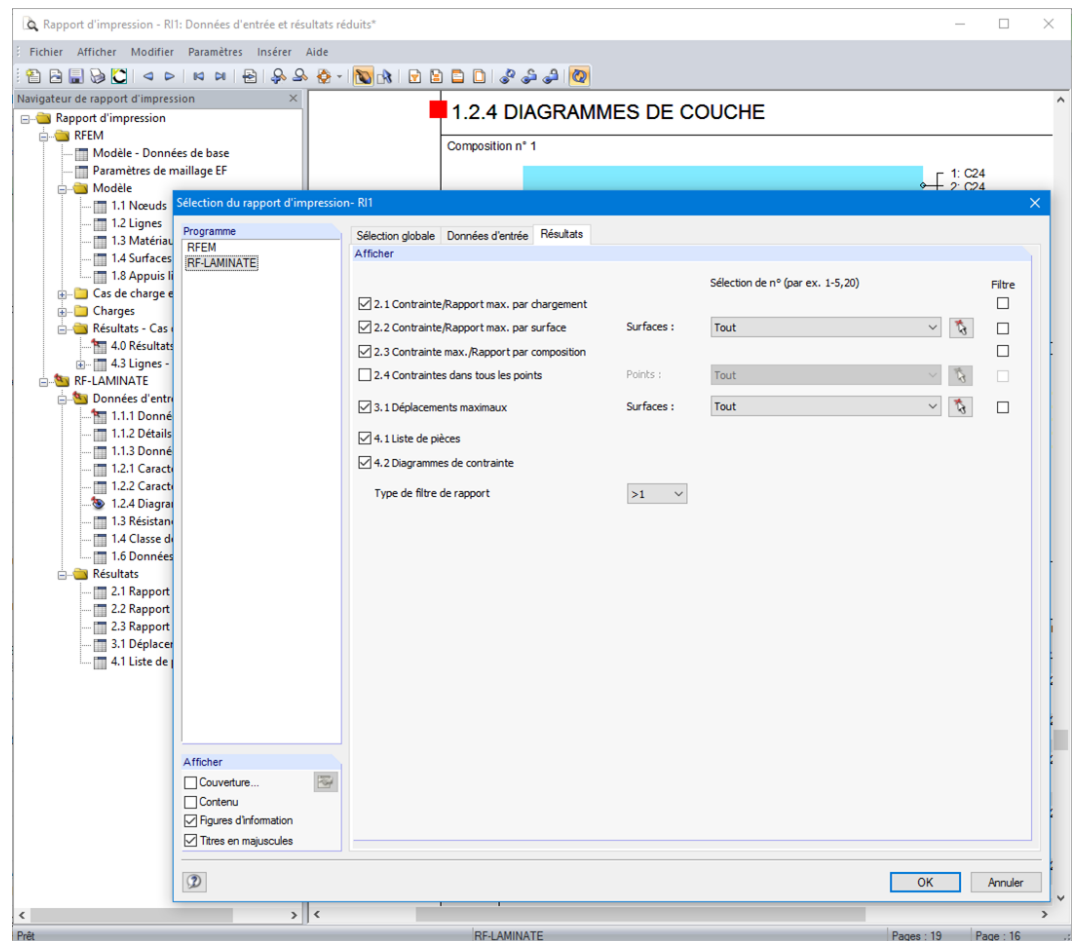


Figure 6.1: Sélection des rubriques de RF-LAMINATE pour le rapport d'impression

Vous pouvez créer plusieurs rapports d'impression pour chaque modèle. Lorsque vous étudiez une structure complexe, nous recommandons de répartir les données dans plusieurs rapports d'impression. La création d'un rapport exclusivement dédié aux données de RF-LAMINATE sera par exemple très rapide à générer.



Le rapport d'impression n'inclut que les types de contrainte sélectionnés pour être affichés dans les fenêtres de résultat. Si vous souhaitez par exemple imprimer les contraintes de cisaillement roulant, vous devez d'abord activer l'affichage des contraintes τ_{yz} (τ_R) dans la boîte de dialogue *Détails*. Le Chapitre 4.1.1 à la page 38 explique comment sélectionner ces contraintes.

6.2 Impression de graphique

6.2.1 Résultats sur le modèle RFEM

Dans RFEM, toutes les vues de la fenêtre graphique peuvent être intégrées au rapport d'impression ou être imprimées directement. Ceci vous permet de documenter toutes les contraintes calculées.



L'impression des graphiques est expliquée dans le Chapitre 10.2 du manuel RFEM.

Vous pouvez imprimer les contraintes de RF-LAMINATE affichées dans la fenêtre graphique de RFEM à partir de la barre de menus du logiciel

Fichier → Imprimer le graphique



ou en cliquant sur ce bouton de la barre d'outils.

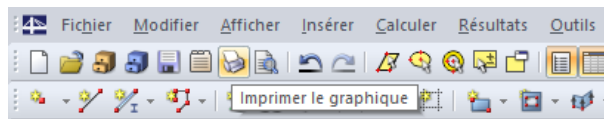


Figure 6.2: Bouton *Impression de graphique* de la barre d'outils de RFEM

Ce même bouton permet d'imprimer les diagrammes de résultat des sections.

La fenêtre suivante s'ouvre.

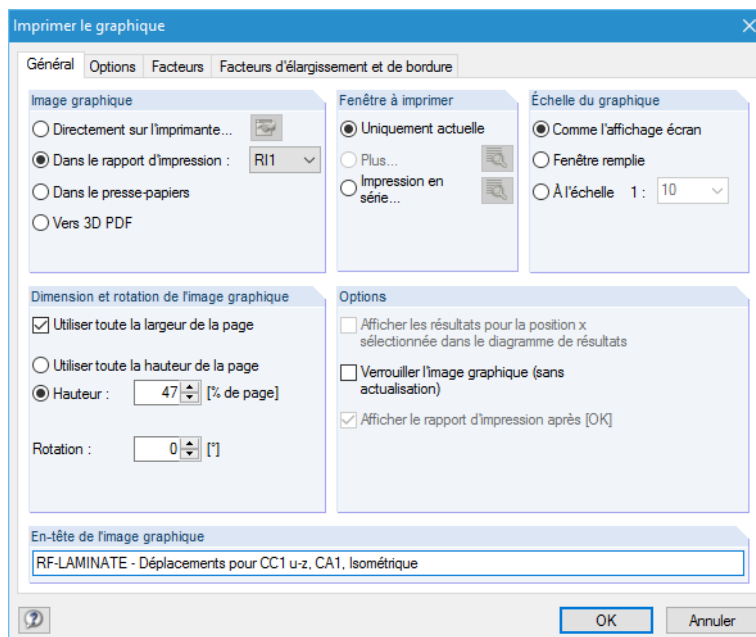
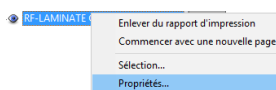


Figure 6.3: Onglet *Général* de la boîte de dialogue *Imprimer le graphique*

La boîte de dialogue *Imprimer le graphique* est décrite en détail dans le Chapitre 10.2 du manuel RFEM.

La fonctionnalité glisser-déposer est activée par défaut pour les graphiques du rapport d'impression.



Pour modifier les images présentes dans le rapport, faites un clic-droit sur l'objet dans le navigateur et sélectionnez l'option *Propriétés* dans le menu contextuel. La boîte de dialogue *Imprimer le graphique* s'affiche et vous pouvez modifier ses paramètres.

6.2.2 Diagrammes de contrainte

M
Graphique dans le rapport d'impression
<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>

Les fenêtres 2.1, 2.2 et 2.3 de RF-LAMINATE permettent d'intégrer les diagrammes de contrainte au rapport d'impression. Sélectionnez vos images dans la colonne *Graphique dans le rapport d'impression* comme illustré à gauche. Dans la [Figure 6.4](#) les diagrammes de contrainte $\sigma_{b,0}$ du point 3 (de la surface 1) et point 4 (de la surface 2) vont être ajoutés au rapport d'impression.

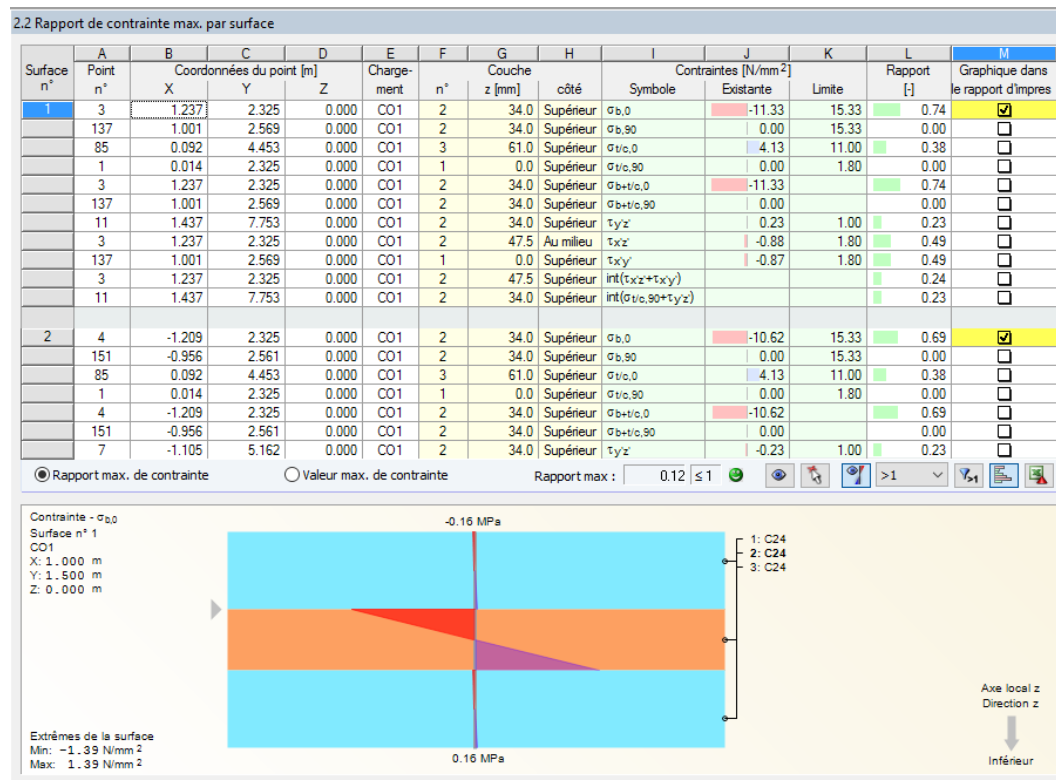


Figure 6.4: Fenêtre 2.2 Contrainte/Ratio max. par surface

Lorsque vous fermez le module en cliquant sur [OK] et ouvrez le rapport d'impression, les images sélectionnées sont affichées dans la section 4.2 Diagrammes de contrainte.

4.1 LISTE DE PIÈCES

4.1. LISTE DE PIÈCES							
Surface n°	Description du matériau	Épaisseur t [mm]	Nb de couches	Aire [m²]	Revêtement [m²]	Volume [m³]	Poids [t]
1	C24	34.0	1	3.000	3.000	0.102	0.043
	C24	27.0	2	3.000	3.000	0.162	0.068
	Σ	88.0	3	3.000	6.000	0.264	0.111
2	C24	34.0	1	3.000	3.000	0.102	0.043
	C24	27.0	2	3.000	3.000	0.162	0.068
	Σ	88.0	3	3.000	6.000	0.264	0.111
3	C24	27.0	3	2.000	4.000	0.162	0.068
	Σ	81.0	3	2.000	4.000	0.162	0.068
	Σ Aut tota			8.000	16.000	0.690	0.290

4.2 DIAGRAMMES DE CONTRAINTE

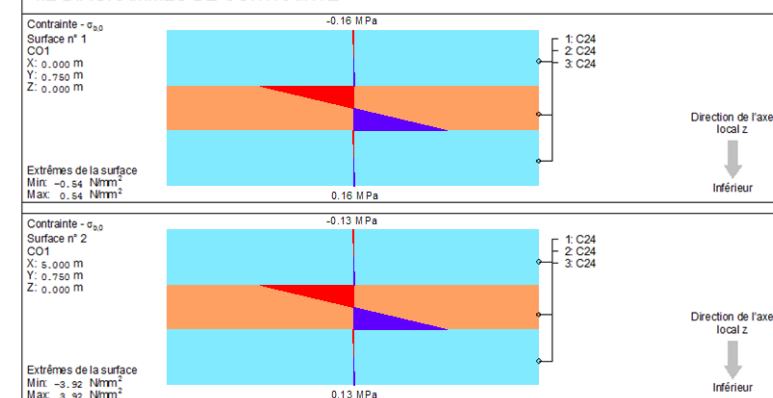


Figure 6.5: Diagrammes de contrainte dans le rapport d'impression

7 Fonctionnalités de base

Ce chapitre explique les fonctionnalités du menu et les options d'export des résultats du module.

7.1 Unités et décimales

Les unités et décimales de RFEM et des modules additionnels sont contrôlées dans une boîte de dialogue unique. Vous pouvez accéder à cette boîte de dialogue à partir de RF-LAMINATE :

Paramètres → **Unités et décimales**

RF-LAMINATE est sélectionné par défaut dans la liste *Programme / Module*.

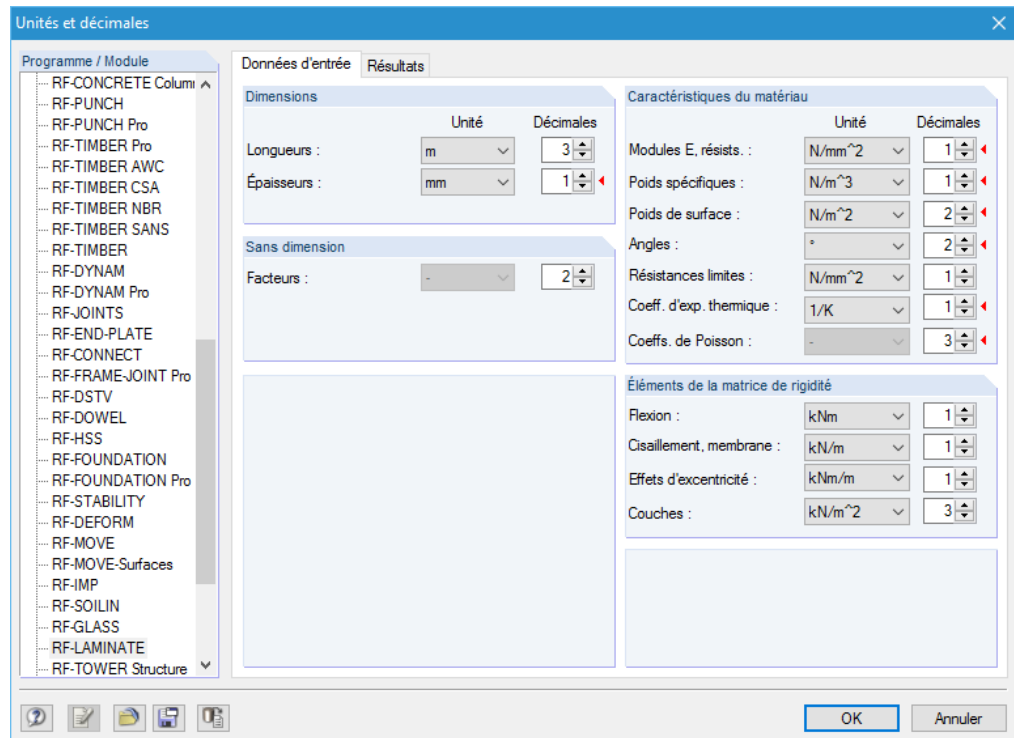


Figure 7.1: boîte de dialogue *Unités et décimales*

Dans la Figure 7.1, certaines unités sont marquées d'une flèche rouge. Les marqueurs permettent de repérer facilement les unités à ajuster dans RF-LAMINATE. Dans notre cas, la fenêtre 1.2 *Caractéristiques des matériaux* est ouverte dans le module, l'ajustement des unités est alors très simple.



Vous avez la possibilité de sauvegarder et réutiliser vos paramétrages personnalisés, à voir dans le Chapitre 11.1.3 du manuel de RFEM.

7.2 Export de résultats

Vos résultats de vérification peuvent avoir de nombreuses applications dans d'autres programmes.

Presse-papiers

Utilisez les touches [Ctrl]+[C] pour copier les cellules d'une fenêtre de résultats. Pour coller les données, utilisez les touches [Ctrl]+[V]. Les en-têtes des colonnes ne seront pas transférées.

Rapport d'impression

Ajoutez les données de RF-LAMINATE au rapport d'impression global (voir le [Chapitre 6.1](#), à la page 60), puis exportez le rapport d'impression via le menu principal

Fichier → **Exporter vers RTF**

Cette fonction est décrite dans le Chapitre 10.1.11 du manuel RFEM.

Excel / OpenOffice

RF-LAMINATE permet l'export direct des données vers MS Excel, OpenOffice Calc, et au format CSV. Pour accéder à la boîte de dialogue, cliquez sur

Fichier → **Export des tableaux**



ou utilisez le bouton correspondant.

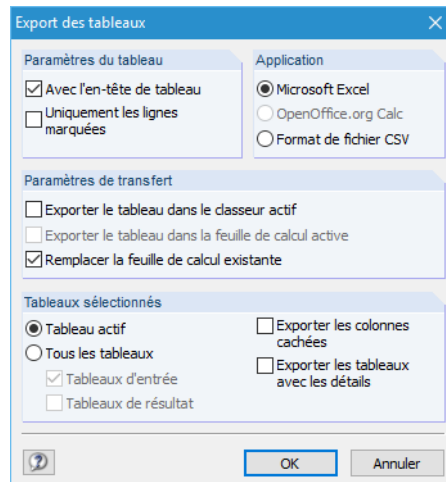


Figure 7.2: boîte de dialogue *Export des tableaux*

Après avoir défini vos paramètres, lancez l'export en cliquant sur le bouton [OK]. Les programmes Excel ou encore OpenOffice s'ouvrent aussitôt pour l'export.

Charge-	Surface	Point	Coordonnées du point [m]			Couche	z [mm]	Côté	Contraintes [N/mm²]		
ment	n°	n°	X	Y	Z	n°			Symbole	Existante	Limite
CC2											
2	2	1907	5,000	0,750	0,000	1	0,0	Supérieur	$\sigma_{x,2}$	-2,61	14
5	2	5	4,000	0,000	0,000	1	0,0	Supérieur	$\sigma_{y,2}$	-0,33	14
6	1	636	1,000	0,750	0,000	5	160,0	Supérieur	$\sigma_{x,5}$	0,12	7
7	1	646	1,000	1,250	0,000	5	160,0	Supérieur	$\sigma_{y,5}$	0,01	0
8	2	1907	5,000	0,750	0,000	1	0,0	Supérieur	$\sigma_{x,1}$	-2,61	
9	1	646	1,000	1,250	0,000	5	160,0	Supérieur	$\sigma_{y,1}$	0,00	
10	2	1277	4,000	0,100	0,000	1	10,0	Au milieu	$\tau_{x,z}$	-0,09	0
11	2	1365	4,150	0,000	0,000	1	10,0	Au milieu	$\tau_{y,z}$	-0,17	2

Figure 7.3: Résultats dans MS Excel – Feuille de calcul 2.Contrainte/Ratio max. par chargement

8 Exemples

Plusieurs exemples viendront illustrer ce chapitre.

8.1 Calcul des éléments de la matrice de rigidité

Nous voulons déterminer les éléments de la matrice de rigidité d'un panneau à trois couches. Les couches sont définies comme suit :

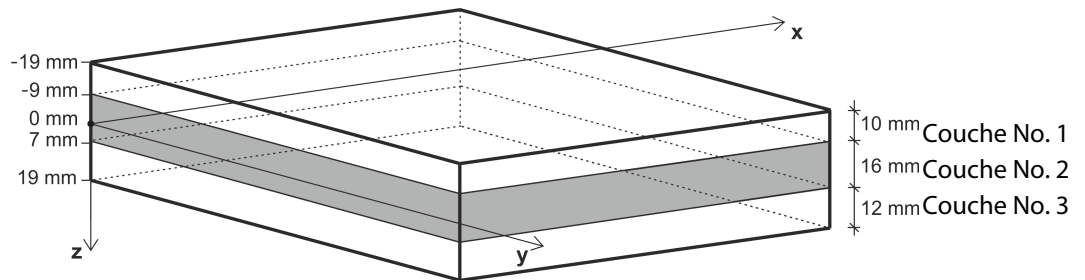


Figure 8.1: Schéma des couches

Les caractéristiques de matériau des couches sont affichées dans la Figure 8.2.

Couches												
Couche n°	A	B	C	D	E		G	H	I	J	K	L
	Description du matériau	Facteur Catégorie	Épaisseur t [mm]	Direction orthotrope β [°]	Module d'élasticité [N/mm²]		Module de cisaillement [N/mm²]			Coefficient de Poisson [-]		Poids spécifique γ [N/m³]
					Ex	Ey	Gxz	Gyz	Gxy	νxy	νyx	
1	C16	Bois massif	10.0	0.00	8000.0	270.0	500.0	50.0	500.0	0.000	0.000	3700.0
2	C14	Bois massif	16.0	90.00	7000.0	230.0	440.0	440.0	440.0	0.000	0.000	3500.0
3	C16	Bois massif	12.0	0.00	8000.0	270.0	500.0	50.0	500.0	0.000	0.000	3700.0

Figure 8.2: Caractéristiques du matériau

Nous déterminons d'abord les matrices de rigidité des couches individuelles.

$$d'_i = \begin{bmatrix} d'_{11,i} & d'_{12,i} & 0 \\ \text{sym.} & d'_{22,i} & 0 \\ & & d'_{33,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{x,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & \frac{\nu_{xy,i} E_{y,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & 0 \\ \frac{E_{y,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & \frac{\nu_{xy,i} E_{x,i}}{1 - \nu_{xy,i}^2 \frac{E_{y,i}}{E_{x,i}}} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{xy,i} \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, n \quad (8.1)$$

$$d'_1 = \begin{bmatrix} \frac{8000}{1 - 0,2^2 \frac{270}{8000}} & \frac{0,2 \cdot 270}{1 - 0,2^2 \frac{270}{8000}} & 0 \\ \text{sym.} & \frac{270}{1 - 0,2^2 \frac{270}{8000}} & 0 \\ & & 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

Éléments de matrice				
d'11:	8000000.000 [kN/m²]	d'12:	0.000 [kN/m²]	
d'22:	270000.000 [kN/m²]	d'33:	500000.000 [kN/m²]	

Figure 8.3: Éléments de la matrice de la couche No. 1

$$\mathbf{d}'_2 = \begin{bmatrix} \frac{7000}{1 - 0,2^2 \frac{230}{7000}} & \frac{0,2 \cdot 230}{1 - 0,2^2 \frac{270}{7000}} & 0 \\ \frac{230}{7000} & \frac{270}{7000} & 0 \\ \text{sym.} & & 440 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7009,21 & 46,06 & 0 \\ 46,06 & 230,30 & 0 \\ 0 & 0 & 440,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

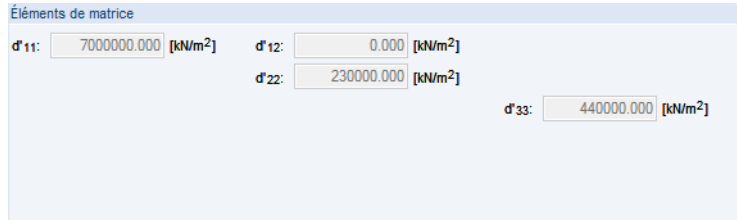


Figure 8.4: Éléments de la matrice de la couche No. 2

$$\mathbf{d}'_3 = \begin{bmatrix} \frac{8000}{1 - 0,2^2 \frac{270}{8000}} & \frac{0,2 \cdot 270}{1 - 0,2^2 \frac{270}{8000}} & 0 \\ \frac{270}{8000} & \frac{270}{8000} & 0 \\ \text{sym.} & & 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

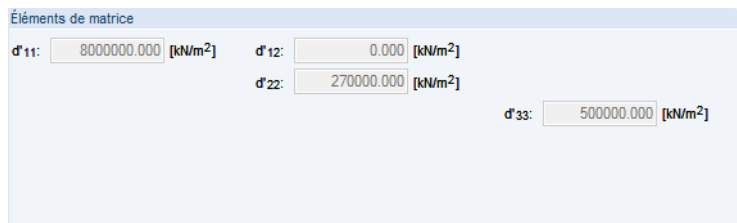
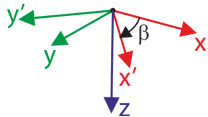


Figure 8.5: Éléments de la matrice de la couche No. 3



Les couches sont désormais orientées selon la direction du même système de coordonnées x, y (système de coordonnées local d'une surface). Les couches No. 1 et 3 ont la direction orthotrope $\beta = 0^\circ$. Donc

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{d}'_1 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_3 = \mathbf{d}'_3 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

La couche No. 2 étant en direction de l'angle $\beta = 90^\circ$, il faut transformer la matrice rigidité de la couche No. 2 dans le système de coordonnées x, y .

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{11,i} & d_{12,i} & d_{13,i} \\ & d_{22,i} & d_{23,i} \\ \text{sym.} & & d_{33,i} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3 \times 3,i}^T \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3 \times 3,i} \quad (8.2)$$

avec

$$\mathbf{T}_{3 \times 3,i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad \text{avec } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i) \quad (8.3)$$

Les éléments individuels sont donc

$$d_{11,i} = c^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + s^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i}$$

$$d_{12,i} = c^2 s^2 d'_{11,i} + s^4 d'_{12,i} + c^4 d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} - 4c^2 s^2 d'_{33,i}$$

$$d_{13,i} = c^3 s d'_{11,i} + c s^3 d'_{12,i} - c^3 s d'_{12,i} - c s^3 d'_{22,i} - 2c^3 s d'_{33,i} + 2c s^3 d'_{33,i}$$

$$d_{22,i} = s^4 d'_{11,i} + 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^4 d'_{22,i} + 4c^2 s^2 d'_{33,i}$$

$$d_{23,i} = c s^3 d'_{11,i} + c^3 s d'_{12,i} - c s^3 d'_{12,i} - c^3 s d'_{22,i} + 2c^3 s d'_{33,i} - 2c s^3 d'_{33,i}$$

$$d_{33,i} = c^2 s^2 d'_{11,i} - 2c^2 s^2 d'_{12,i} + c^2 s^2 d'_{22,i} + (c^2 - s^2)^2 d'_{33,i}$$

$$c = \cos 90^\circ = 0, s = \sin 90^\circ = 1$$

$$d_{11,2} = 0^4 \cdot 7\,009,21 + 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46,06 + 1^4 \cdot 230,30 + 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 230,30 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{12,2} = 0^2 \cdot 1^2 \cdot 7\,009,21 + 1^4 \cdot 46,06 + 0^4 \cdot 46,06 + 0^2 \cdot 1^2 \cdot 230,30 - 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 46,06 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{13,2} = 0^3 \cdot 1 \cdot 7\,009,21 + 0 \cdot 1^3 \cdot 46,06 - 0^3 \cdot 1 \cdot 46,06 - 0 \cdot 1^3 \cdot 230,30 - 2 \cdot 0^3 \cdot 1 \cdot 440 + 2 \cdot 0 \cdot 1^3 \cdot 440 = 0 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{22,2} = 1^4 \cdot 7\,009,21 + 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46,06 + 0^4 \cdot 230,30 + 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 7\,009,21 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{23,2} = 0 \cdot 1^3 \cdot 7\,009,21 + 0^3 \cdot 1 \cdot 46,06 - 0 \cdot 1^3 \cdot 46,06 - 0^3 \cdot 1 \cdot 230,30 + 2 \cdot 0^3 \cdot 1 \cdot 440 - 2 \cdot 0 \cdot 1^3 \cdot 440 = 0 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{33,2} = 0^2 \cdot 1^2 \cdot 7\,009,21 - 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46,06 + 0^2 \cdot 1^2 \cdot 230,30 + (0^2 - 1^2)^2 \cdot 440 = 440,00 \text{ MN/m}^2$$

La matrice de rigidité totale dans le plan 2D de la couche No. 2 est donc

$$\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} 230,30 & 46,06 & 0 \\ 46,06 & 7\,009,21 & 0 \\ 0 & 0 & 440,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

Éléments de matrice dans le système d'axe de surface

d11:	230000.000 [kN/m ²]	d12:	0.000 [kN/m ²]	d13:	0.000 [kN/m ²]
		d22:	7000000.000 [kN/m ²]	d23:	0.000 [kN/m ²]
				d33:	440000.000 [kN/m ²]

Figure 8.6: Éléments de la matrice dans le système d'axe de surface de la couche No. 2

8.1.1 Avec l'effet collaborant

Lorsque le couple de cisaillement des couches n'est pas considéré, la matrice de rigidité globale a cette forme

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

Éléments de matrice de rigidité – en flexion et torsion

$$D_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{11,i} \quad D_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{12,i} \quad D_{13} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{13,i}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{22,i} \quad D_{23} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{23,i}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3} d_{33,i}$$

$$D_{11} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 8010,81 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 230,30 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 8010,81 \cdot 10^3 = 33,85 \text{ kNm}$$

$$D_{12} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 54,07 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 46,06 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 54,07 \cdot 10^3 = 0,24 \text{ kNm}$$

$$D_{13} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm}$$

$$D_{22} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 270,36 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 7009,21 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 270,36 \cdot 10^3 = 3,64 \text{ kNm}$$

$$D_{23} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm}$$

$$D_{33} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 500 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 440 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 500 \cdot 10^3 = 2,26 \text{ kNm}$$

Éléments de matrice de rigidité – Effets d'excentrement

$$D_{16} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{11,i} \quad D_{17} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{12,i} \quad D_{18} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{13,i}$$

$$D_{27} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{22,i} \quad D_{28} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{23,i}$$

$$D_{38} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{\max,i}^2 - z_{\min,i}^2}{2} d_{33,i}$$

$$D_{16} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 8010,81 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 230,30 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 8010,81 \cdot 10^3 = 124,49 \text{ kNm/m}$$

$$D_{17} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 54,07 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 46,06 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 54,07 \cdot 10^3 = 0,13 \text{ kNm/m}$$

$$D_{18} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm/m}$$

$$D_{27} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 270,36 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 7009,21 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 270,36 \cdot 10^3 = -107,82 \text{ kNm/m}$$

$$D_{28} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm/m}$$

$$D_{38} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 500 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 440 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 500 \cdot 10^3 = 0,96 \text{ kNm/m}$$

Éléments de matrice de rigidité – en membrane

$$D_{66} = \sum_{i=1}^n t_i d_{11,i} \quad D_{67} = \sum_{i=1}^n t_i d_{12,i} \quad D_{68} = \sum_{i=1}^n t_i d_{13,i}$$

$$D_{77} = \sum_{i=1}^n t_i d_{22,i} \quad D_{78} = \sum_{i=1}^n t_i d_{23,i}$$

$$D_{88} = \sum_{i=1}^n t_i d_{33,i}$$

$$D_{66} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 230,30 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 = 179923 \text{ N/m}$$

$$D_{67} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 46,06 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 = 1927 \text{ N/m}$$

$$D_{68} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 46,06 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ N/m}$$

$$D_{77} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 7009,21 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 = 118095 \text{ N/m}$$

$$D_{78} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ N/m}$$

$$D_{88} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 440 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 = 18040 \text{ N/m}$$

Éléments de matrice de rigidité – en cisaillement

1. L'angle $\varphi = 0^\circ$ définit le système de coordonnées x'', y'' avec les rigidités maximum
2. Les rigidités de cisaillement $G''_{xz,i}, G''_{yz,i}$ de chaque couche du système de coordonnées x'', y'' sont définies par l'équation suivante

$$\begin{aligned} G''_{xz,i} &= \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \\ G''_{yz,i} &= \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$\begin{aligned} G''_{xz,1} &= G''_{xz,3} = \cos^2(0^\circ) 500 + \sin^2(0^\circ) 50 = 500 \text{ MN/m}^2 \\ G''_{yz,1} &= G''_{yz,3} = \sin^2(0^\circ) 500 + \cos^2(0^\circ) 50 = 50 \text{ MN/m}^2 \\ G''_{xz,2} &= \cos^2(-90^\circ) 440 + \sin^2(-90^\circ) 44 = 44 \text{ MN/m}^2 \\ G''_{yz,2} &= \sin^2(-90^\circ) 440 + \cos^2(-90^\circ) 44 = 440 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

3. La matrice de rigidité sur le plan 2D \mathbf{d}_i'' est définie

$$\mathbf{d}_i'' = \mathbf{T}_{3 \times 3,i}^{-T} \mathbf{d}_i' \mathbf{T}_{3 \times 3,i}^{-1} \quad (8.6)$$

avec

$$\mathbf{T}_{3 \times 3,i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \text{ avec } c = \cos(\varphi - \beta_i), s = \sin(\varphi - \beta_i), i = 1, \dots, n \quad (8.7)$$

$$\mathbf{T}_{3 \times 3,1} = \mathbf{T}_{3 \times 3,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{3 \times 3,2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}_1'' = \mathbf{d}_3'' = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_2'' = \begin{bmatrix} 230,30 & 46,06 & 0 \\ 46,06 & 7009,21 & 0 \\ 0 & 0 & 440,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

Nous déterminons les modules de Young $E''_{x,i}, E''_{y,i}$ à partir de la matrice de rigidité \mathbf{d}_i'' .

$$E''_{x,i} = d''_{11,i} + \frac{2d''_{12,i}d''_{13,i}d''_{23,i} - d''_{22,i}(d''_{13,i})^2 - d''_{33,i}(d''_{12,i})^2}{d''_{22,i}d''_{33,i} - (d''_{23,i})^2} \quad (8.8)$$

$$E''_{y,i} = d''_{22,i} + \frac{2d''_{12,i}d''_{13,i}d''_{23,i} - d''_{22,i}(d''_{23,i})^2 - d''_{33,i}(d''_{12,i})^2}{d''_{11,i}d''_{33,i} - (d''_{13,i})^2} \quad (8.9)$$

$$E''_{x,1} = E''_{x,3} = 8010,81 + \frac{2 \cdot 54,07 \cdot 0 \cdot 0 - 270,36(0)^2 - 500,00(54,07)^2}{270,36 \cdot 500,00 - (0)^2} = 8000,00 \text{ MN/m}^2$$

$$E''_{x,2} = 230,30 + \frac{2 \cdot 46,06 \cdot 0 \cdot 0 - 7009,21(0)^2 - 440,00(46,06)^2}{7009,21 \cdot 440,00 - (0)^2} = 230,00 \text{ MN/m}^2$$

$$E''_{y,1} = E''_{y,3} = 270,36 + \frac{2 \cdot 54,07 \cdot 0 \cdot 0 - 8010,81(0)^2 - 500,00(54,07)^2}{8010,81 \cdot 500,00 - (0)^2} = 270,00 \text{ MN/m}^2$$

$$E''_{y,2} = 7009,21 + \frac{2 \cdot 46,06 \cdot 0 \cdot 0 - 230,30(0)^2 - 440,00(46,06)^2}{230,30 \cdot 440,00 - (0)^2} = 7000 \text{ MN/m}^2$$

4. Le système de coordonnées x'', y'' , ainsi que les valeurs $D''_{44,calc}$ et $D''_{55,calc}$ sont ensuite définis.

$$D''_{44,calc} = \frac{1}{\int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{G''_{xz}(z)} \left(\frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,x}) d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,x})^2 d\bar{z}} \right)^2 dz}, z_{0,x} = \frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_x(\bar{z}) d\bar{z}} \quad (8.10)$$

$$D''_{44,calc} = 2\,128,07 \text{ kN/m}$$

$$D''_{55,calc} = \frac{1}{\int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{G''_{yz}(z)} \left(\frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,y}) d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) (\bar{z} - z_{0,y})^2 d\bar{z}} \right)^2 dz}, z_{0,y} = \frac{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) \bar{z} d\bar{z}}{\int_{-t/2}^{t/2} E''_y(\bar{z}) d\bar{z}} \quad (8.11)$$

$$D''_{55,calc} = 7\,085,28 \text{ kN/m}$$

Les valeurs des rigidités D_{44} et D_{55} sont données par les formules suivantes

$$D''_{44} = \max \left(D''_{44,calc}, \frac{48}{5 \ell^2} \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{t_i^3}{12}}{\sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{z_{max,i}^3 - z_{min,i}^3}{3}}} \right) \quad (8.12)$$

$$D''_{55} = \max \left(D''_{55,calc}, \frac{48}{5 \ell^2} \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n E''_{y,i} \frac{t_i^3}{12}}{\sum_{i=1}^n E''_{y,i} \frac{z_{max,i}^3 - z_{min,i}^3}{3}}} \right) \quad (8.13)$$

avec ℓ la longueur moyenne des lignes autour de la surface comme un « cadre ».

$$\sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{t_i^3}{12} = 8\,000\,000 \frac{0,010^3}{12} + 230\,000 \frac{0,016^3}{12} + 8\,000\,000 \frac{0,012^3}{12} = 1,897 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{z_{max,i}^3 - z_{min,i}^3}{3} &= 8\,000\,000 \frac{(-0,009)^3 - (-0,019)^3}{3} + \\ &+ 230\,000 \frac{0,007^3 - (-0,009)^3}{3} + 8\,000\,000 \frac{0,019^3 - 0,007^3}{3} = \\ &= 33,805 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$D''_{44} = \max \left(2\,128,07, \frac{48}{5 \cdot 1^2} \frac{1}{\frac{1,897}{33,805}} \right) = \max(2\,128,07, 19,30) = 2\,128,07 \text{ kN/m}$$

$$\sum_{i=1}^n E''_{y,i} \frac{t_i^3}{12} = 270\,000 \frac{0,010^3}{12} + 7\,000\,000 \frac{0,016^3}{12} + 270\,000 \frac{0,012^3}{12} = 2,451 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n E''_{y,i} \frac{z_{max,i}^3 - z_{min,i}^3}{3} &= 270\,000 \frac{(-0,009)^3 - (-0,019)^3}{3} + \\ &+ 7\,000\,000 \frac{0,007^3 - (-0,009)^3}{3} + 270\,000 \frac{0,019^3 - 0,007^3}{3} = \\ &= 3,640 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$D''_{55} = \max \left(7\,085,28, \frac{48}{5 \cdot 1^2} \frac{1}{\frac{1}{2,451} - \frac{1}{3,640}} \right) = \max(7\,085,28, 72,03) = 7\,085,28 \text{ kN/m}$$

5. Les rigidités D_{44} , D_{55} , et D_{45} sont déterminées par le retour des valeurs D''_{44} , D''_{55} du système de coordonnées x'' , y'' au système de coordonnées x , y (système de coordonnées locale de la surface).

$$\begin{aligned} D_{44} &= \cos^2(\varphi) D''_{44} + \sin^2(\varphi) D''_{55} \\ D_{55} &= \sin^2(\varphi) D''_{44} + \cos^2(\varphi) D''_{55} \\ D_{45} &= \sin(\varphi) \cos(\varphi) (D''_{44} - D''_{55}) \\ D_{44} &= \cos^2(0^\circ) \cdot 2\,128,07 + \sin^2(0^\circ) \cdot 7\,085,28 = 2\,128,07 \text{ kNm} \\ D_{55} &= \sin^2(0^\circ) \cdot 2\,128,07 + \cos^2(0^\circ) \cdot 7\,085,28 = 7\,085,28 \text{ kNm} \\ D_{45} &= \sin(0^\circ) \cdot \cos(0^\circ) \cdot (2\,128,07 - 7\,085,28) = 0,00 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (8.14)$$

Matrice de rigidité globale

$$D = \begin{bmatrix} 33,85 & 0,24 & 0 & 0 & 0 & 124,49 & 0,13 & 0 \\ & 3,64 & 0 & 0 & 0 & 0,13 & -107,82 & 0 \\ & & 2,26 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,96 \\ & & & 2\,128,07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 7\,085,28 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & & 179\,923 & 1\,927 & 0 \\ & & & & & & 118\,095 & 0 \\ & & & & & & & 18\,040 \end{bmatrix}$$

Figure 8.7: boîte de dialogue *Éléments de la matrice de rigidité* – avec le couple de cisaillement des couches

8.1.2 Sans le couple de cisaillement des couches

Les angles β_i sont des multiples de 90° . La matrice de rigidité globale a donc cette forme

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (8.15)$$

Éléments de matrice de rigidité – en flexion et torsion

$$D_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{11,i} \quad D_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{12,i} \quad D_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{22,i} \quad D_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{33,i}$$

$$d_1 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$d_2 = \begin{bmatrix} 230,30 & 46,06 & 0 \\ 46,06 & 7009,21 & 0 \\ 0 & 0 & 440,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$d_3 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$D_{11} = \frac{0,010^3}{12} 8010,81 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 230,30 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 8010,81 \cdot 10^3 = 1,900 \text{ kNm}$$

$$D_{12} = \frac{0,010^3}{12} 54,07 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 46,06 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 54,07 \cdot 10^3 = 0,028 \text{ kNm}$$

$$D_{22} = \frac{0,010^3}{12} 270,36 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 7009,21 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 270,36 \cdot 10^3 = 2,454 \text{ kNm}$$

$$D_{33} = \frac{0,010^3}{12} 500 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 440,00 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 500 \cdot 10^3 = 0,264 \text{ kNm}$$

Éléments de matrice de rigidité – en membrane

$$D_{66} = \sum_{i=1}^n t_i d_{11,i} \quad D_{67} = \sum_{i=1}^n t_i d_{12,i} \quad D_{77} = \sum_{i=1}^n t_i d_{22,i} \quad D_{88} = \sum_{i=1}^n t_i d_{33,i}$$

$$D_{66} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 230,30 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 = 179923 \text{ N/m}$$

$$D_{67} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 46,06 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 = 1927 \text{ N/m}$$

$$D_{77} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 7009,21 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 = 118095 \text{ N/m}$$

$$D_{77} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 440 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 = 18040 \text{ N/m}$$

Éléments de matrice de rigidité – en cisaillement

- 1) L'angle $\varphi = 0^\circ$ définit le système de coordonnées x'', y'' avec les rigidités maximum
- 2) Les rigidités de cisaillement $G''_{xz,i}$ et $G''_{yz,i}$ de chaque couche du système de coordonnées x'', y'' sont définies comme suivant.

$$\begin{aligned} G''_{xz,i} &= \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \\ G''_{yz,i} &= \sin^2(\varphi - \beta_i) G_{xz,i} + \cos^2(\varphi - \beta_i) G_{yz,i} \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (8.16)$$

$$\begin{aligned} G''_{xz,1} &= G''_{xz,3} = \cos^2(0^\circ) 500 + \sin^2(0^\circ) 50 = 500 \text{ MN/m}^2 \\ G''_{yz,1} &= G''_{yz,3} = \sin^2(0^\circ) 500 + \cos^2(0^\circ) 50 = 50 \text{ MN/m}^2 \\ G''_{xz,2} &= \cos^2(-90^\circ) 440 + \sin^2(-90^\circ) 44 = 44 \text{ MN/m}^2 \\ G''_{yz,2} &= \sin^2(-90^\circ) 440 + \cos^2(-90^\circ) 44 = 440 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

- 3) Dans le système de coordonnées x'', y'' , les valeurs D''_{44} et D''_{55} sont calculées selon les formules suivantes, en considérant $D''_{45} = 0$.

$$D''_{44} = \frac{5}{6} \sum_{i=1}^n G''_{xz,i} t_i \quad (8.17)$$

$$D''_{55} = \frac{5}{6} \sum_{i=1}^n G''_{yz,i} t_i \quad (8.18)$$

$$D''_{44} = \frac{5}{6} 500 \cdot 10^3 \cdot 0,010 + \frac{5}{6} 44 \cdot 10^3 \cdot 0,016 + \frac{5}{6} 500 \cdot 10^3 \cdot 0,012 = 9\,753 \text{ kN/m}$$

$$D''_{55} = \frac{5}{6} 50 \cdot 10^3 \cdot 0,010 + \frac{5}{6} 440 \cdot 10^3 \cdot 0,016 + \frac{5}{6} 50 \cdot 10^3 \cdot 0,012 = 6\,783 \text{ kN/m}$$

- 4) Les rigidités D_{44} , D_{55} , et D_{45} sont obtenues en retournant les valeurs D''_{44} et D''_{55} du système de coordonnées x'', y'' au système de coordonnées x, y (système de coordonnées local de la surface).

$$\begin{aligned} D_{44} &= \cos^2(\varphi) D''_{44} + \sin^2(\varphi) D''_{55} \\ D_{55} &= \sin^2(\varphi) D''_{44} + \cos^2(\varphi) D''_{55} \\ D_{45} &= \sin(\varphi) \cos(\varphi) (D''_{44} - D''_{55}) \end{aligned} \quad (8.19)$$

$$\begin{aligned} D_{44} &= \cos^2(0^\circ) \cdot 9\,753 + \sin^2(0^\circ) \cdot 6\,783 = 9\,753 \text{ kNm} \\ D_{55} &= \sin^2(0^\circ) \cdot 9\,753 + \cos^2(0^\circ) \cdot 6\,783 = 6\,783 \text{ kNm} \\ D_{45} &= \sin(0^\circ) \cdot \cos(0^\circ) \cdot (9\,753 - 6\,783) = 0,00 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Matrice de rigidité globale

$$D = \begin{bmatrix} 1,900 & 0,028 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2,454 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0,264 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 9\,753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 6\,783 & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & 179\,923 & 1\,927 & 0 \\ & & & & & & 118\,095 & 0 \\ & & & & & & & 18\,040 \end{bmatrix}$$

Éléments de la matrice de rigidité étendue

Surface n°: 1 Type de matrice: Standard

Éléments de la matrice de rigidité (flexion et torsion)

D11: 1.9 [kNm] D12: 0.0 [kNm] D13: 0.0 [kNm]
D22: 2.5 [kNm] D23: 0.0 [kNm]
D33: 0.3 [kNm]

Éléments de la matrice de rigidité (cisaillement)

D44: 9753.3 [kN/m] D45: 0.0 [kN/m]
D55: 6783.3 [kN/m]

Éléments de la matrice de rigidité (membrane)

D66: 179680.0 [kN/m] D67: 0.0 [kN/m] D68: 0.0 [kN/m]
D77: 117940.0 [kN/m] D78: 0.0 [kN/m]
D88: 18040.0 [kN/m]

OK

Figure 8.8: La boîte de dialogue *Éléments de la matrice de rigidité* – sans couple de cisaillement des couches

8.2 Détermination des contraintes

Déterminons les contraintes du panneau à trois couches de l'exemple précédent.

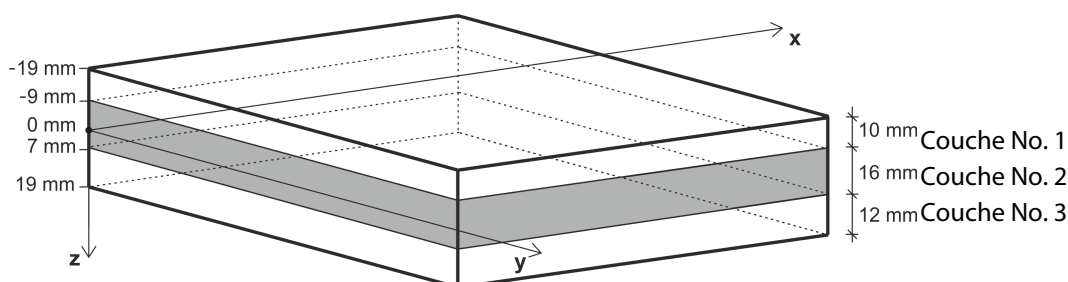


Figure 8.9: Schéma des couches

Les caractéristiques du matériau sont affichées dans la Figure 8.10.

Couches													
	A	B	C	D	E		F	G	H	I	J	K	L
Couche n°	Description du matériau	Facteur Catégorie	Épaisseur t [mm]	Direction orthotrope β [°]	Module d'élasticité [N/mm²]			Module de cisaillement [N/mm²]			Coefficient de Poisson [-]		Poids spécifique γ [N/m³]
					E _x	E _y		G _{xz}	G _{yz}	G _{xy}	ν _{xy}	ν _{yz}	
1	C16	Bois massif	10.0	0.00	8000.0	270.0		500.0	50.0	500.0	0.000	0.000	3700.0
2	C14	Bois massif	16.0	90.00	7000.0	230.0		440.0	440.0	440.0	0.000	0.000	3500.0
3	C16	Bois massif	12.0	0.00	8000.0	270.0		500.0	50.0	500.0	0.000	0.000	3700.0

Figure 8.10: Caractéristiques du matériau

Dans l'exemple précédent du Chapitre 8.1, les éléments de la matrice de rigidité ont été déterminés avec, puis sans la considération de l'effet collaborant. Les contraintes du panneau réagissent différemment selon la considération.

Le panneau est de dimensions $1,0 \times 1,5$ m. Il est supporté et chargé avec une charge surfacique de 5 kN/m^2 .

8.2.1 Calcul des composants de contrainte

La méthode des éléments finis de RFEM génère les contraintes σ_x , σ_y , τ_{xy} , τ_{xz} et τ_{yz} . Les Figure 8.11 et Figure 8.12 affichent les valeurs de contrainte du point au coordonnées [0,8, 0,8, 0] de la couche du milieu. Dans la première image, le couple de cisaillement des couches est considéré, mais pas dans la deuxième.

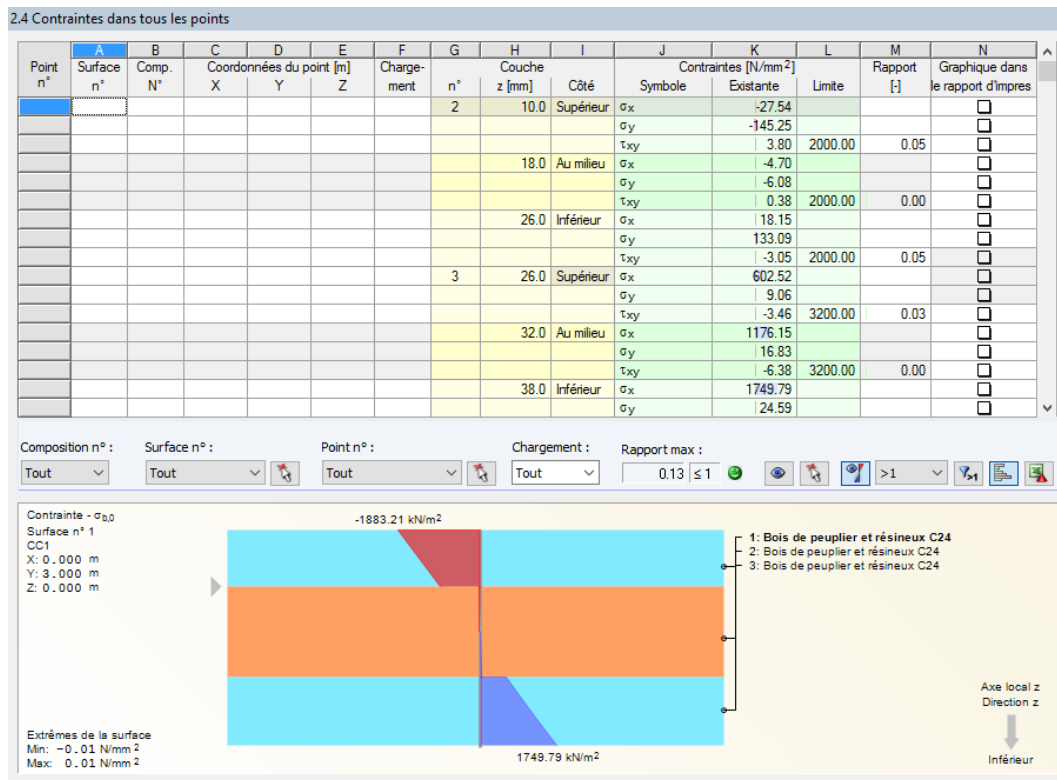


Figure 8.11: Fenêtre 2.4 Contraintes dans tous les points – avec couple de cisaillement des couches

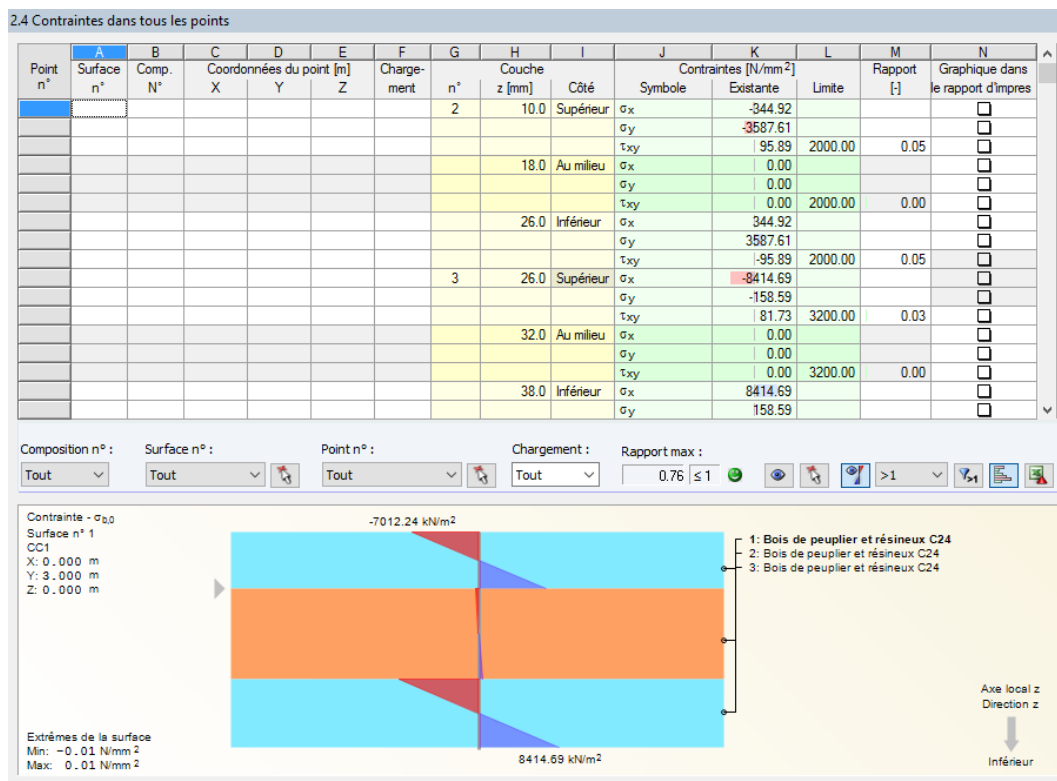


Figure 8.12: Fenêtre 2.4 Contraintes dans tous les points – sans couple de cisaillement des couches

Dans les deux cas, le calcul des composants individuels de contrainte est le même. Ainsi, seul le cas avec couple de cisaillement des couches est présenté avec les valeurs suivantes.

Point	Côté	σ_x [kPa]	σ_y [kPa]	τ_{xy} [kPa]
$x = 0,8 \text{ m}$,	Supérieur	-27,54	-145,25	3,80
$y = 0,8 \text{ m}$,	Milieu	-4,70	-6,08	0,38
Couche No. 2	Inférieur	18,15	133,09	-3,05

Tableau 8.1: Contraintes dans la couche No. 2 – avec couple de cisaillement

La direction de la couche centrale est définie par l'angle $\beta = 90^\circ$.

$$\sigma_{b+t/c,0} = \sigma_x \cos^2 \beta + \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \sin^2 \beta$$

$$\sigma_{b+t/c,0(\text{Supérieur})} = -27,54 \cos^2 90^\circ + 3,80 \cdot \sin (2 \cdot 90^\circ) - 145,25 \sin^2 90^\circ = -145,25 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,0(\text{Milieu})} = -4,70 \cos^2 90^\circ + 0,38 \cdot \sin (2 \cdot 90^\circ) - 6,08 \sin^2 90^\circ = -6,08 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,0(\text{Inférieur})} = 18,15 \cos^2 90^\circ - 3,05 \cdot \sin (2 \cdot 90^\circ) + 133,09 \sin^2 90^\circ = 133,09 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,90} = \sigma_x \sin^2 \beta - \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \cos^2 \beta$$

$$\sigma_{b+t/c,90(\text{Supérieur})} = -27,54 \sin^2 90^\circ - 3,88 \cdot \sin (2 \cdot 90^\circ) - 145,25 \cos^2 90^\circ = -27,54 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,90(\text{Milieu})} = -4,70 \sin^2 90^\circ - 0,38 \cdot \sin (2 \cdot 90^\circ) - 6,08 \cos^2 90^\circ = -4,70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,90(\text{Inférieur})} = 18,15 \sin^2 90^\circ - (-3,05) \cdot \sin (2 \cdot 90^\circ) + 133,09 \cos^2 90^\circ = 18,15 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{t/c,0} = \frac{\sigma_{b+t/c,0(\text{Supérieur})} + \sigma_{b+t/c,0(\text{Milieu})} + \sigma_{b+t/c,0(\text{Inférieur})}}{3}$$

$$\sigma_{t/c,0} = \frac{-145,25 - 6,08 + 133,09}{3} = -6,08 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{t/c,90} = \frac{\sigma_{b+t/c,90(\text{Supérieur})} + \sigma_{b+t/c,90(\text{Milieu})} + \sigma_{b+t/c,90(\text{Inférieur})}}{3}$$

$$\sigma_{t/c,90} = \frac{-27,54 - 4,70 + 18,15}{3} = -4,70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,0} = \sigma_{b+t/c,0} - \sigma_{t/c,0}$$

$$\sigma_{b,0(\text{Supérieur})} = -145,25 - (-6,08) = -139,17 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,0(\text{Milieu})} = -6,08 - (-6,08) = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,0(\text{Inférieur})} = 133,09 - (-6,08) = 139,17 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,90} = \sigma_{b+t/c,90} - \sigma_{t/c,90}$$

$$\sigma_{b,90(\text{Supérieur})} = -27,54 - (-4,70) = -22,84 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,90(\text{Milieu})} = -4,70 - (-4,70) = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,90(\text{Inférieur})} = 18,15 - (-4,70) = 22,84 \text{ kPa}$$

8.2.2 Vérification dans le module RF-LAMINATE



Nous commençons par créer un *Nouveau Modèle* dans RFEM.

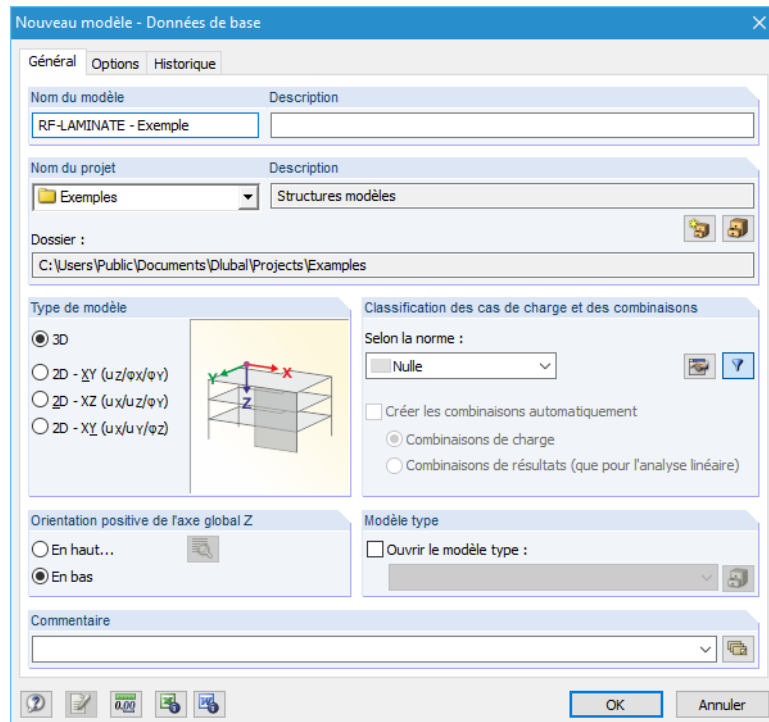


Figure 8.13: Nouveau modèle



Nous créons maintenant une *Nouvelle surface rectangulaire* et nous sélectionnons un type de rigidité *Stratifié*. Puis nous définissons un panneau avec les dimensions $1,0 \times 1,5$ m.

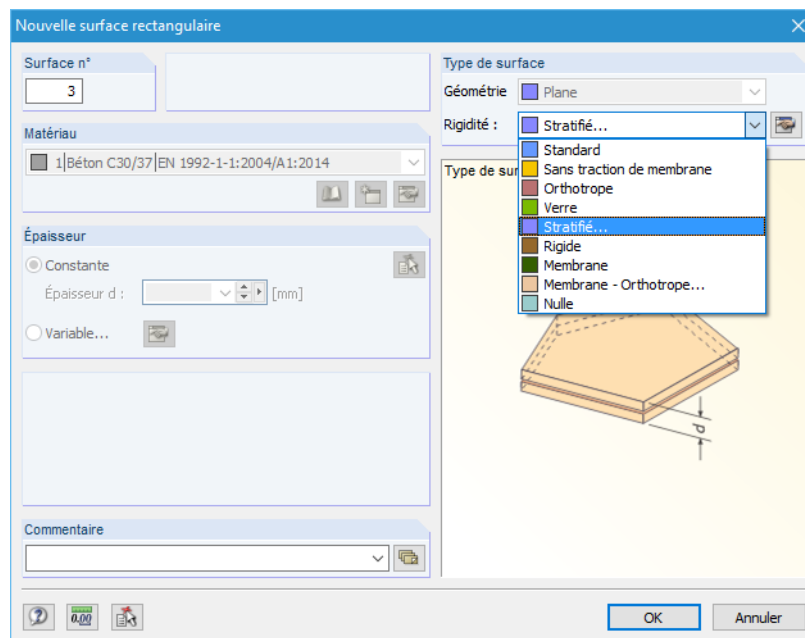


Figure 8.14: Sélection d'une rigidité *Stratifiée* dans la boîte de dialogue *Nouvelle surface rectangulaire*

Les appuis sont à définir comme dans la Figure 8.15.

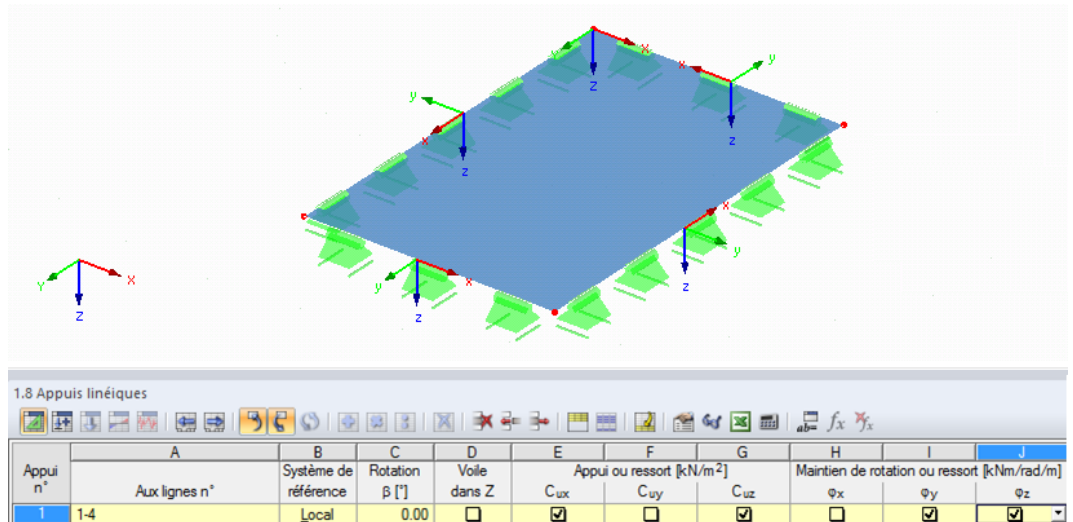


Figure 8.15: Tableau 1.8 Appuis linéiques



Créons maintenant un *Nouveau cas de charge*.

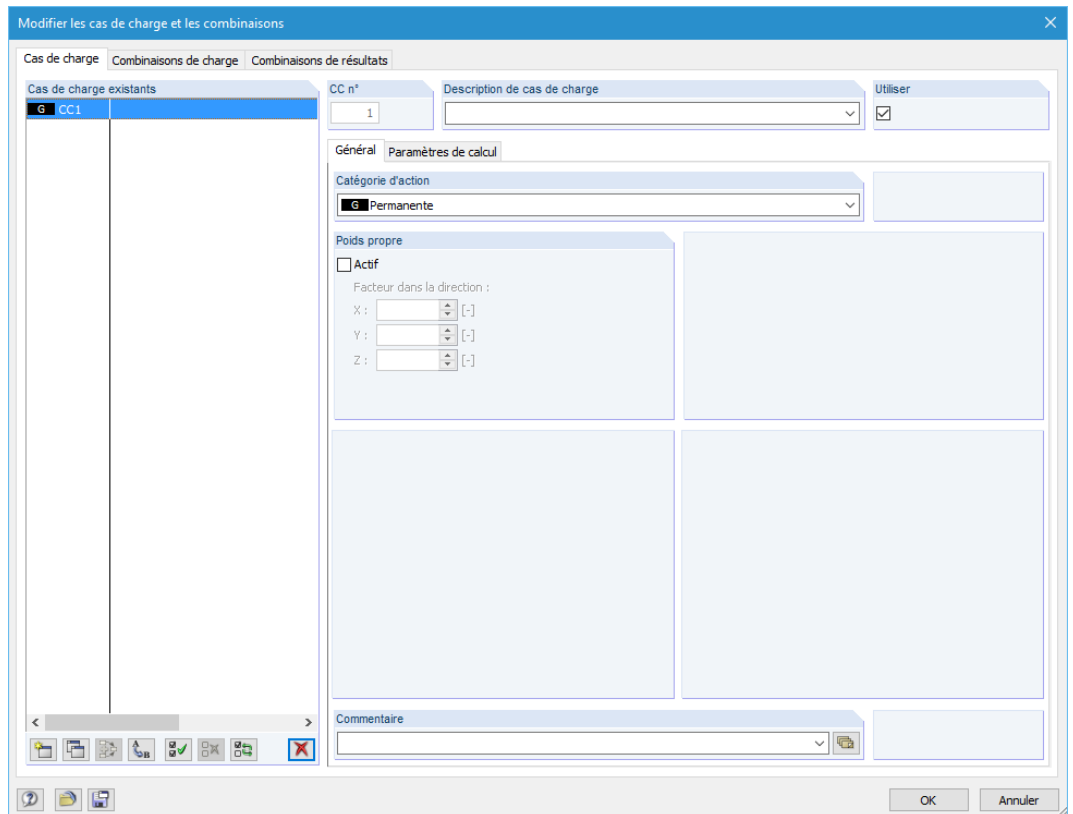


Figure 8.16: Onglet *Cas de charge* de la boîte de dialogue *Modifier les cas de charge et les combinaisons*



Nous ne sélectionnons **pas** le poids propre comme *Actif*.



Nous ouvrons maintenant la boîte de dialogue *Nouvelle charge de surface* et entrons la charge de 5 kN/m^2 .

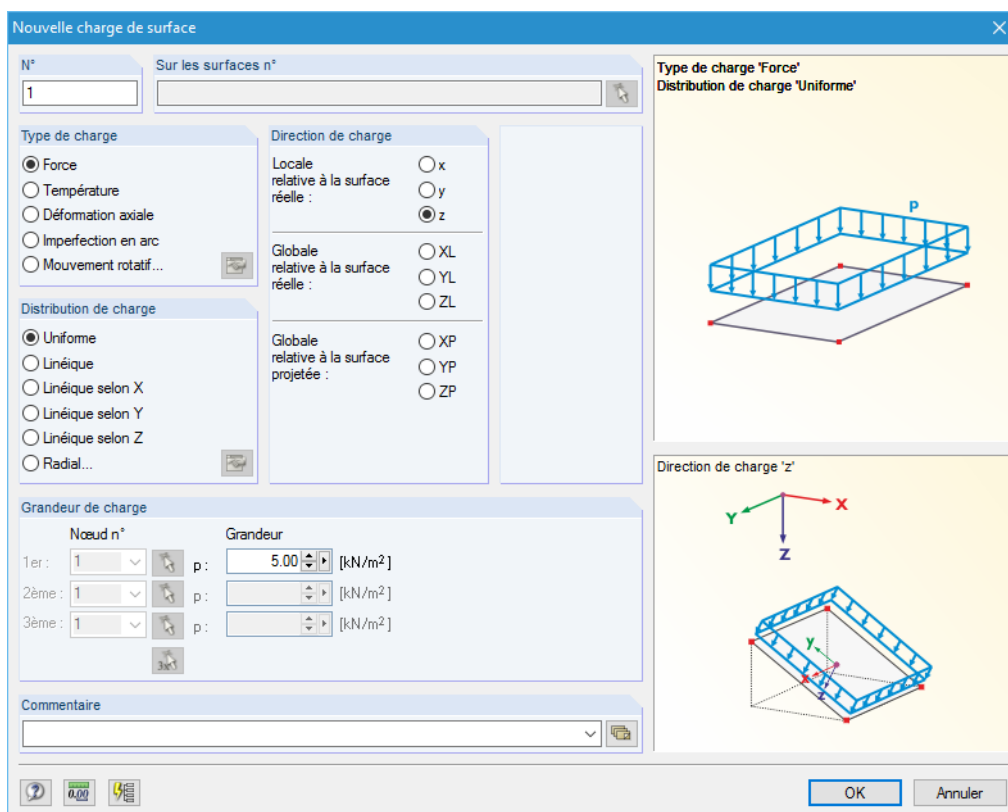


Figure 8.17: boîte de dialogue *Nouvelle charge de surface*

Nous définissons la longueur visée d'éléments finis à 25 mm dans la boîte de dialogue *Maillage EF*.

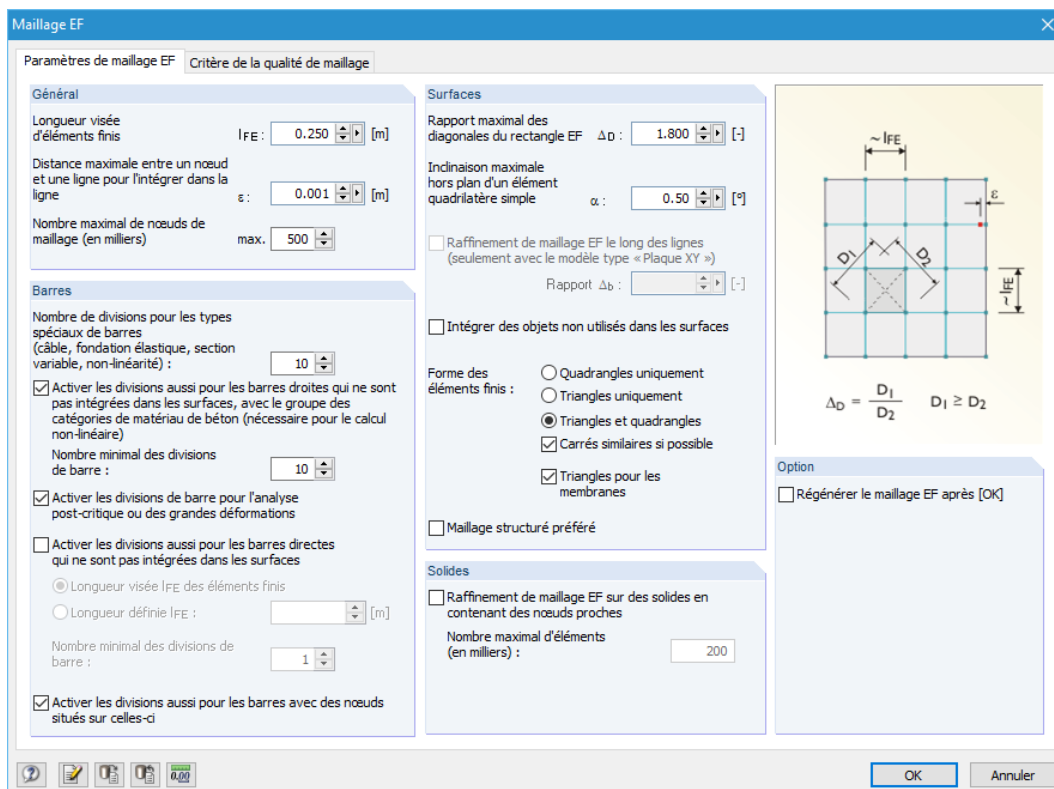


Figure 8.18: boîte de dialogue *Maillage EF*

Nous ouvrons le module RF-LAMINATE (voir le [Chapitre 1.3](#), à la [page 4](#)).

La surface No. 1 est prédéfinie dans *1.1 Données de base*. Si une norme est sélectionnée, nous la modifions en *Aucune*.

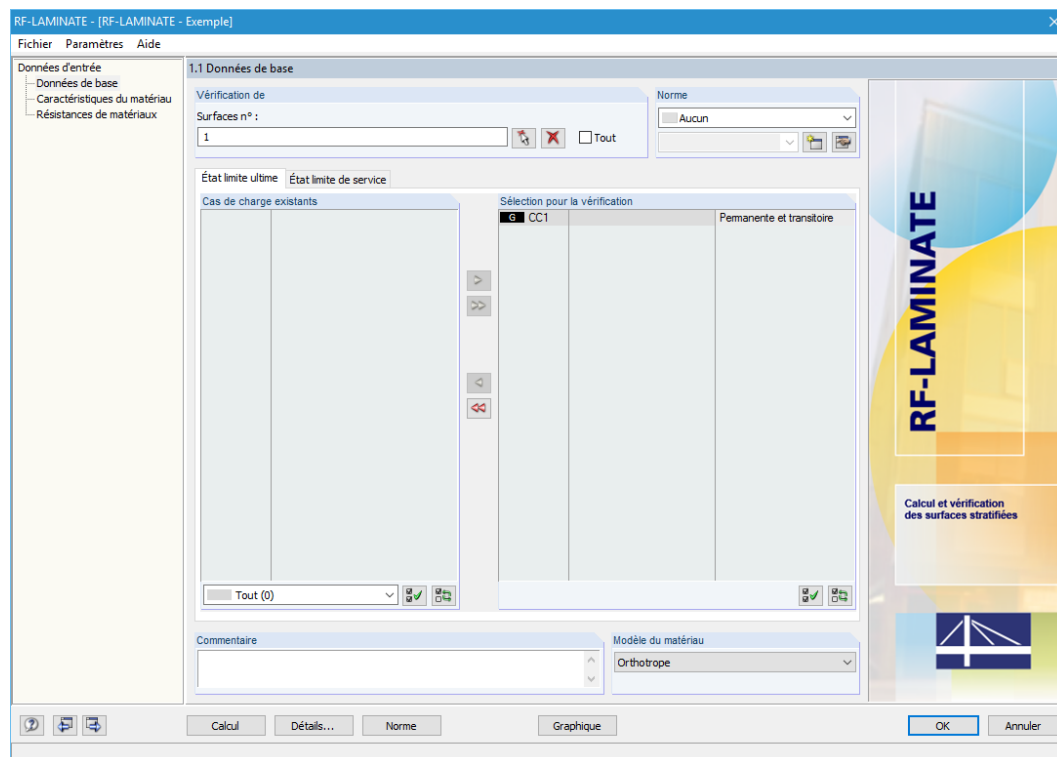
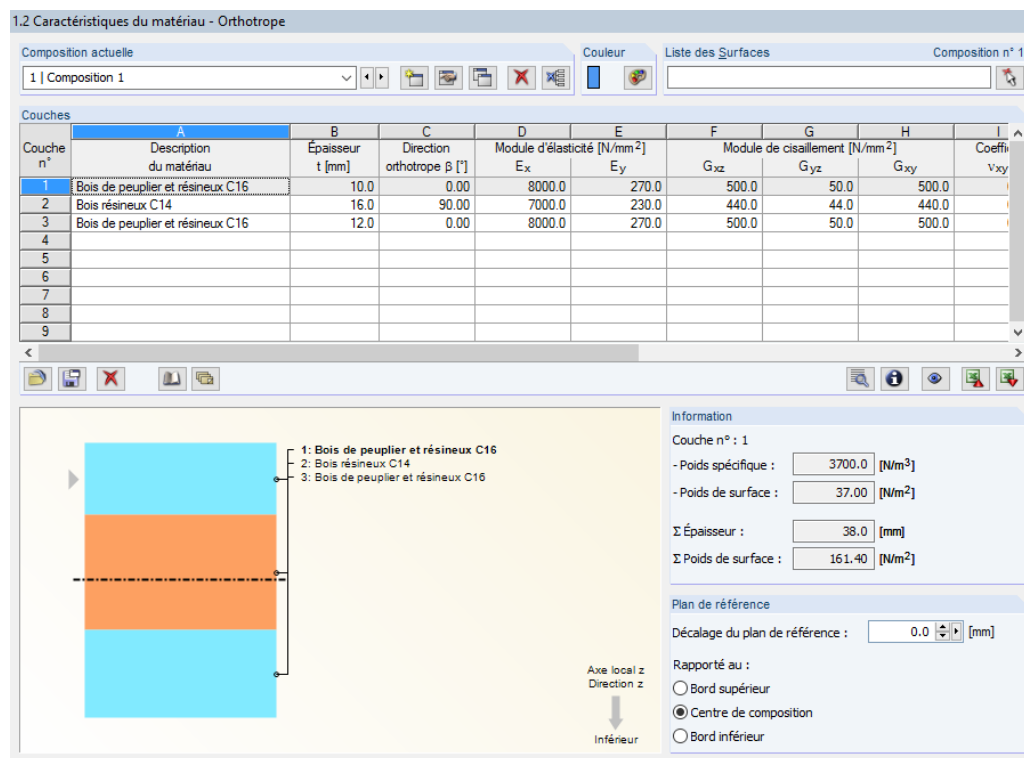


Figure 8.19: Fenêtre 1.1 Données de base

Sélectionnons le CC1 comme à vérifier et définissons le type de matériau comme *Orthotrope*.



Dans la fenêtre *1.2 Caractéristiques des matériaux*, nous sélectionnons les couches individuelles à partir de la [Bibliothèque] de matériaux et assignons cette composition à la surface No. 1.



Les résistances caractéristiques des matériaux sont affichées dans 1.3 Résistances des matériaux.

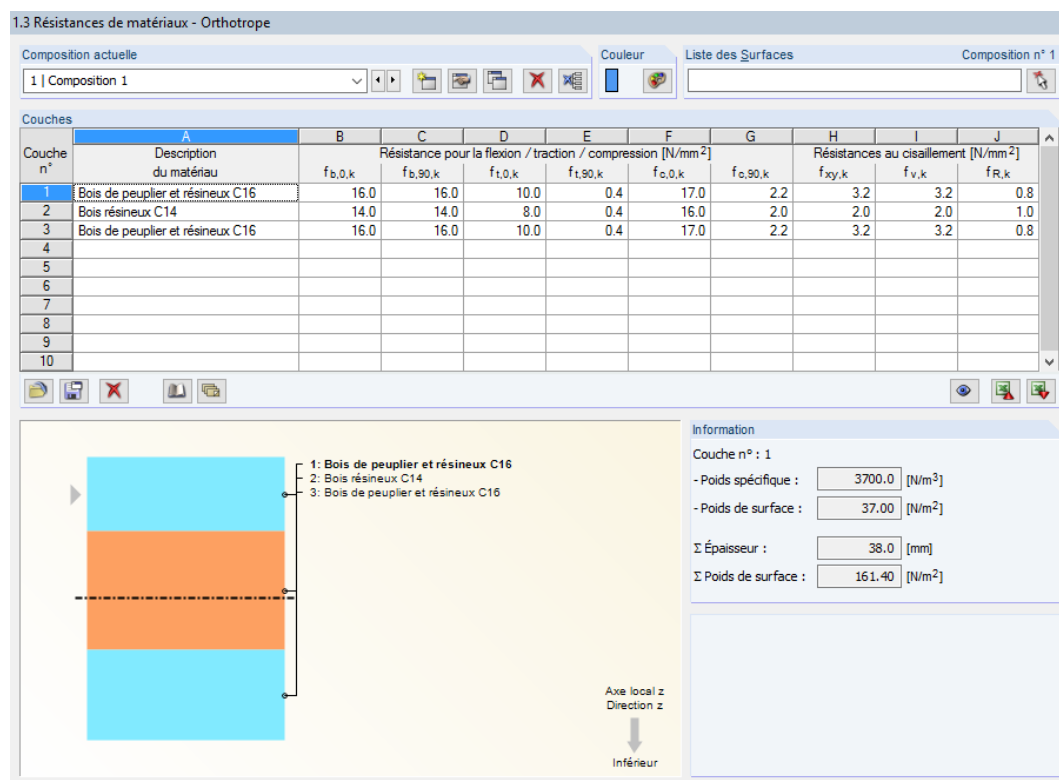


Figure 8.21: Fenêtre 1.3 Résistances des matériaux

Nous consultons ensuite les paramètres de la boîte de dialogue *Détails*.

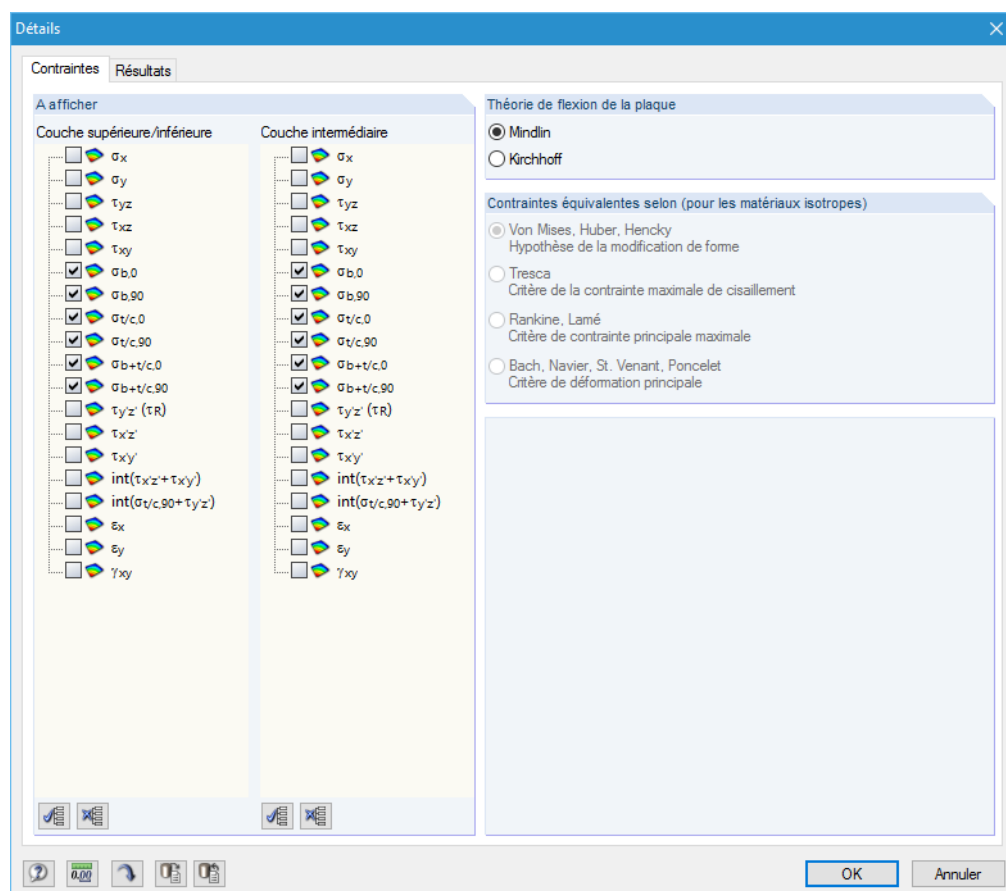


Figure 8.22: Onglet Contraintes de la boîte de dialogue Détails

Calcul

Nous pouvons lancer le calcul.

Les valeurs de contrainte peuvent être consultées dans les fenêtres de résultat et comparées à celles calculées à la main dans le [Chapitre 8.2.1](#), à la [page 77](#).

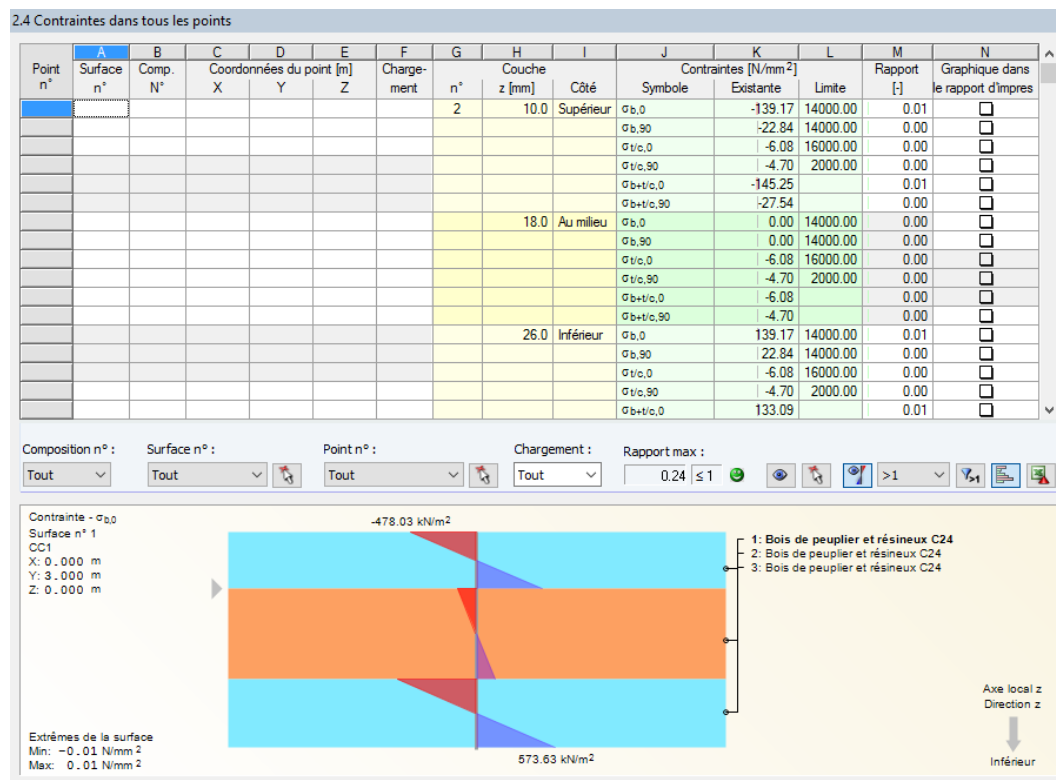


Figure 8.23: Fenêtre 2.4 Contraintes dans tous les points

8.3 Vérification d'un plancher selon EC 5

L'exemple est tiré du Chapitre 10.2 de [5].

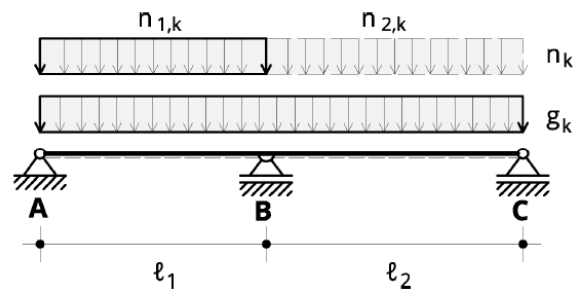


Figure 8.24: Modèle d'un panneau à deux travées

- Système : Plancher de catégorie A
 $\ell_1 = \ell_2 = 5,20 \text{ m}$
 $b = 3,50 \text{ m}$
Classe de service 1
 $\gamma_M = 1,25$
- Chargement : CC1 - Charge permanente : $g_{2,k} = 2,0 \text{ kN/m}^2 + 1,21 \text{ kN/m}^2$ (poids propre)
LC2 - Charge d'exploitation : $n_k = 2,5 \text{ kN/m}^2$, catégorie A, classe de durée de charge : moyen terme
LC3 - Charge d'exploitation : $n_k = 2,5 \text{ kN/m}^2$, sur le côté droit du panneau uniquement, catégorie A, classe de durée de charge : moyen terme
CO1 = $1.35\text{CC1} + 1.5\text{CC2}$ – pour la vérification à l'ELU
CO2 = $\text{CC1} + \text{CC3}$ – pour la vérification à l'ELS (caractéristique)
- Section choisie : BSP 220 L7S2

Le modèle est étudié comme une analyse de géométrie linéaire. La longueur du maillage EF est de 0,5 m.

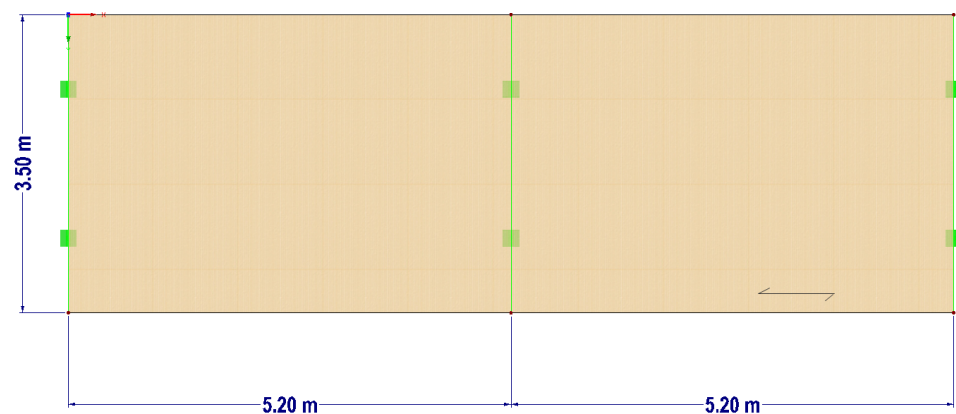


Figure 8.25: Modèle RFEM

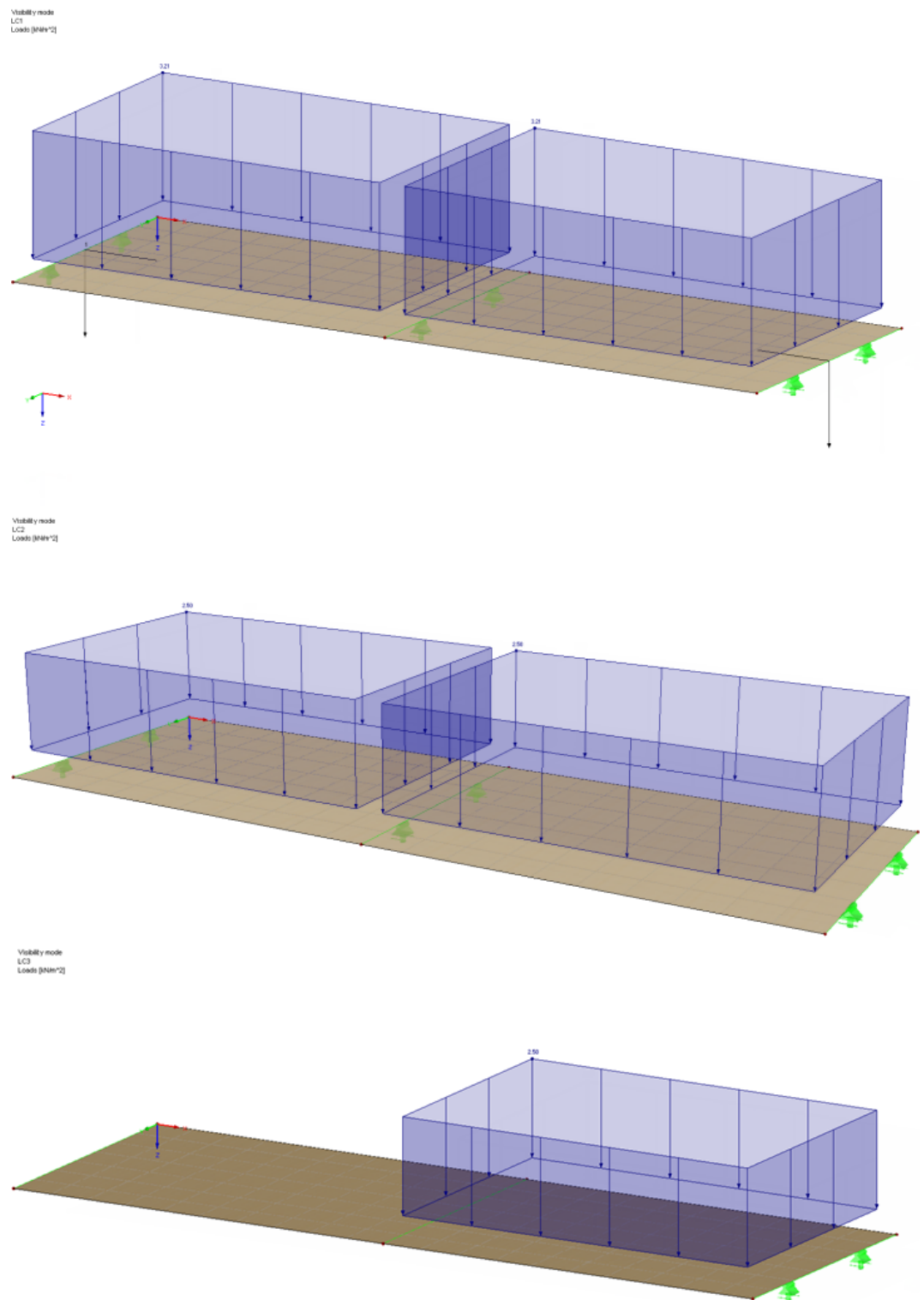


Figure 8.26: Cas de charge

Une fois le modèle créé dans RFEM, nous pouvons lancer le module RF-LAMINATE.

La vérification est menée selon EN 1995-1-1 et l'annexe allemande *DIN*. Nous sélectionnons la combinaison CO1 pour la vérification et lui assignons la situation de calcul *Permanente et transitoire*. Le matériau est de type *Orthotrope*.

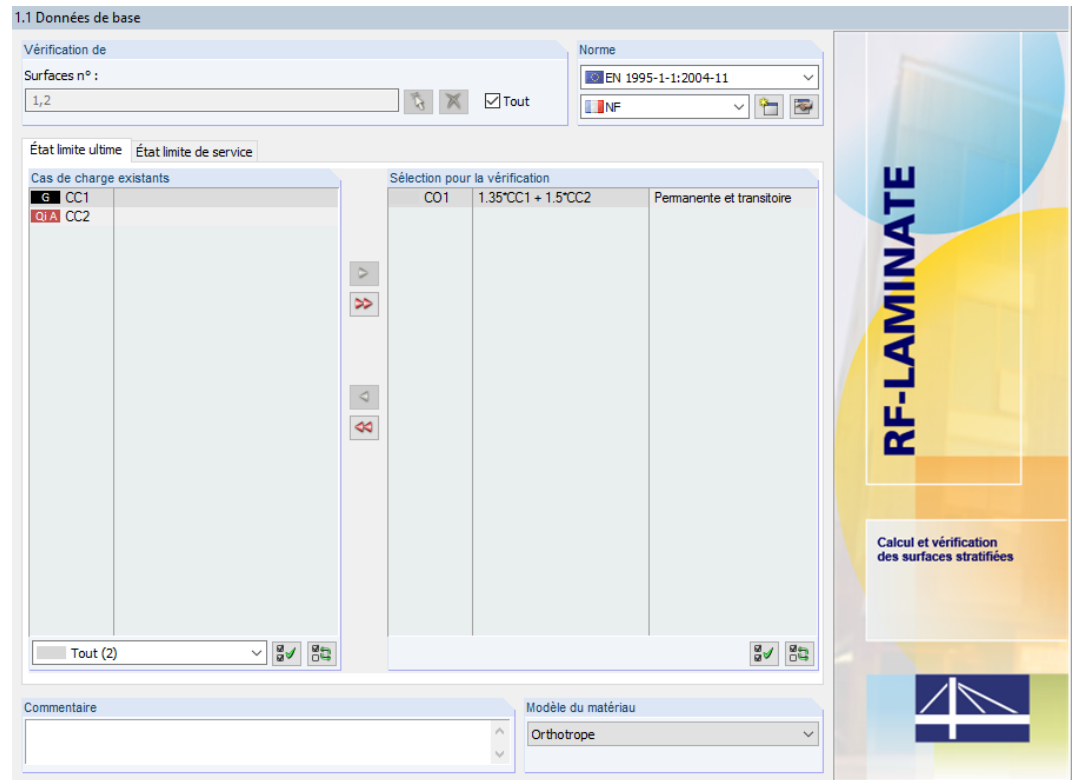


Figure 8.27: Fenêtre 1.1 Données de base

Sélectionnons CO2 dans l'onglet *État limite de service* pour l'analyse des déformations.



La section du panneau est en CLT 220 L7s2 de STORA ENSO. Elle peut être définie manuellement dans 1.2 *Caractéristiques des matériaux - Orthotrope* ou bien sélectionnée dans la [Bibliothèque]. À noter que la bibliothèque est régulièrement mise à jour avec les dernières validations de produit des fabricants. Si vous souhaitez reproduire cet exemple, nous vous conseillons de définir les couches manuellement.

1.2 Caractéristiques du matériau - Orthotrope

Composition actuelle: 1 | Composition 1

Couche n°: 1

Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Direction orthotrope β [°]	E Module d'élasticité [N/mm ²] E_x	F E_y	G Module de cisaillement [N/mm ²] G_{xz}	H Module de cisaillement [N/mm ²] G_{yz}
1	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
2	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
3	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	90.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
4	C24	Bois lamellé-croisé	40.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
5	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	90.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
6	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
7	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
8								
9								

Information

Couche n°: 1

- Poids spécifique: 5000.0 [N/m³]

- Poids de surface: 150.00 [N/m²]

Σ Épaisseur: 220.0 [mm]

Σ Poids de surface: 1100.00 [N/m²]

Plan de référence

Décalage du plan de référence: 0.0 [mm]

Rapporté au:

☐ Bord supérieur

☒ Centre de composition

☐ Bord inférieur

Figure 8.28: Fenêtre 1.2 Caractéristiques des matériaux - Orthotrope

Définissez la catégorie de facteur *Bois lamellé-croisé* à toutes les couches.

Norme

Dans la boîte de dialogue *Norme* le coefficient de sécurité est défini à 1,2 pour le bois lamellé-croisé. D'après l'EC 5, nous pouvons l'établir à 1,25.

Norme - EN 1995-1-1:2004-11/NF

Facteurs de matériau Limites de service

Catégorie de facteur: Bois lamellé-croisé

Coefficients partiels selon 2.4.1

Situation de projet:

Durable et transitoire γ_M : 1.20

Accidentelle γ_M : 1.00

Facteurs de modification selon le tableau 3.1

Classe de durée de charge (CDC)

	1	2	3
- Permanente	k_{mod} : 0.60	k_{mod} : 0.60	k_{mod} : 0.60
- Long terme	k_{mod} : 0.70	k_{mod} : 0.70	k_{mod} : 0.70
- Moyen terme	k_{mod} : 0.80	k_{mod} : 0.80	k_{mod} : 0.80
- Court terme	k_{mod} : 0.90	k_{mod} : 0.90	k_{mod} : 0.90
- Instantanée	k_{mod} : 1.10	k_{mod} : 1.10	k_{mod} : 1.10

OK Annuler

Figure 8.29: Boîte de dialogue *Norme* - EN 1995-1-1:2004-11/NF

Les résistances du matériau sont définies dans la fenêtre 1.3 Résistances du matériau - Orthotrope.

Couches										
Couche n°	Description du matériau	B	C	D	E	F	G	H	I	J
		$f_{b,0,k}$	$f_{b,90,k}$	$f_{t,0,k}$	$f_{t,90,k}$	$f_{c,0,k}$	$f_{c,90,k}$	$f_{xy,k}$	$f_{v,k}$	$f_{R,k}$
1	C24	24.0	0.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	1.5
2	C24	24.0	0.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	1.5
3	C24	24.0	0.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	1.5
4	C24	24.0	0.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	1.5
5	C24	24.0	0.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	1.5
6	C24	24.0	0.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	1.5
7	C24	24.0	0.0	14.0	0.4	21.0	2.5	4.0	4.0	1.5
8										
9										
10										

Figure 8.30: Résistances du matériau

Résultats – ELU

La vérification à l'état limite ultime est réalisée selon l'AN 9.3 allemande.

Les efforts internes sont similaires à l'exemple de [5] :

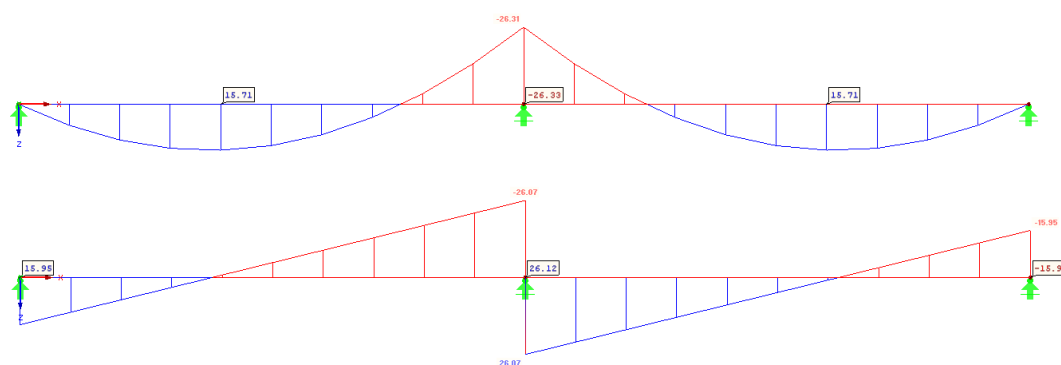


Figure 8.31: Moments de flexion et les efforts tranchants

$$M = -26,31 \text{ kNm}$$

$$V_x = 26,1 \text{ kN}$$

Contrainte en flexion :

$$\sigma_{b+t/c,0} = 3,58 \text{ N/mm}^2$$

Résistance :

$$f_{m,d} = f_{b,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} f_{b,0,k} = 15,36 \text{ N/mm}^2$$

RF-LAMINATE fait la distinction entre la pression et les contraintes en flexion, comme décrit dans le Chapitre 5.1. Tout de même, nous ne comparons pas les résultats avec [5], la contrainte en flexion est comparée à la résistance limite.

$$3,58/15,36 = 0,25 < 1$$

Dans [5], le coefficient est de 0,22.

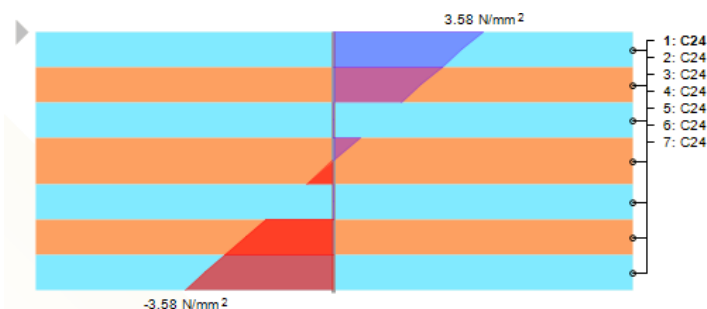
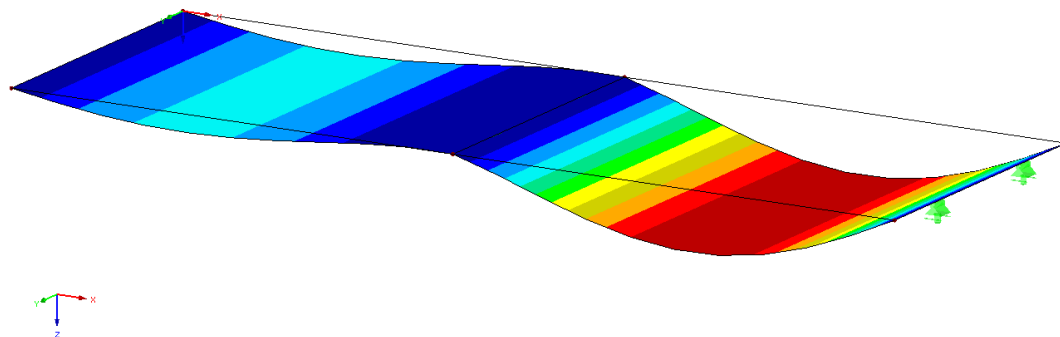


Figure 8.32: Contrainte en flexion dans RF-LAMINATE

Résultats – ELS

La déformation maximum obtenue pour CO2 à l'état limite de service est de 4,1 mm et se trouve à 3,1 m de l'appui central.

Déformations locales u-z [mm]



Max u-z: 4.1, Min u-z: 0.0 mm

Figure 8.33: Déformations

Vérification :

$$w_{\text{inst}} = 4,1 \text{ mm} < l/300 = 5\,200/300 = 17,3 \text{ mm}$$

La déformation calculée de $w_{\text{inst}} = 4,1 \text{ mm}$ est similaire à celle dans [5], de 4,5 mm.

[5] étant la vérification d'une poutre (1D) avec le moment d'inertie efficace, la différence de 0,4 mm est compréhensible.

8.4 Calcul des éléments de la matrice de rigidité en cisaillement

Déterminons les éléments de la matrice de rigidité en cisaillement de la surface de l'exemple précédent. Les caractéristiques de matériau des couches sont :

1.2 Caractéristiques du matériau - Orthotrope

Composition actuelle: 1 | Composition 1

Couleur: []

Liste des Surfaces: 1

Composition n° 1

Couche n°	A Description du matériau	B Facteur Catégorie	C Épaisseur t [mm]	D Direction orthotrope β [°]	E Module d'élasticité [N/mm²] E _x	F E _y	G Module de cisaillement [N/mm²] G _{xz}	H G _{yz}
1	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
2	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
3	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	90.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
4	C24	Bois lamellé-croisé	40.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
5	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	90.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
6	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
7	C24	Bois lamellé-croisé	30.0	0.00	11500.0	0.0	690.0	50.0
8								
9								

Information

Couche n°: 1

- Poids spécifique: 5000.0 [N/m³]

- Poids de surface: 150.00 [N/m²]

Σ Épaisseur: 220.0 [mm]

Σ Poids de surface: 1100.00 [N/m²]

Plan de référence

Décalage du plan de référence: 0.0 [mm]

Rapporté au:

☐ Bord supérieur

☒ Centre de composition

☐ Bord inférieur

Figure 8.34: Fenêtre 1.2 Caractéristiques des matériaux - Orthotrope



Cette composition de couches démontre les effets de la limitation de la rigidité en cisaillement. Les éléments de la matrice de rigidité étendue peuvent être consultés en cliquant sur le bouton [Info] affiché à gauche.

Éléments de la matrice de rigidité étendue

Surface n°: 1

Type de matrice: Standard

Éléments de la matrice de rigidité (flexion et torsion)

D₁₁: 9320.4 [kNm] D₁₂: 0.0 [kNm] D₁₃: 0.0 [kNm]

D₂₂: 898.3 [kNm] D₂₃: 0.0 [kNm]

D₃₃: 398.0 [kNm]

Éléments de la matrice de rigidité (cisaillement)

D₄₄: 21361.2 [kN/m] D₄₅: 0.0 [kN/m]

D₅₅: 6603.1 [kN/m]

Éléments de la matrice de rigidité (membrane)

D₆₆: 1842579.6 [kN/m] D₆₇: 0.0 [kN/m] D₆₈: 0.0 [kN/m]

D₇₇: 690967.4 [kN/m] D₇₈: 0.0 [kN/m]

D₈₈: 106260.0 [kN/m]

Éléments de la matrice de rigidité (effets excentriques)

D₁₆: 0.0 [kNm/m] D₁₇: 0.0 [kNm/m] D₁₈: 0.0 [kNm/m]

D₂₇: 0.0 [kNm/m] D₂₈: 0.0 [kNm/m]

D₃₈: 0.0 [kNm/m]

Matrice de rigidité étendue:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & D_{77} & D_{78} \\ & & D_{88} \end{bmatrix}$$

D₁₁ ... D₃₃ [Nm]

D₄₄ ... D₈₈ [N/m]

D₁₆ ... D₃₈ [Nm/m]

OK

Figure 8.35: Éléments de la matrice de rigidité étendue

La valeur de la rigidité D''_{44} est donnée par la formule :

$$D''_{44} = \max(D''_{44, \text{calc}}, D''_{\min}) \max \left(D''_{44, \text{calc}}, \frac{48}{5 \ell^2} \frac{1}{\sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{t_i^3}{12} - \sum_{i=1}^n E''_{x,i} \frac{z_{\max,i}^3 - z_{\min,i}^3}{3}} \right) \quad (8.20)$$

$$D''_{44} = \max \left(25\,138,9, \frac{48}{5 \cdot 3,5^2} \frac{1}{0,00623} \right) = \max(25\,138,9, 125,8)$$

Avec une largeur de 3,5 m, la limitation D''_{\min} n'est pas activée.

La limitation D''_{\min} permet d'éviter des problèmes de transformation en cisaillement pour des petites zones et pour des compositions de panneau peu rigides. La largeur limite de la composition de couche de l'exemple serait de 240 mm et le modèle aurait la géométrie suivante :

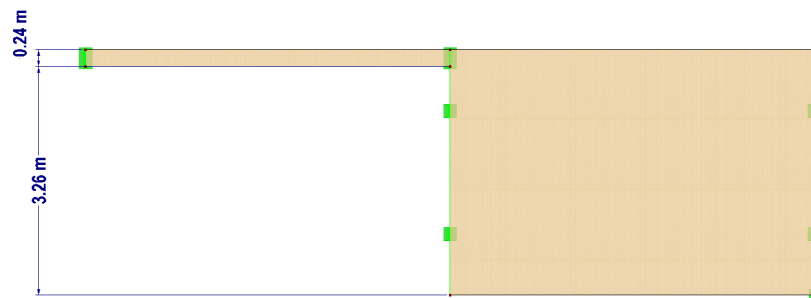


Figure 8.36: Géométrie de surfaces avec une largeur limite appliquée

Les rigidités en cisaillement pour l'orientation x de ce panneau sont :

	D44
Une couche (D44 ₁)	$5/6 t_1 G_x = 17\,250 \text{ kN/m}$
$D''_{44, \text{calc}}$	25 139 kN/m
$D''_{\min} = D''_{44}$	26 752 kN/m

Tableau 8.2: Rigidités en cisaillement x du panneau

Lorsque la surface rétrécit, D''_{\min} augmente. La valeur de $D''_{44, \text{calc}}$ prend en compte l'augmentation des rigidités en cisaillement du panneau entier à cause de l'assemblage où un panneau de surface en croise un autre.

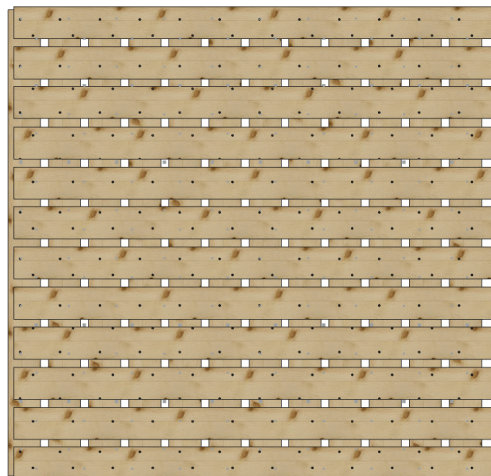


Figure 8.37: Illustration exagérée d'un panneau CLT

Si la surface présente un partie très réduite, comme illustré dans la Figure 8.39, la limitation est alors $D''_{\min} = 125,8 \text{ kN/m}$. Ce qui signifie que la valeur D''_{44} est égale à $D''_{44, \text{calc}}$.



Le coefficient réducteur k_{44} peut être appliqué pour limiter les éléments de la matrice de rigidité en cisaillement D_{44} aux efforts tranchants importants transformés dans le petit côté de la surface.

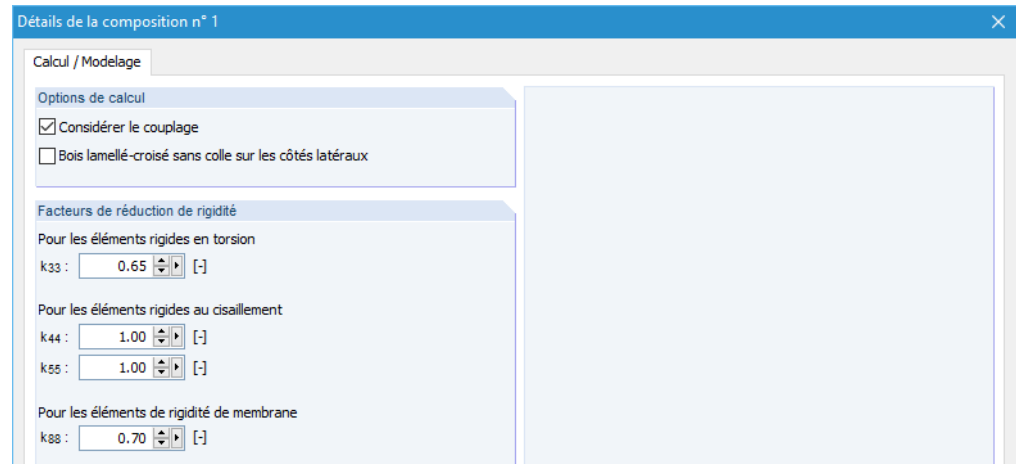


Figure 8.38: Les coefficients réducteur de rigidité dans la boîte de dialogue *Détails de la composition*

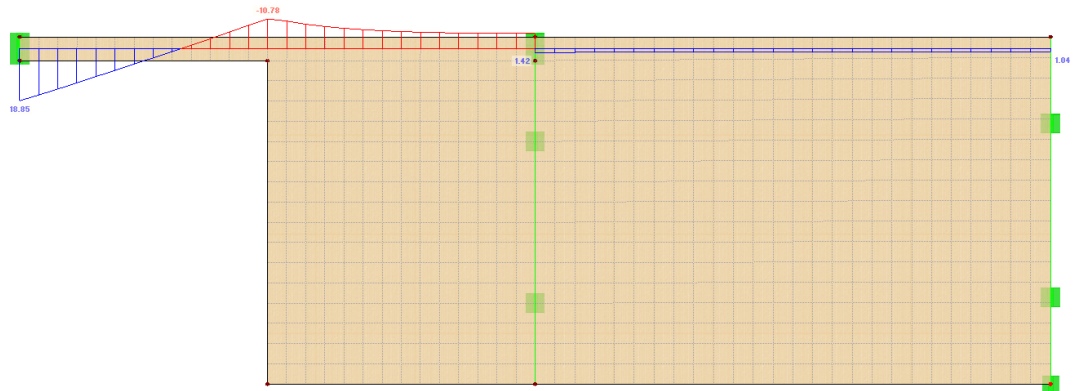


Figure 8.39: Efforts tranchants importants sur les appuis d'une surface étroite

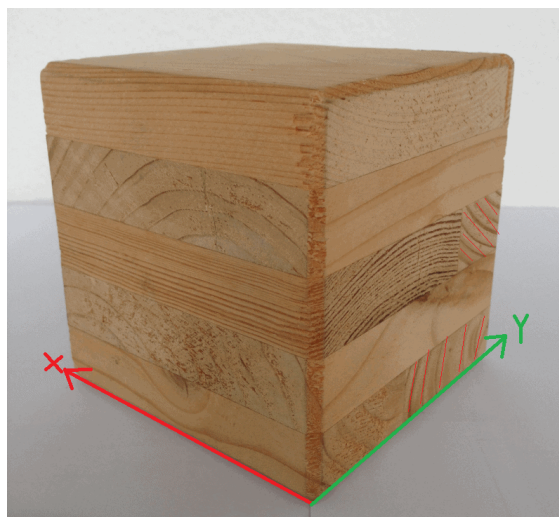


Figure 8.40: Rupture des fibres en cisaillement dans la direction G_{xz}

Comme illustré par Figure 8.40, les fibres opposées d'une couche ont tendance à rompre à cause des effets du cisaillement roulant. C'est un problème qui peut être considéré en modifiant les éléments de rigidité en cisaillement mentionnés précédemment.

9 Annexes

9.1 Équations de transformation

Ce chapitre décrit les équations nécessaires pour transformer les contraintes, les déformations et matrices de rigidité par la rotation du système de coordonnées x, y, z vers le système de coordonnées x', y', z' par rapport à l'angle β . L'angle β se définit comme ceci :

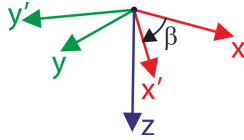


Figure 9.1: Définition de l'angle β



Les valeurs concernant le système x, y, z – telles que les contraintes, les déformations ou les éléments de matrice de rigidité – sont notées sans apostrophe ($'$), alors que les valeurs du système x', y', z' sont notées avec.

Les équations de transformation pour les contraintes et les déformations en plan droit sont

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3 \times 3}^{-T}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{b+t/c,0} \\ \sigma_{b+t/c,90} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_x \\ \varepsilon'_y \\ \gamma'_{xy} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3 \times 3}} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

La matrice de rigidité est transformée par l'équation

$$\mathbf{d} = \mathbf{T}_{3 \times 3}^T \mathbf{d}' \mathbf{T}_{3 \times 3} \Leftrightarrow \mathbf{d}' = \mathbf{T}_{3 \times 3}^{-T} \mathbf{d} \mathbf{T}_{3 \times 3}^{-1} \quad (9.3)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ & d_{22} & d_{23} \\ \text{sym.} & & d_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}' = \begin{bmatrix} d'_{11} & d'_{12} & 0 \\ & d'_{22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{33} \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

Les équations de transformation pour les contraintes de cisaillement et pour les déformations sont

$$\begin{bmatrix} \tau'_{xz} \\ \tau'_{yz} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2 \times 2}} \begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \tau_d \\ \tau_R \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \tau'_{xz} \\ \tau'_{yz} \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yz} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2 \times 2}} \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

La matrice de rigidité est transformée par l'équation

$$\mathbf{G} = \mathbf{T}_{2 \times 2}^T \mathbf{G}' \mathbf{T}_{2 \times 2} \Leftrightarrow \mathbf{G}' = \mathbf{T}_{2 \times 2} \mathbf{G} \mathbf{T}_{2 \times 2}^T \quad (9.7)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ \text{sym.} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} G'_{11} & 0 \\ 0 & G'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \quad (9.8)$$

9.2 Vérification de la définition positive de la matrice de rigidité

Une matrice de rigidité globale définie positive est indispensable au calcul.

En général, la matrice de rigidité globale a cette forme :

$$D_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} D_{\text{en flexion}}^{3 \times 3} & 0 & D_{\text{excentré}}^{3 \times 3} \\ 0 & D_{\text{cisaillement}}^{2 \times 2} & 0 \\ D_{\text{excentré}}^{3 \times 3} & 0 & D_{\text{membrane}}^{3 \times 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & & & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & & & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & & & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & & & \\ & & & & D_{55} & & & \\ & \text{sym.} & & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

Les conditions suivantes sont respectées :

1. La matrice D doit être définie positive, avec par exemple tous ses mineurs principaux dominants positifs.
2. Les sous-matrices $D_{\text{en flexion}}^{3 \times 3}$, $D_{\text{en cisaillement}}^{2 \times 2}$, $D_{\text{membrane}}^{3 \times 3}$ doivent être définies positives, mais dans un sens plus restrictif avec par exemple, tous ses mineurs principaux dominants pour qui

$$\det \begin{bmatrix} D_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & D_{ii} \end{bmatrix} \geq \sqrt{0,001} |D_{11} D_{22} \dots D_{ii}|, \quad \text{avec } i = 1, \dots, n \text{ et } n = 2, 3 \quad (9.10)$$

9.3 Deux définitions équivalentes du coefficient de Poisson



En théorie, il y a deux méthodes pour déterminer le coefficient de Poisson pour la définition d'un matériau orthotrope ν . RFEM utilise la méthode selon l'Équation 2.1 de la page 8 avec la relation

$$\nu_{xy} > \nu_{yx} \quad (9.11)$$

Si les fibres sont dans la direction x' , alors $E_x > E_y$.

Dans les ouvrages techniques vous pouvez tomber sur une définition équivalente du coefficient de Poisson. Nous allons en aborder les grandes lignes. Avec cette méthode, l'équation $\bar{\nu}_{yx}/E_x = \bar{\nu}_{xy}/E_y$ fonctionne et mène à $\bar{\nu}_{xy} < \bar{\nu}_{yx}$. Si vous prenez les propriétés de matériau orthotrope d'un cas documenté, vous pouvez trouver la définition orthotrope appliquée à partir de l'inégalité entre les deux coefficients de Poisson. Dans les deux cas, la matrice de rigidité D se définit comme suivant :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & & & \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & & & \\ & & \frac{1}{G_{yz}} & & \\ & & & \frac{1}{G_{xz}} & \\ & & & & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\bar{\nu}_{yx}}{E_y} & & & \\ -\frac{\bar{\nu}_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & & & \\ & & \frac{1}{G_{yz}} & & \\ & & & \frac{1}{G_{xz}} & \\ & & & & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \quad (9.12)$$

qui génère la formule simplifiée

$$\begin{aligned}\nu_{xy} &= \bar{\nu}_{yx} \\ \nu_{yx} &= \bar{\nu}_{xy}\end{aligned}\quad (9.13)$$

Dans les cas orthotropes 3D habituels, la formule similaire peut être utilisée :

$$\begin{aligned}\nu_{yz} &= \bar{\nu}_{zy} & \nu_{xz} &= \bar{\nu}_{zx} \\ \nu_{zy} &= \bar{\nu}_{yz} & \nu_{zx} &= \bar{\nu}_{xz}\end{aligned}\quad (9.14)$$

Un exemple explique comment reconnaître les différentes définitions du coefficient de Poisson et comment calculer ces valeurs avec RFEM. Les propriétés de matériau sont :

$$\begin{aligned}E_x &= 12\,000 \text{ MPa} \\ E_y &= 400 \text{ MPa} \\ \bar{\nu}_{xy} &= 0,01 \\ \bar{\nu}_{yx} &= \bar{\nu}_{xy} \cdot \frac{E_x}{E_y} = 0,01 \cdot \frac{12\,000}{400} = 0,3\end{aligned}\quad (9.15)$$

Avec $\bar{\nu}_{xy} < \bar{\nu}_{yx}$ nous voyons que la définition est différente de celle acceptée par RFEM. Nous appliquons alors l'Équation 9.13 :

$$\begin{aligned}\nu_{xy} &= \bar{\nu}_{yx} = 0,3 \\ \nu_{yx} &= \bar{\nu}_{xy} = 0,01\end{aligned}\quad (9.16)$$

Littérature

- [1] Huber M.T.. *The theory of crosswise reinforced ferroconcrete slabs and its application to various constructional problems involving rectangular slabs*. Der Bauingenieur , 1923.
- [2] *Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings*. CEN, Brussels , 2004.
- [3] *National Design Specification for Wood Construction*. American Wood Council, Leesburg, VA , 2015.
- [4] *DIN 1052:2008-12: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holztragwerken Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Beuth Verlag GmbH, Berlin , 2008.
- [5] Markus Wallner-Novak, Josef Koppelhuber et Kurt Pock. *Brettsper Holz Bemessung, Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode.*, 2013.
- [6] Holm Altenbach, Johannes Altenbach et Konstantin Naumenko. *Ebene Flächentragwerke: Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Springer , 2008.
- [7] *Navrhování, výpočet a posuzování dřevěných stavebních konstrukcí: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Český normalizační institut, Praha , 2007.

Index

A	
Accidentelle	22
Annexes Nationales	21
B	
Bach	41, 44
Bibliothèque de couches	26
Bibliothèque de matériaux	25
Bois lamellé-croisé	30
C	
Calcul de contrainte	46
Caractéristique	23
Caractéristiques des matériaux	24
Cas de charge	20, 22, 23, 32
Chargement	32
Cisaillement	43
Cisaillement roulant	43
Classe de durée de charge	32, 48
Classe de durée de charge	32
Classe de service	32, 33, 48
Coefficient de Poisson	94
Coefficient partiel	23
Coefficients partiels	48
Colle	30
Combinaison d'action	48
Commentaire	21
Composition	24, 55
Conditions en service	34
Contrainte	60
Contrainte limite	52
Contrainte normale	43
Contrainte/Ratio	55
Contrainte/Ratio max.	51
Contraintes	38, 56, 75
Contraintes équivalente	41
Contraintes équivalentes	44
Coordonnées	51
Couche	58
Couches	25
Couple de cisaillement	17, 29
D	
définition positive	94
Données de base	20
Données de l'état limite de service	35
Décimales	63
Définie positive	37
Déformation	36, 57
Démarrer RF-LAMINATE	4
Déplacement	36, 57
Déplacements	23, 48
Détails	37
Détails de la composition	29
Déviation	57
E	
Effet collaborant	68
ELS	23
ELU	22
Epaisseur	58
Etat limite de service	23
Etat limite ultime	22
Excel	64
Export	63
Export de données	27
F	
Facteur de modification	32
Facteur pour les matériaux	47
Facteurs de modification	48
Facteurs pour les matériaux	47
Fermer RF-LAMINATE	50
Fibres	42
Filtre	50, 56
Fréquente	23
G	
Graphique	54
Graphiques	27
Grid point	51
H	
Humidité	34
I	
Import de données	27
Impression de graphique	61
Installation	3
K	
Kirchhoff	43
L	
Laminé	47
Ligne de contour	35
Limites en service	48
Liste des pièces	58

Longueur de référence	35	Rapport	52, 57
M		Rapport d'impression	60, 64
Matrice de rigidité	65, 94	Revêtement	59
Matrice de rigidité	93	Réduction de rigidité	30
Matériau hybride	11	Résistance caractéristique	31
Matériau isotrope	11	Résistance de matériau	31
Matériau orthotrope	8	Résultats	45, 50
Matériau personnalisé	11	S	
Mindlin	43	Sections	61
Mises	41, 44	Shear coupling	12
N		Situation de calcul	22, 23, 48
Navigateur	20, 50	Situations de calcul	57
Norme	21	Surface	51, 54, 58
P		Surface parallèle	36
points de grille	45	Surfaces	25, 35
O		Symbole	52
OpenOffice	64	Symboles	6
P		Système de coordonnées	93
Panel	5	Système non-déformé	36
Permanente et transitoire	22	T	
Plan de référence	28, 36	Tableaux de résultat	45
Plan de référence déformé	36	Température	34
Poids	59	Théorie des plaques	43
Point de maillage EF	51, 56	Transformation	93
Points	56	Tresca	41, 44
Points de grille	56	Type de charge	32
Points de maillage EF	45	Type de combinaison	57
Porte-à-faux	36, 48	Type de matériau	8, 21
Presse-papiers	63	Type de matériau isotrope	40, 52
Q		Type de matériau orthotrope	42, 53
Quasi-permanente	23	U	
R		Unités	63
Rankine	41, 44	V	
		Valeurs limites	23
		Volume	59
		Vérification	20, 37, 49