

**Versione  
Novembre 2014**

**Modulo aggiuntivo**

# **RF-LAMINATE**

**Calcolo e progettazione  
delle superfici lamellari**

## **Descrizione del programma**

Tutti i diritti, compresi quelli di traduzione, sono riservati.

Nessuna parte di questo manuale può essere riprodotta - meccanicamente, elettronicamente, o in ogni altro modo, incluse fotocopie - senza il permesso di DLUBAL SOFTWARE GMBH.

© **Dlubal Software GmbH**  
**Am Zellweg 2 D-93464 Tiefenbach**

Tel.: +49 9673 9203-0

Fax: +49 9673 9203-51

E-Mail: [info@dlubal.com](mailto:info@dlubal.com)

Web: [www.dlubal.it](http://www.dlubal.it)



# Indice

	Indice	Pagina		Indice	Pagina
<b>1.</b>	<b>Introduzione</b>	<b>4</b>	<b>5.4</b>	<b>Spostamenti max</b>	<b>52</b>
<b>1.1</b>	<b>Modulo aggiuntivo RF-LAMINATE</b>	<b>4</b>	<b>5.5</b>	<b>Lista parti</b>	<b>53</b>
<b>1.2</b>	<b>RF-LAMINATE - Team</b>	<b>5</b>	<b>6.</b>	<b>Relazione</b>	<b>55</b>
<b>1.3</b>	<b>Uso del manuale</b>	<b>5</b>	<b>6.1</b>	<b>Relazione di calcolo</b>	<b>55</b>
<b>1.4</b>	<b>Avvio di RF-LAMINATE</b>	<b>6</b>	<b>6.2</b>	<b>Stampa dell'area di lavoro di RF-LAMINATE</b>	<b>55</b>
<b>2.</b>	<b>Teoria</b>	<b>8</b>	6.2.1	Risultati nel modello in RFEM	55
<b>2.1</b>	<b>Simboli</b>	<b>8</b>	6.2.2	Diagrammi delle tensioni	57
<b>2.2</b>	<b>Modelli del materiale</b>	<b>10</b>	<b>7.</b>	<b>Funzioni generali</b>	<b>58</b>
2.2.1	Ortotropo	10	<b>7.1</b>	<b>Unità e cifre decimali</b>	<b>58</b>
2.2.2	Isotropo	13	<b>7.2</b>	<b>Esportazione dei risultati</b>	<b>59</b>
2.2.3	Definito dall'utente	13	<b>7.3</b>	<b>Tasti di scelta rapida</b>	<b>60</b>
2.2.4	Ibrido	13	<b>8.</b>	<b>Esempi</b>	<b>61</b>
<b>2.3</b>	<b>Matrice di rigidezza</b>	<b>14</b>	<b>8.1</b>	<b>Calcolo degli elementi della matrice di rigidezza</b>	<b>61</b>
2.3.1	Considerazione dei collegamenti di taglio degli strati	14	8.1.1	Considerazione dei collegamenti di taglio degli strati	64
2.3.2	Senza considerazione dei collegamenti di taglio degli strati	17	8.1.2	I collegamenti di taglio degli strati non vengono considerati	68
<b>3.</b>	<b>Dati di input</b>	<b>21</b>	<b>8.2</b>	<b>Calcolo delle tensioni</b>	<b>71</b>
<b>3.1</b>	<b>Dati generali</b>	<b>21</b>	8.2.1	Calcolo delle singole componenti di tensione	71
3.1.1	Scheda Stato limite ultimo	22	8.2.2	Procedura di calcolo in RF-LAMINATE	73
3.1.2	Scheda Stato limite di esercizio	23	<b>9.</b>	<b>Appendici</b>	<b>81</b>
<b>3.2</b>	<b>Caratteristiche del materiale</b>	<b>24</b>	<b>9.1</b>	<b>Relazioni di trasformazione</b>	<b>81</b>
<b>3.3</b>	<b>Resistenze del materiale</b>	<b>30</b>	<b>9.2</b>	<b>Verifica della definizione positiva della matrice di rigidezza</b>	<b>82</b>
<b>3.4</b>	<b>Classe di servizio e di durata del carico</b>	<b>31</b>	<b>A</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>83</b>
<b>3.5</b>	<b>Dati di esercizio</b>	<b>33</b>	<b>B</b>	<b>Indice</b>	<b>84</b>
<b>4.</b>	<b>Calcolo</b>	<b>34</b>			
<b>4.1</b>	<b>Dettagli</b>	<b>34</b>			
4.1.1	Scheda Progetto	35			
4.1.2	Scheda Tensioni	36			
4.1.3	Scheda Risultati	43			
<b>4.2</b>	<b>Avviare il calcolo</b>	<b>44</b>			
<b>5.</b>	<b>Risultati</b>	<b>45</b>			
<b>5.1</b>	<b>Tensione/Rapporto max per carico</b>	<b>46</b>			
<b>5.2</b>	<b>Tensione/Rapporto max per superficie</b>	<b>50</b>			
<b>5.3</b>	<b>Tensioni in tutti i punti</b>	<b>51</b>			

# 1. Introduzione

## 1.1 Modulo aggiuntivo RF-LAMINATE

Il modulo aggiuntivo RF-LAMINATE di Dlubal Software calcola gli spostamenti generalizzati e le tensioni delle superfici lamellari. Per esempio, è possibile usare RF-LAMINATE per progettare strutture in pannelli di legno X-LAM a strati incrociati, in legno lamellare incollato o pannelli OSB. Il modulo è perfettamente idoneo per qualcosa di più di semplici strutture in legno perché è possibile creare varie composizioni di strati con qualsiasi materiale che è possibile selezionare dalla libreria dei materiali disponibile. È possibile creare anche altri materiali, che possono essere aggiunti alla libreria.

In RF-LAMINATE, è possibile creare strutture con diversi modelli di materiali. Sono disponibili non solo i modelli del materiale isotropo ed ortotropo, ma anche i modelli definiti dall'utente ed i modelli ibridi, che permettono una combinazione di materiali isotropi ed ortotropi in una composizione. Per i materiali ortotropi, i singoli strati possono essere ruotati di un angolo  $\beta$  ed è possibile prendere in considerazione diverse proprietà in una determinata direzione. Inoltre in RF-LAMINATE, è possibile decidere se si vuole o meno considerare i collegamenti di taglio dei singoli strati nel calcolo.

Il modulo facilita il lavoro, grazie alla sua chiara disposizione ed alle finestre del modulo intuitive per l'inserimento dei dati. In questo manuale, vengono fornite tutte le informazioni necessarie per lavorare con RF-LAMINATE, inclusi gli esempi tipici.

Come altri moduli, RF-LAMINATE è completamente integrato nel programma RFEM. Tuttavia, non è solo una parte visiva del programma. I risultati del modulo, incluse le rappresentazioni grafiche, possono essere incorporate nella relazione di calcolo di RFEM. Quindi, l'intero processo di progettazione può essere organizzato e gestito in maniera ottimale. La struttura identica che caratterizza tutti i moduli Dlubal facilita il lavoro con RF-LAMINATE.

Buon lavoro con il programma principale RFEM ed il suo modulo aggiuntivo RF-LAMINATE.

Il team di DLUBAL

## 1.2 RF-LAMINATE - Team

Le seguenti persone sono state coinvolte nello sviluppo di RF-LAMINATE:

### Coordinazione del programma

Dipl.-Ing. Georg Dlubal  
Dipl.-Ing. (FH) Younes El Frem

Ing. Pavel Bartoš

### Programmazione

doc. Ing. Ivan Němec, CSc.  
Mgr. Petr Zajíček

Ing. Lukáš Weis  
Mgr. Vítězslav Štembera, Ph.D.

### Libreria dei materiali e delle sezioni trasversali

Ing. Jan Rybín, Ph.D.

### Progettazione del programma, finestre, figure di dialogo ed icone

Dipl.-Ing. Georg Dlubal

MgA. Robert Kolouch

### Supervisione del programma

Mgr. Vítězslav Štembera, Ph.D.  
Ing. Iva Horčíčková

Dipl.-Ing. (FH) Bastian Kuhn

### Manuale, guida in linea e traduzione

Ing. Iva Horčíčková  
Mgr. Vítězslav Štembera, Ph.D.  
Mgr. Ing. Hana Macková  
Mgr. Michaela Kryšková

Dipl.-Ing. (FH) Bastian Kuhn  
Dipl.-Ing. (FH) Robert Vogl  
Dipl.-Ü. Gundel Pietzcker

### Supporto tecnico e gestione della qualità

Dipl.-Ing. (BA) Markus Baumgärtel  
Dipl.-Ing. (BA) Sandy Matula  
Dipl.-Ing. (FH) Steffen Clauß  
Dipl.-Ing. (FH) Matthias Entenmann  
Dipl.-Ing. Frank Faulstich  
Dipl.-Ing. (FH) René Flori  
M.Sc. Dipl.-Ing. (BA) Shaobin Ding  
Dipl.-Ing. (FH) Bastian Kuhn  
Dipl.-Ing. (FH) Andreas Hörold  
Dipl.-Ing. (FH) Stefan Frenzel

Dipl.-Ing. (FH) Walter Fröhlich  
M.Sc. Dipl.-Ing. Frank Lobisch  
Dipl.-Ing. (FH) Alexander Meierhofer  
M. Eng. Dipl.-Ing. (BA) Andreas Niemeier  
M. Eng. Dipl.-Ing. (FH) Walter Rustler  
M.Sc. Dipl.-Ing. (BA) Frank Sonntag  
Dipl.-Ing. (FH) Christian Stautner  
Dipl.-Ing. (FH) Robert Vogl  
Dipl.-Ing. (FH) Andreas Wopperer

## 1.3 Uso del manuale

Argomenti come i requisiti del sistema operativo o la procedura di installazione vengono descritti nel dettaglio nel manuale per il programma principale RFEM, quindi verranno ignorati in questo manuale. Al contrario, si focalizzerà l'attenzione sulle caratteristiche speciali di RF-LAMINATE.

Durante la descrizione di RF-LAMINATE, si seguirà la stessa struttura delle finestre dei risultati e di input presenti nel modulo aggiuntivo. Le **icone** descritte (pulsanti) vengono introdotte con il testo in parentesi quadre, per esempio [Dettagli]. I pulsanti vengono visualizzati anche lungo il margine sinistro. I **nomi** delle finestre di dialogo, delle finestre e dei singoli menu sono contrassegnati nel testo usando il *corsivo*, al fine di individuarli facilmente nel programma.

In questo manuale viene anche incluso un indice per una ricerca veloce di alcuni termini. Se non si trova quello di cui si necessita, visitare il sito web [www.dlubal.it](http://www.dlubal.it) dove è possibile sfogliare le pagine FAQ e trovare i suggerimenti appropriati.

## 1.4 Avvio di RF-LAMINATE

Il modulo aggiuntivo RF-LAMINATE può essere avviato in diversi modi da RFEM.

### Menu principale

È possibile avviare RF-LAMINATE usando il comando dal menu principale di RFEM

**Moduli aggiuntivi → Altri → RF-LAMINATE.**

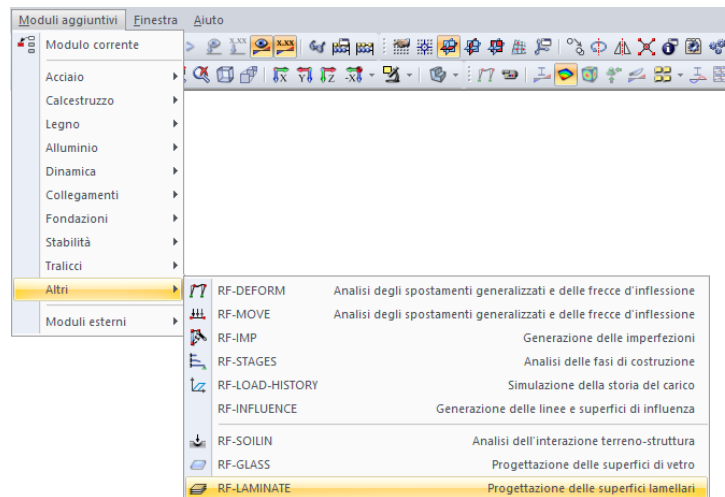


Figura 1.1 Menu principale: *Moduli aggiuntivi → Altri → RF-LAMINATE*

### Navigatore

È possibile anche avviare RF-LAMINATE dal navigatore *Dati* cliccando la voce

**Moduli aggiuntivi → RF-LAMINATE – Progettazione delle superfici lamellari.**

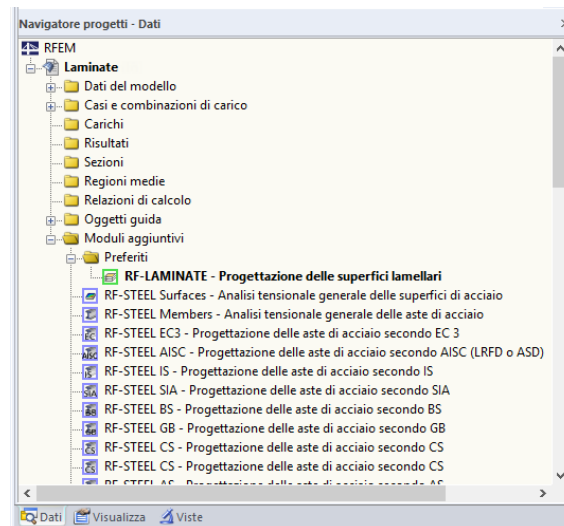
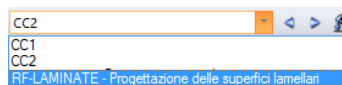


Figura 1.2 Navigatore *Dati*: *Moduli aggiuntivi → RF-LAMINATE*



RF-LAMINATE

## Pannello

Se i risultati di RF-LAMINATE sono già disponibili in un modello di RFEM, è possibile impostare il caso di progetto pertinente di RF-LAMINATE nell'elenco dei casi di carico nella barra degli strumenti di RFEM. Usando il pulsante [Mostra risultati], è possibile visualizzare gli spostamenti generalizzati o le tensioni.

Il pulsante [RF-LAMINATE] è ora disponibile nel pannello; è possibile avviare RF-LAMINATE usando questo pulsante.

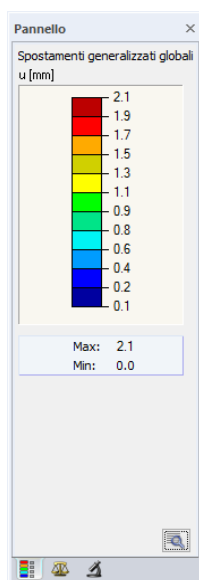


Figura 1.3 Pannello: Pulsante [RF-LAMINATE]

## 2. Teoria

In questo capitolo verranno introdotti i principi teorici che sono richiesti per lavorare con RF-LAMINATE.

### 2.1 Simboli

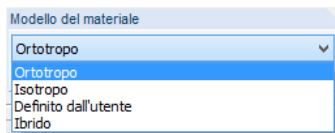
$t$	Spessore dei singoli strati [m]
$\beta$	Direzione ortotropa [°]
$E$	Modulo di elasticità di Young [Pa]
$E_x$	Modulo di elasticità di Young in direzione dell'asse $x'$ [Pa]
$E_y$	Modulo di elasticità di Young in direzione dell'asse $y'$ [Pa]
$G$	Modulo di taglio [Pa]
$G_{xy}$	Modulo di taglio nel piano $x'y'$ [Pa]
$G_{xz}$	Modulo di taglio nel piano $x'z$ [Pa]
$G_{yz}$	Modulo di taglio nel piano $y'z$ [Pa]
$\nu$	Coefficiente di Poisson [-]
$\nu_{xy}, \nu_{yx}$	Coefficiente di Poisson nel piano $x'y'$ [-]
$\gamma$	Peso specifico [N/m <sup>3</sup> ]
$\alpha_T$	Coefficiente di dilatazione termica [1/K]
$d'_{ij}$	Elementi della matrice di rigidità parziale nel sistema di coordinate $x', y', z$ [Pa]
$d_{ij}$	Elementi della matrice di rigidità parziale nel sistema di coordinate $x, y, z$ [Pa]
$D_{ij}$	Elementi della matrice di rigidità globale [Nm, Nm/m, N/m]
$\sigma_x, \sigma_y$	Tensioni normali [Pa]
$\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$	Tensioni tangenziali [Pa]
$n$	Numero degli strati [-]
$z$	coordinata dell'asse $z$ [m]
$m_x$	Momento flettente che genera le tensioni in direzione dell'asse $x$ [Nm/m]
$m_y$	Momento flettente che genera le tensioni in direzione dell'asse $y$ [Nm/m]
$m_{xy}$	Momento torcente [Nm/m]
$v_x, v_y$	Forze di taglio [N/m]
$n_x$	Forza assiale in direzione dell'asse $x$ [N/m]
$n_y$	Forza assiale in direzione dell'asse $y$ [N/m]
$n_{xy}$	Flusso di taglio [N/m]
$f_{b,k}$	Valore caratteristico della resistenza a flessione [Pa]
$f_{t,k}$	Valore caratteristico della resistenza a trazione [Pa]
$f_{c,k}$	Valore caratteristico della resistenza a compressione [Pa]

$f_{b,0,k}$	Valore caratteristico della resistenza a flessione lungo la fibratura [Pa]
$f_{t,0,k}$	Valore caratteristico della resistenza a trazione lungo la fibratura [Pa]
$f_{c,0,k}$	Valore caratteristico della resistenza a compressione lungo la fibratura [Pa]
$f_{b,90,k}$	Valore caratteristico della resistenza a flessione perpendicolare alla fibratura [Pa]
$f_{t,90,k}$	Valore caratteristico della resistenza a trazione perpendicolare alla fibratura [Pa]
$f_{c,90,k}$	Valore caratteristico della resistenza a compressione perpendicolare alla fibratura [Pa]
$f_{eqv,k}$	Valore caratteristico della resistenza equivalente [Pa]
$f_{xy,k}$	Valore caratteristico della resistenza a taglio nel piano della piastra [Pa]
$f_{v,k}$	Valore caratteristico della resistenza a taglio [Pa]
$f_{R,k}$	Valore caratteristico della resistenza a taglio per rotolamento [Pa]
$f_{b,d}$	Valore di progetto della resistenza a flessione [Pa]
$f_{t,d}$	Valore di progetto della resistenza a trazione [Pa]
$f_{c,d}$	Valore di progetto della resistenza a compressione [Pa]
$f_{b,0,d}$	Valore di progetto della resistenza a flessione lungo la fibratura [Pa]
$f_{t,0,d}$	Valore di progetto della resistenza a trazione lungo la fibratura [Pa]
$f_{c,0,d}$	Valore di progetto della resistenza a compressione lungo la fibratura [Pa]
$f_{b,90,d}$	Valore di progetto della resistenza a flessione perpendicolare alla fibratura [Pa]
$f_{t,90,d}$	Valore di progetto della resistenza a trazione perpendicolare alla fibratura [Pa]
$f_{c,90,d}$	Valore di progetto della resistenza a compressione perpendicolare alla fibratura [Pa]
$f_{eqv,d}$	Valore di progetto della resistenza equivalente [Pa]
$f_{xy,d}$	Valore di progetto della resistenza a taglio nel piano della piastra [Pa]
$f_{v,d}$	Valore di progetto della resistenza a taglio [Pa]
$f_{R,d}$	Valore di progetto della resistenza a taglio per rotolamento [Pa]

## 2.2 Modelli del materiale

Come precedentemente menzionato nell'introduzione, è possibile creare i singoli strati di una struttura costituiti da qualsiasi materiale o da diversi modelli di materiale disponibili in RF-LAMINATE. Sono disponibili i seguenti modelli del materiale:

- *ortotropo*
- *isotropo*
- *definito dall'utente*
- *ibrido*



### 2.2.1 Ortotropo

Le proprietà di un materiale ortotropo sono differenti a seconda della direzione. Quindi, il materiale viene definito usando i moduli di elasticità,  $E_x$ ,  $E_y$ , i tre moduli di taglio,  $G_{yz}$ ,  $G_{xz}$  e  $G_{xy}$ , i due coefficienti di Poisson,  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{yx}$ , il peso specifico  $\gamma$  e il coefficiente di dilatazione termica  $\alpha_T$ .

Strati												
Strato nr.	A Descrizione del materiale	B Categoria di coefficienti	C Spessore t [mm]	D Direzione ortotropa $\beta$ [°]	E Modulo di elasticità [kN/cm <sup>2</sup> ] E <sub>x</sub>	F E <sub>y</sub>	G G <sub>xz</sub>	H G <sub>yz</sub>	I G <sub>xy</sub>	J Coeff. di Poisson [-] $\nu_{xy}$	K $\nu_{yx}$	L Peso specifico $\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]
1			4.0		1100.00	37.00	69.00	6.90	69.00	0.000	0.000	0.00
2			40.0		1100.00	37.00	69.00	6.90	69.00	0.000	0.000	0.00
3												

Figura 2.1 Modello ortotropo del materiale

Il modulo di elasticità e i coefficienti di Poisson sono legati dalla seguente relazione

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x} \quad (2.1)$$

Esempi di materiale ortotropo sono il legno o le lamiere di metallo laminate.

Si fa notare che quando si definisce un materiale ortotropo, ci sono teoricamente due modi di definire i coefficienti di Poisson. Il metodo usato in RFEM è quello descritto dall'equazione (2.1) ed è caratterizzato dalla relazione

$$\nu_{xy} > \nu_{yx} \quad (2.2)$$

nel caso in cui la fibratura sia in direzione  $x'$ , che è  $E_x > E_y$ . Nella letteratura, è possibile trovare raramente anche un secondo modo per la definizione, data dall'equazione

$\nu_{yx}/E_x = \nu_{xy}/E_y$ , che conduce all'ineguaglianza  $\nu_{xy} < \nu_{yx}$ . Se si valutano le proprietà del materiale ortotropo da un certo documento, è possibile trovare facilmente la definizione di ortotropia applicata dall'ineguaglianza tra entrambi i coefficienti di Poisson.

Nella pratica, i parametri del materiale sono presi dalle normative. Nell'esempio in cui si utilizza legno di conifere di classe di resistenza C24, i valori vengono forniti nella normativa EN 338, in tabella 1.

$$\begin{aligned} E_{0,media} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{90,media} &= 370 \text{ N/mm}^2 \\ G_{media} &= 690 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Per impostazione predefinita viene assunto che la fibratura sia in direzione  $x'$ . In questo caso i valori hanno il seguente significato

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_{0,media} \\
 E_y &= E_{90,media} \\
 G_{xy} &= G_{xz} = G_{media} \\
 G_{yz} &= \frac{G_{media}}{10}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

dove  $G_{yz}$  è il modulo di taglio corrispondente alla tensione tangenziale. Per trovare i coefficienti di Poisson, è spesso conveniente usare le formule di Huber approssimate (vedere Huber [4])

$$\begin{aligned}
 \nu_{xy} &\approx \left( \frac{\sqrt{E_x E_y}}{2G_{xy}} - 1 \right) \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \\
 \nu_{yx} &\approx \left( \frac{\sqrt{E_x E_y}}{2G_{xy}} - 1 \right) \sqrt{\frac{E_y}{E_x}}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Per il legno di conifere sopra menzionato si ottiene

$$\begin{aligned}
 E_x &= 11000 \text{ MPa} \\
 E_y &= 370 \text{ MPa} \\
 G_{xy} &= G_{xz} = 690 \text{ MPa} \\
 G_{yz} &= 69 \text{ MPa} \\
 \nu_{xy} &\approx \left( \frac{\sqrt{11000 \cdot 370}}{2 \cdot 690} - 1 \right) \sqrt{\frac{11000}{370}} = 2,52 \\
 \nu_{yx} &\approx \left( \frac{\sqrt{11000 \cdot 370}}{2 \cdot 690} - 1 \right) \sqrt{\frac{370}{11000}} = 0,08
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Ora, si introdurrà un esempio che illustrerà il significato dei coefficienti di Poisson nel caso di un materiale ortotropo.

### Esempio:

Considerare la tensione piana di una piastra piana con dimensioni  $1 \times 1$  m.

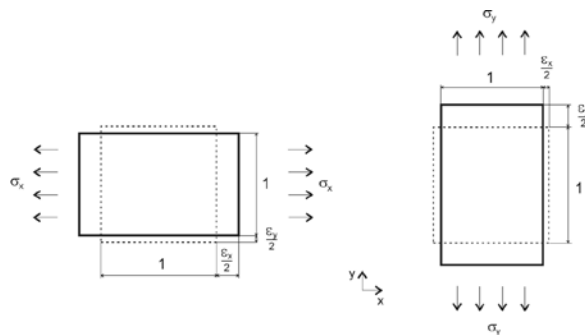


Figura 2.2 Tensione piana della piastra in direzione x e in direzione y

Nel caso della condizione di tensione piana per un materiale omogeneo ortotropo, la legge di Hooke assume la forma seguente

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \tag{2.7}$$

Inoltre, si considerano le condizioni di tensione senza la tensione tangenziale  $\tau_{xy} = 0$ . La relazione (2.7) implica che  $\gamma_{xy} = 0$  e può essere semplificata nella forma

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_x} \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Per prima cosa, si considerano le tensioni nella direzione  $x$ , dove la tensione viene data dalla relazione  $\sigma_x \neq 0$ ,  $\sigma_y = 0$ . Sostituendo nell'equazione (2.8), si ottiene

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu_{xy}}{E_x} \sigma_x \end{aligned} \quad (2.9)$$

Usando la combinazione di equazioni (2.9) e (2.1), si ottiene la relazione per il coefficiente di Poisson  $\nu_{xy}$

$$\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (2.10)$$

Si procede allo stesso modo con la tensione in direzione  $y$ , dove la tensione viene data dalla relazione  $\sigma_x = 0$ ,  $\sigma_y \neq 0$ . Sostituendo nell'equazione (2.8), si ottiene

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -\frac{\nu_{yx}}{E_y} \sigma_y \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E_y} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Usando la combinazione di equazioni (2.11) e (2.1), si ottiene la relazione per il coefficiente di Poisson  $\nu_{yx}$

$$\nu_{yx} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad (2.12)$$

Equazioni (2.10) e (2.12) possono essere interpretate in questo modo: il coefficiente di Poisson  $\nu_{ij}$  è uguale al rapporto di contrazione negativo nella direzione  $j$  all'estensione in direzione  $i$ .

Il caso delle tensioni combinate possono essere descritte con l'equazione (2.8) che può essere convertita nella seguente forma schematica:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{yx} \\ -\nu_{xy} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\sigma_x}{E_x} \\ \frac{\sigma_y}{E_y} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

## 2.2.2 Isotropo

Un materiale isotropo presenta proprietà meccaniche uguali in tutte le direzioni. Il materiale è definito usando il modulo di elasticità  $E$ , il modulo di taglio  $G$ , il coefficiente di Poisson  $\nu$ , il peso specifico  $\gamma$  e coefficiente di dilatazione termica  $\alpha_T$ .

Strati								
Strato nr.	A Descrizione del materiale	B Spessore t [mm]	C Modulo di elast. E [kN/cm <sup>2</sup> ]	D Modulo di taglio G [kN/cm <sup>2</sup> ]	E Coeff. di Poisson ν [-]	F Peso specifico γ [kN/m <sup>3</sup> ]	G Coeff. di dil. term. α <sub>T</sub> [1/K]	H Commento
1								
2								
3								

Figura 2.2 Modello isotropo del materiale

Esempi di materiale isotropo sono vetro o acciaio. Per il modulo di elasticità  $E$ , modulo di taglio  $G$  e il coefficiente di Poisson  $\nu$  si impiega la seguente relazione

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.14)$$

Il valore del coefficiente di Poisson ricade nell'intervallo  $\langle -0,999, 0,5 \rangle$ , dove il valore limite  $\nu = 0,5$  corrisponde ad un materiale di volume incompressibile (in pratica per esempio la gomma).

## 2.2.3 Definito dall'utente

Un materiale definito dall'utente permette di inserire direttamente gli elementi della matrice di rigidezza per i singoli strati. Per il calcolo degli elementi di taglio della matrice di rigidezza globale, è necessario assegnare i moduli di taglio  $G_{xz}$  e  $G_{yz}$ . Il materiale è ulteriormente caratterizzato dal peso specifico  $\gamma$  e dal coefficiente di dilatazione termica  $\alpha_T$ .

Strati														↕
Strato nr.	A Descrizione del materiale	B Categoria di coefficienti	C Spessore t [mm]	D Direzione ortotropia $\beta$ [°]	E Modulo di elasticità [kN/cm <sup>2</sup> ] $E_x$	F $E_y$	G Modulo di taglio [kN/cm <sup>2</sup> ] $G_{xz}$	H $G_{yz}$	I $G_{xy}$	J Coeff. di Poisson [-] $\nu_{xy}$	K $\nu_{yx}$	L Peso specifico $\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	M Coeff. di dil. term. $\alpha_T$ [1/K]	
1														
2														
3														

Figura 2.3 Modello del materiale definito dall'utente

## 2.2.4 Ibrido

Un materiale ibrido permette una combinazione di strati isotropi ed ortotropi.

Strati											
Strato nr.	A Descrizione del materiale	B Modello del materiale	C Spessore t [mm]	D Direzione ortotropia $\beta$ [°]	E Modulo di elasticità [kN/cm <sup>2</sup> ] $E_x$	F $E_y$	G Modulo di taglio [kN/cm <sup>2</sup> ] $G_{xz}$	H $G_{yz}$	I $G_{xy}$	J Coeff. di Poisson [-] $\nu$	K $\nu_{yx}$
1											
2		Ortotropo									
3		Isotropo									
4		Definito dall'utente									
5											

Figura 2.4 Modello ibrido del materiale

## 2.3 Matrice di rigidezza

### 2.3.1 Considerazione dei collegamenti di taglio degli strati

Considerare una piastra di  $n$  strati di un materiale ortotropo generale. Ogni strato ha spessore  $t_i$  e coordinata  $z$  massima e minima  $z_{i;\min}, z_{i;\max}$ .

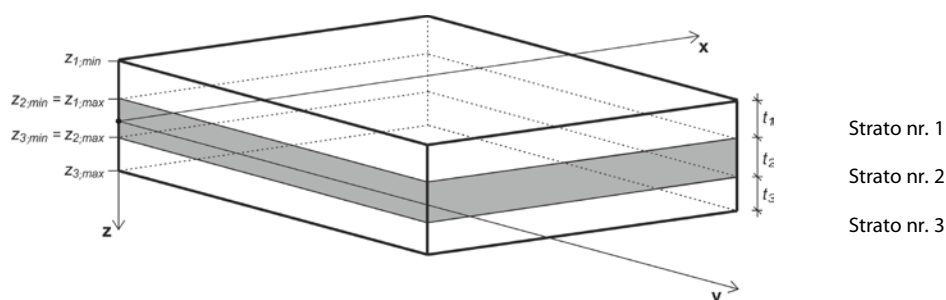


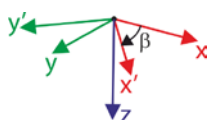
Figura 2.5 Schema degli strati

La matrice di rigidezza per ogni strato è  $\mathbf{d}'_i$  secondo la seguente relazione

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{i;x}}{1-\nu_{i;xy}^2} & \frac{\nu_{i;xy} E_{i;y}}{1-\nu_{i;xy}^2} & 0 \\ \frac{E_{i;y}}{1-\nu_{i;xy}^2} & \frac{\nu_{i;xy} E_{i;x}}{1-\nu_{i;xy}^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{i,xy} \end{bmatrix} \quad i=1, \dots, n \quad (2.15)$$

Per i materiali isotropi, dove si impiega  $E_{i;x} = E_{i;y}$ , la matrice di rigidezza ha la seguente forma semplificata

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_i}{1-\nu_i^2} & \frac{\nu_i E_i}{1-\nu_i^2} & 0 \\ & \frac{E_i}{1-\nu_i^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_i \end{bmatrix} \quad i=1, \dots, n \quad \text{dove } G_i = \frac{E_i}{2 \cdot (1+\nu_i)} \quad (2.16)$$



Siccome gli strati con materiali ortotropi possono essere ruotati arbitrariamente dell'angolo  $\beta$  è necessario trasformare le matrici di rigidezza dei singoli strati in un sistema di coordinate uniforme  $x, y$  (sistema di coordinate locale di una superficie).

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{i;11} & d_{i;12} & d_{i;13} \\ & d_{i;22} & d_{i;23} \\ \text{sym.} & & d_{i;33} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3 \times 3; i}^T \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3 \times 3; i} \quad (2.17)$$

dove

$$\mathbf{T}_{3 \times 3; i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \text{ dove } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i) \quad (2.18)$$

I singoli elementi poi sono

$$\begin{aligned} d_{i;11} &= c^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + s^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\ d_{i;12} &= c^2 s^2 d'_{i;11} + s^4 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} - 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\ d_{i;13} &= c^3 s d'_{i;11} + c s^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;12} - c s^3 d'_{i;22} - 2c^3 s d'_{i;33} + 2c s^3 d'_{i;33} \\ d_{i;22} &= s^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\ d_{i;23} &= c s^3 d'_{i;11} + c^3 s d'_{i;12} - c s^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;22} + 2c^3 s d'_{i;33} - 2c s^3 d'_{i;33} \\ d_{i;33} &= c^2 s^2 d'_{i;11} - 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} + (c^2 - s^2)^2 d'_{i;33} \end{aligned}$$

La matrice di rigidezza globale è

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

	Flessione e torsione
	Taglio
	Membranale
	Eccentricità

Se gli angoli  $\beta_i$  sono multipli di  $90^\circ$ , la matrice di rigidezza globale ha la forma semplificata

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

### Elementi della matrice di rigidezza (flessione e torsione) [Nm]

$$\begin{aligned} D_{11} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;11} & D_{12} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;12} & D_{13} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;13} \\ D_{22} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;22} & D_{23} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;23} \\ D_{33} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;33} \end{aligned}$$

**Nota:** nel caso di una piastra monostrato di spessore  $t$ , le relazioni introdotte portano a relazioni ben note

$$D_{ij} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^3 - z_{i;\min}^3}{3} d_{i;j} = \frac{\left(\frac{t}{2}\right)^3 - \left(-\frac{t}{2}\right)^3}{3} d_{1;j} = -\frac{2\left(\frac{t}{2}\right)^3}{3} d_{1;j} = -\frac{t^3}{12} d_{1;j} \quad i, j = 1, 2, 3$$

### Elementi della matrice di rigidezza (effetti eccentrici) [Nm/m]

$$\begin{aligned} D_{16} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;11} & D_{17} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;12} & D_{18} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;13} \\ D_{27} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;22} & D_{28} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;23} \\ D_{38} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;33} \end{aligned}$$

### Elementi della matrice di rigidezza (membranali) [N/m]

$$\begin{aligned} D_{66} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;11} & D_{67} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;12} & D_{68} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;13} \\ D_{77} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;22} & D_{78} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;23} \\ D_{88} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;33} \end{aligned}$$

### Elementi della matrice di rigidezza (taglio) [N/m]

Non viene introdotta la procedura di calcolo esatto per gli elementi di taglio della matrice di rigidezza, ma si impiegano le seguenti relazioni

$$\max_i \left( \frac{5}{6} G_{i;11} t_i \right) \leq D_{44} \leq \frac{5}{6} \max_i (G_{i;11}) \sum_{i=1}^n t_i \quad (2.22)$$

$$\max_i \left( \frac{5}{6} G_{i;22} t_i \right) \leq D_{55} \leq \frac{5}{6} \max_i (G_{i;22}) \sum_{i=1}^n t_i \quad (2.23)$$

dove

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2 \times 2; i}^T \mathbf{G}_i' \mathbf{T}_{2 \times 2; i} \quad (2.24)$$

dove

$$\mathbf{G}_i' = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \mathbf{e} \mathbf{T}_{2 \times 2; i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

I singoli elementi poi sono

$$G_{i;11} = c^2 G_{i;xz} + s^2 G_{i,yz}$$

$$G_{i;12} = cs G_{i;xz} - cs G_{i,yz}$$

$$G_{i;22} = s^2 G_{i;xz} + c^2 G_{i,yz}, \text{ dove } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i)$$

### 2.3.2 Senza considerazione dei collegamenti di taglio degli strati

Considerare ora una piastra di  $n$  strati di materiale isotropo, dove i singoli strati non hanno il collegamento a taglio. Ogni strato ha spessore  $t_i$  e la coordinata  $z$  massima e minima

$$z_{i;\min}, z_{i;\max}$$

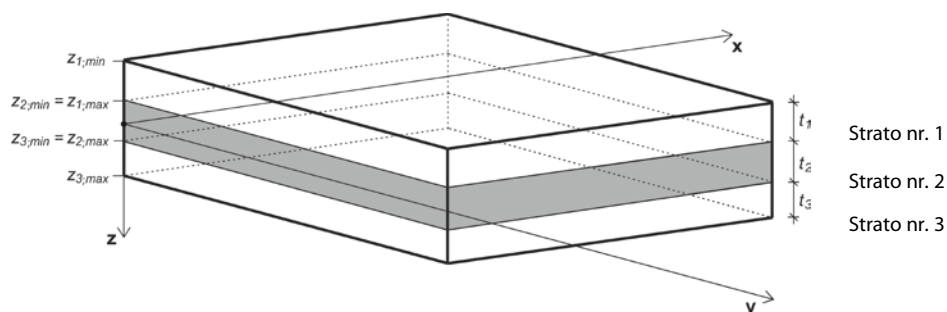


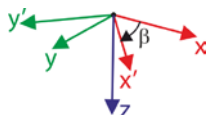
Figura 2.6 Schema degli strati

La matrice di rigidezza per ogni strato è  $\mathbf{d}_i'$  secondo la seguente relazione

$$\mathbf{d}_i' = \begin{bmatrix} d_{i;11}' & d_{i;12}' & 0 \\ & d_{i;22}' & 0 \\ \text{sym.} & & d_{i;33}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{i;x}}{1-\nu_{i;xy}^2} & \frac{\nu_{i;xy} E_{i;y}}{1-\nu_{i;xy}^2} & 0 \\ \frac{E_{i;y}}{1-\nu_{i;xy}^2} & \frac{\nu_{i;xy} E_{i;x}}{1-\nu_{i;xy}^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{i;xy} \end{bmatrix} \quad i=1, \dots, n \quad (2.26)$$

Per i materiali isotropi, dove si impiega  $E_{i;x} = E_{i;y}$ , la matrice di rigidezza ha la forma semplificata

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i;11} & d'_{i;12} & 0 \\ & d'_{i;22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i;33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_i}{1-\nu_i^2} & \frac{\nu_i E_i}{1-\nu_i^2} & 0 \\ & \frac{E_i}{1-\nu_i^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_i \end{bmatrix}, \quad G_i = \frac{E_i}{2 \cdot (1+\nu_i)}, \quad i=1, \dots, n \quad (2.27)$$



Siccome gli strati con materiali ortotropi possono essere ruotati arbitrariamente dell'angolo  $\beta$ , è necessario trasformare le matrici di rigidezza dei singoli strati in un sistema di coordinate uniforme  $x, y$  (sistema di coordinate locale di una superficie).

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{i;11} & d_{i;12} & d_{i;13} \\ & d_{i;22} & d_{i;23} \\ \text{sym.} & & d_{i;33} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3 \times 3; i}^T \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3 \times 3; i} \quad (2.28)$$

dove

$$\mathbf{T}_{3 \times 3; i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad \text{dove } c = \cos(\beta_i), \quad s = \sin(\beta_i) \quad (2.29)$$

I singoli elementi poi sono

$$\begin{aligned} d_{i;11} &= c^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + s^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\ d_{i;12} &= c^2 s^2 d'_{i;11} + s^4 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} - 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\ d_{i;13} &= c^3 s d'_{i;11} + c s^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;12} - c s^3 d'_{i;22} - 2c^3 s d'_{i;33} + 2c s^3 d'_{i;33} \\ d_{i;22} &= s^4 d'_{i;11} + 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^4 d'_{i;22} + 4c^2 s^2 d'_{i;33} \\ d_{i;23} &= c s^3 d'_{i;11} + c^3 s d'_{i;12} - c s^3 d'_{i;12} - c^3 s d'_{i;22} + 2c^3 s d'_{i;33} - 2c s^3 d'_{i;33} \\ d_{i;33} &= c^2 s^2 d'_{i;11} - 2c^2 s^2 d'_{i;12} + c^2 s^2 d'_{i;22} + (c^2 - s^2)^2 d'_{i;33} \end{aligned}$$

La matrice di rigidezza globale è

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

	Flessione e torsione
	Taglio
	Membranale

Se gli angoli  $\beta_i$  sono multipli di  $90^\circ$ , la matrice di rigidezza globale ha la forma semplificata

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

#### Elementi della matrice di rigidezza (flessione e torsione) [Nm]

$$\begin{aligned} D_{11} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;11} & D_{12} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;12} \\ D_{22} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;22} & D_{33} &= \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;33} \end{aligned}$$

#### Elementi della matrice di rigidezza (membranali) [N/m]

$$\begin{aligned} D_{66} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;11} & D_{67} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;12} \\ D_{77} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;22} & D_{88} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;33} \end{aligned}$$

#### Elementi della matrice di rigidezza (taglio) [N/m]

$$\begin{aligned} D_{44} &= \sum_{i=1}^n \frac{5}{6} G_{i;11} t_i & D_{45} &= \sum_{i=1}^n \frac{5}{6} G_{i;12} t_i \end{aligned}$$

$$D_{55} = \sum_{i=1}^n \frac{5}{6} G_{i;22} t_i$$

dove

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2 \times 2; i}^T \mathbf{G}_i' \mathbf{T}_{2 \times 2; i} \quad (2.33)$$

dove

$$\mathbf{G}_i' = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{T}_{2 \times 2; i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

I singoli elementi poi sono

$$G_{i;11} = c^2 G_{i;xz} + s^2 G_{i,yz}$$

$$G_{i;12} = cs G_{i;xz} - cs G_{i,yz}$$

$$G_{i;22} = s^2 G_{i;xz} + c^2 G_{i,yz}, \text{ dove } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i)$$

## 3. Dati di input

I dati di input di una struttura vengono inseriti nelle finestre, dove vengono visualizzati anche i risultati del calcolo.

Dopo aver avviato RF-LAMINATE, si aprirà una nuova finestra e sul lato sinistro verrà visualizzato un navigatore che, contiene tutte le finestre attualmente accessibili.

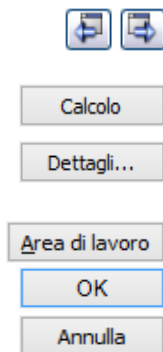
È possibile accedere alle finestre cliccando sulle relative voci nel navigatore di RF-LAMINATE, o sfogliare tra di esse usando i pulsanti [<] e [>], visualizzati a sinistra, o anche con i tasti [F2] e [F3].

Usando il pulsante [Calcolo], è possibile eseguire il calcolo dopo che vengono inseriti tutti i dati di input.

Quando si fa clic sul pulsante [Dettagli...], apparirà la finestra di dialogo dove è possibile impostare il limite degli spostamenti generalizzati, la teoria delle piastre inflesse e altri parametri di calcolo (vedere paragrafo 4.1, a pagina 33).

Facendo clic sul pulsante [Area di lavoro], è possibile visualizzare l'area di lavoro di RFEM.

Quando si fa clic sul pulsante [OK], i dati inseriti vengono salvati e RF-LAMINATE viene chiuso, mentre facendo clic sul pulsante [Annulla], si abbandona il modulo senza salvare le modifiche.

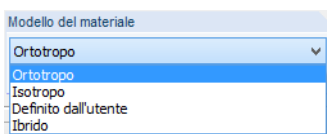


### 3.1 Dati generali

Nella finestra 1.1 *Dati generali*, si selezionano le superfici e i carichi da calcolare. È possibile specificare separatamente i casi di carico, le combinazioni di carico o di risultati per il progetto allo stato limite ultimo e di esercizio nelle corrispondenti schede.

#### Progettazione di

Per selezionare le superfici che si vuole progettare, esiste una casella di testo dove è possibile inserire i numeri delle singole superfici. La casella di controllo *Tutte* facilita questa selezione. Grazie al pulsante [Seleziona superfici], è possibile selezionare graficamente le superfici nell'area di lavoro di RFEM. È possibile cancellare velocemente l'elenco dei numeri delle superfici preimpostate usando il pulsante [Elimina lista di superfici corrente] o selezionare tutto il testo facendo doppio clic nella casella di testo e riscriverlo manualmente.



#### Modello del materiale

In questa sezione, si seleziona il modello del materiale. Sono disponibili i seguenti modelli del materiale:

- *ortotropo*
- *isotropo*
- *definito dall'utente*
- *ibrido*

Per ulteriori informazioni sui modelli del materiale vedere paragrafo 2.2, a pagina 10.

#### Commento

Questa casella di testo è posizionata nella parte bassa della finestra e consente di annotare degli appunti o delle spiegazioni per l'attuale caso di RF-LAMINATE.

### 3.1.1 Scheda Stato limite ultimo

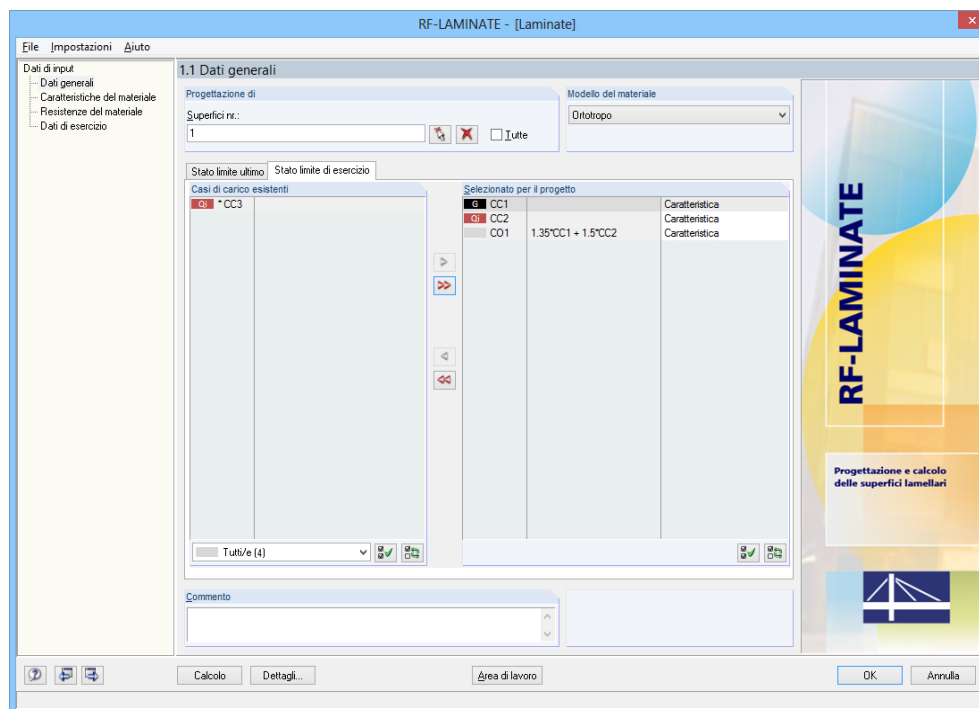


Figura 3.1 Finestra 1.1 *Dati generali* – scheda *Stato limite ultimo*

#### Casi di carico esistenti

In questa sezione, viene visualizzato l'elenco di tutti i casi di carico, le combinazioni di carico e di risultati, che sono stati creati in RFEM. Usando il pulsante [►], è possibile aggiungere i casi di carico, le combinazioni di carico o di risultati selezionati nell'elenco a destra *Selezionato per il progetto*. È possibile anche selezionare le singole voci facendo doppio clic su di esse. Facendo clic sul pulsante [►►], si aggiungono tutte le voci nella lista sulla destra in una sola volta.

È possibile anche effettuare una selezione multipla dei casi di carico usando il tasto [CTRL], così come per applicazioni Windows. In questo modo, è possibile selezionare ed aggiungere contemporaneamente nell'elenco a destra i diversi casi di carico.

Nella parte inferiore della sezione, è possibile usare [Seleziona tutto] ed [Inverti selezione], che facilitano la selezione dei casi di carico e delle combinazioni di carico e di risultati richiesti.

Se i casi di carico o le combinazioni di carico sono contrassegnate con un asterisco (\*), come è possibile vedere per esempio nella figura 3.1 nel CC3, non è possibile usarli nella progettazione. Ciò avviene perché nessun carico è stato assegnato a questi casi di carico o combinazioni di carico o questi ultimi contengono solo imperfezioni.

#### Selezionati per il progetto

I carichi selezionati per il progetto sono elencati nella colonna di destra. Facendo clic sul pulsante [◄], è possibile rimuovere dall'elenco i casi di carico, le combinazioni di carico e di risultati selezionati. È anche possibile spostare le voci facendo doppio clic su di esse. Facendo clic sul pulsante [◄◄], si cancella l'intero elenco.

In questa sezione, è possibile anche assegnare la situazione di progetto *Persistente e transitoria* o *Eccezionale* per i casi di carico, le combinazioni di carico e di risultati. I coefficienti parziali per le proprietà del materiale vengono assegnati in base a questa selezione. I valori dei coefficienti parziali possono essere modificati per le singole composizioni nella finestra di dialogo *Dettagli della composizione*. È possibile aprire questa finestra di dialogo facendo clic sul pulsante [Modifica dettagli della composizione...] nella finestra 1.2 o 1.3.

### 3.1.2 Scheda Stato limite di esercizio

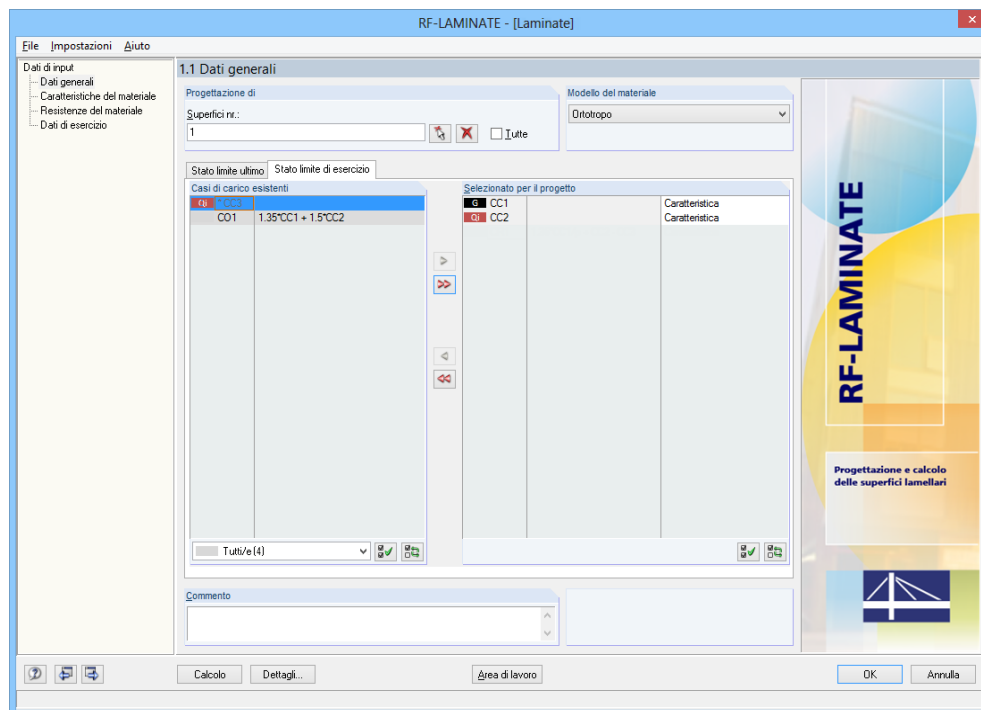


Figura 3.2 Finestra 1.1 *Dati generali* – scheda *Stato limite di esercizio*

#### Casi di carico esistenti

In questa sezione, viene visualizzato l'elenco di tutti i casi di carico, le combinazioni di carico o di risultati, che sono stati creati in RFEM. Dopo che si aggiungono le voci nella lista a destra *Selezionati per il progetto*, verrà visualizzata la finestra 1.5 *Dati di esercizio* nel navigatore.

#### Selezionati per il progetto

L'aggiunta di casi di carico, di combinazioni di carico e di risultati nell'elenco per la progettazione, e la loro rimozione viene effettuata in modo simile alla scheda precedente (vedere paragrafo 3.1.1, a pagina 22).

In *Selezionati per il progetto*, è possibile assegnare la combinazione di azioni ai singoli casi di carico, combinazioni di carico e di risultati, sia come *Caratteristica*, *Frequente* che *Quasi permanente*. I diversi valori limite per l'inflessione vengono applicati in base a questa selezione. È possibile modificare i valori limite nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Progetto*. Aprire la finestra di dialogo *Dettagli* facendo clic sul pulsante [Dettagli...].

## 3.2 Caratteristiche del materiale

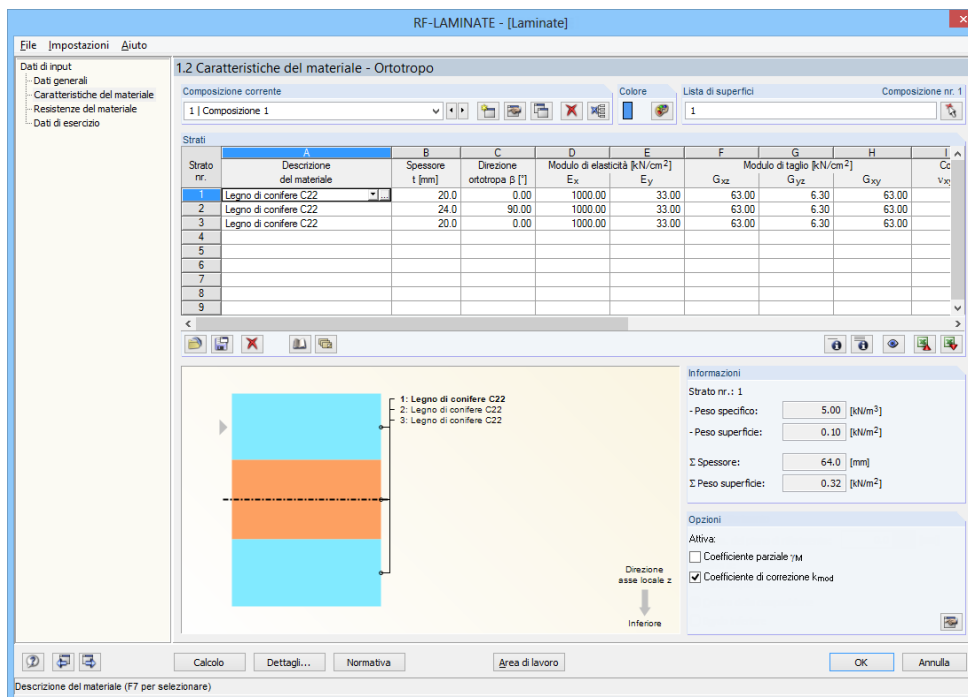


Figura 3.3 Finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*

In questa finestra, si definiscono le composizioni di strati per le singole superfici di una struttura. La composizione selezionata viene visualizzata nella sezione *Composizione corrente*. È possibile specificare i singoli strati per ogni composizione. È possibile creare diverse composizioni con vari strati. Per ogni composizione, bisogna definire le superfici corrispondenti nella sezione *Lista di superfici*.

È possibile utilizzare i seguenti pulsanti:







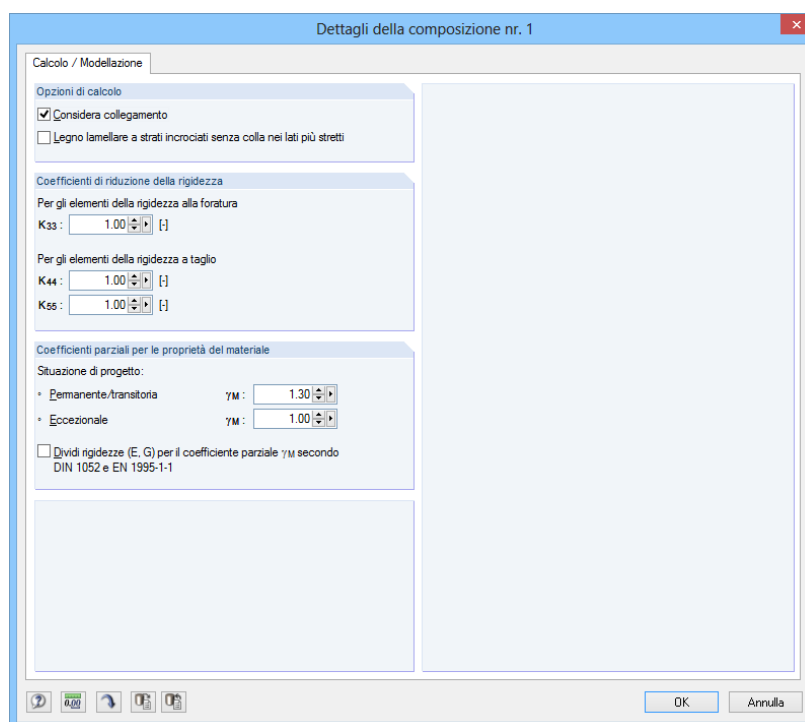
Pulsante	Nome
	Crea nuova composizione
	Modifica dettagli della composizione...
	Copia composizione corrente
	Elimina composizione corrente
	Elimina tutte le composizioni
	Seleziona superfici

Tabella 3.1 Pulsanti nella finestra *Caratteristiche del materiale*



Per ogni composizione, è disponibile la finestra di dialogo *Dettagli della composizione*. È possibile aprirla facendo clic sul pulsante [Modifica dettagli della composizione...]. Di seguito sono descritte le singole sezioni della finestra di dialogo *Dettagli della composizione*.

Figura 3.4 Finestra di dialogo *Dettagli della composizione*

### Opzioni di calcolo

Nella sezione *Opzioni di calcolo*, viene selezionata la casella di controllo *Considera collegamento* per impostazione predefinita, il che significa che vengono considerati i collegamenti a taglio degli strati. Ulteriori informazioni riguardo entrambi gli approcci si trovano nei paragrafi 2.3.1 e 2.3.2.

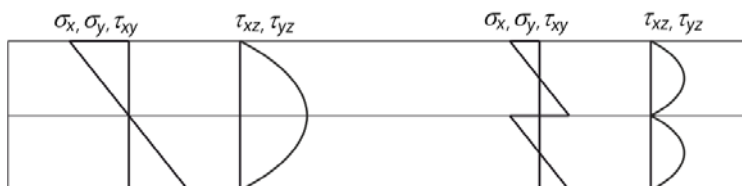


Figura 3.5 Tensioni di base per la piastra a due strati soggetta a flessione: con i collegamenti di taglio degli strati a sinistra, senza collegamenti di taglio degli strati a destra

Sotto, è disponibile la casella di controllo *Legno lamellare a strati incrociati senza colla nei lati più stretti*. Questa opzione è idonea per le piastre dai bordi senza colla nei lati, quando viene considerato che  $E_y = 0$ .

### Coefficienti di riduzione della rigidezza

Nella sezione *Coefficienti di riduzione della rigidezza*, è possibile ridurre l'elemento torsionale della matrice di rigidezza  $D_{33}$  usando il coefficiente  $K_{33}$ . La correzione è possibile solo per piastre con composizione simmetrica, per le quali gli angoli di rotazione sono multipli di  $90^\circ$ . La correzione è raccomandata nella normativa ČSN 73 1702:2007, paragrafo D.2.2 (5), a pagina 127 (DIN 1052:2008, paragrafo D.2.2 (5), a pagina 175).

Poi, è possibile ridurre gli elementi di taglio della matrice di rigidezza  $D_{44}$  e  $D_{55}$  usando i coefficienti di riduzione  $K_{44}$  e  $K_{55}$ . La correzione è possibile solo per piastre, per le quali gli angoli di rotazione sono multipli di  $90^\circ$ .

La matrice di rigidezza è poi uguale a (viene mostrata qui il caso di composizione simmetrica)

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ v_x \\ v_y \\ n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_{33}D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{44}D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & K_{55}D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

Nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*, è possibile visualizzare la matrice di rigidezza modificata facendo clic sul pulsante [Mostra elementi estesi della matrice di rigidezza].

### Coefficiente parziale per le proprietà del materiale

Se si seleziona la casella di controllo *Coefficiente parziale*  $\gamma_M$  nella finestra 1.2, è possibile riscrivere i coefficienti parziali di sicurezza per le proprietà del materiale  $\gamma_M$  per le situazioni di progetto offerte in questa sezione. Le situazioni di progetto sono assegnate nei singoli casi di carico, nelle combinazioni di carico e di risultati nella finestra 1.1 *Dati generali*, nella scheda *Stato limite ultimo* (vedere paragrafo 3.1.1, a pagina 22).

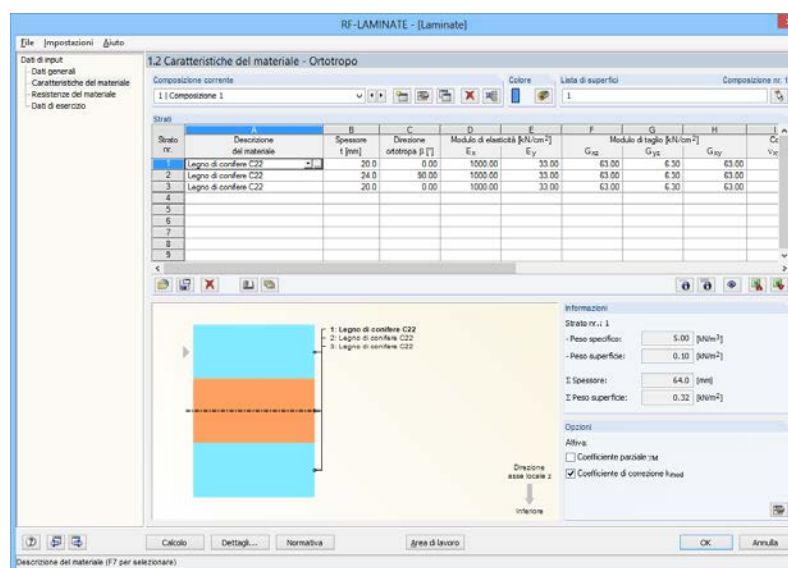
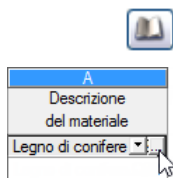


Figura 3.6 Finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*



Nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*, nella sezione *Strati*, si inseriscono i singoli strati per la composizione corrente. È possibile selezionare i materiali pertinenti direttamente dalla libreria, dove sono già predefiniti un grande numero di materiali con tutti i parametri necessari. È possibile aprire la libreria dei materiali facendo clic sul pulsante [Importa materiale dalla libreria...] o è possibile posizionare il puntatore nella corrispondente linea nella colonna e fare clic sul pulsante [...].

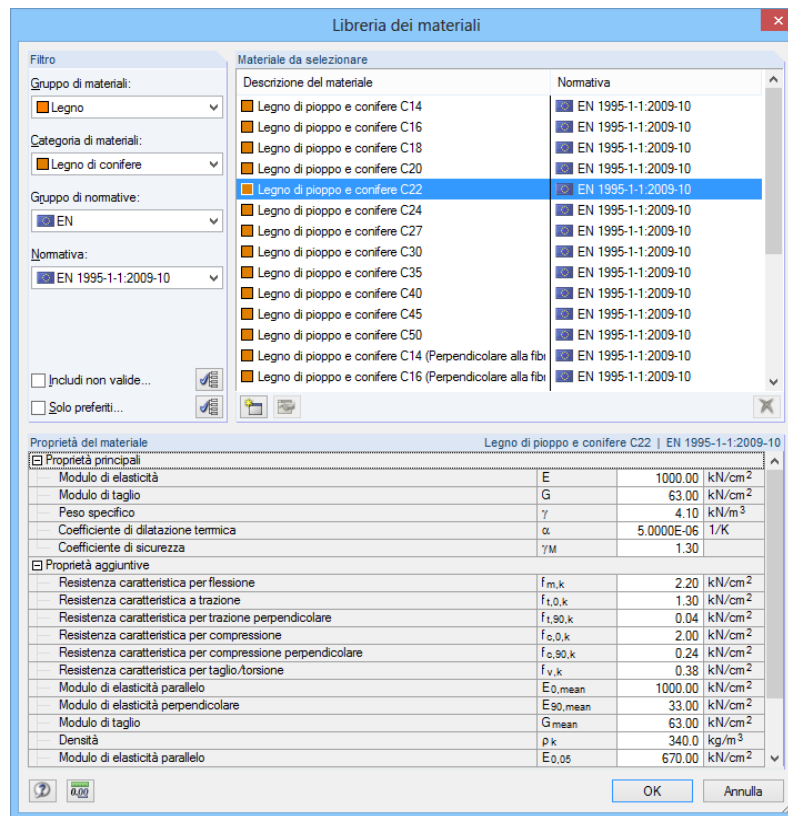


Figura 3.7 Libreria dei materiali

La libreria dei materiali è molto vasta, quindi sono disponibili vari filtri. L'offerta di materiali può essere ridotta nell'elenco usando i criteri *Gruppo di materiali*, *Categoria di materiali*, *Gruppo di normative* e *Normativa*. Nella libreria dei materiali, nell'elenco *Materiale da selezionare*, è possibile scegliere il materiale richiesto e poi controllare i suoi parametri nella parte inferiore della finestra di dialogo. Per importare il materiale nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale* di RF-LAMINATE fare clic sul pulsante [OK], premere il tasto [ ] o fare doppio clic su un materiale. Poi è possibile regolare direttamente tutti i parametri dei materiali nel modulo.

Inoltre, usando il pulsante [Importa strati dalla libreria...], è possibile inserire in una volta l'intera composizione. Laddove si trova la libreria degli strati è possibile selezionare il *Prodotto*, il *Tipo* e lo *Spessore*.

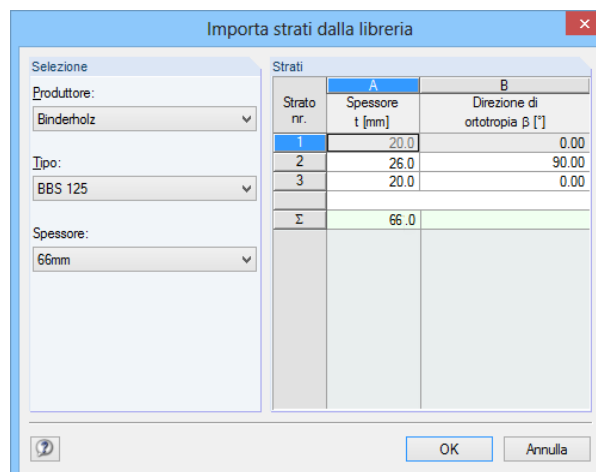
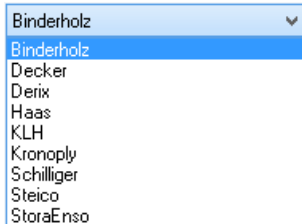


Figura 3.8 Finestra di dialogo Importa strati dalla libreria

Se si seleziona il modello del materiale ortotropo nella finestra 1.1 *Dati generali*, nell'area di lavoro di RFEM è visualizzata la direzione ortotropa secondo quella attualmente inserita  $\beta$  quando si inseriscono i singoli strati nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*, vedere la seguente figura. In questo modo, è possibile controllare visivamente le impostazioni.

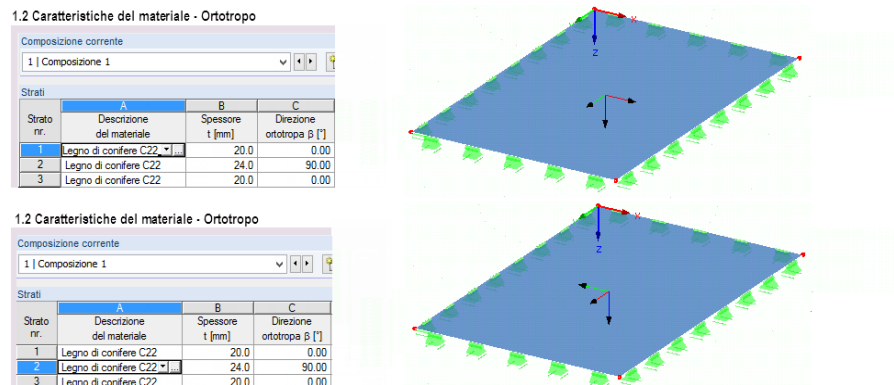


Figura 3.9 Visualizzazione della direzione ortotropa  $\beta$

Sotto la sezione *Strati*, sono disponibili diversi pulsanti utili. Essi hanno le seguenti funzioni:











Pulsante	Nome	Funzione
	Carica strati salvati...	Carica la composizione che è stata precedentemente salvata.
	Salva strati come...	Salva la composizione inserita nella finestra 1.2. Questa composizione può essere poi ricaricata in ogni altra composizione di RF-LAMINATE usando il pulsante [Carica strati salvati...].
	Elimina tutti gli strati	Cancella tutti i dati dalla finestra 1.2.
	Importa materiale dalla libreria...	Apri la finestra di dialogo <i>Libreria dei materiali</i> .
	Importa strati dalla libreria...	Apri la finestra di dialogo <i>Importa strati dalla libreria</i> .
	Mostra elementi della matrice di rigidezza dello strato	Visualizza gli elementi della matrice di rigidezza richiamati nel paragrafo 2.3.
	Mostra elementi estesi della matrice di rigidezza	Visualizza gli elementi della matrice di rigidezza globale richiamati nel paragrafo 2.3.
	Vai nell'area di lavoro e cambia la vista	Si passa all'area di lavoro di RFEM per il controllo grafico, ma non si uscirà dal modulo di RF-LAMINATE.
	Esporta in Microsoft Excel o OpenOffice.org Calc	Esporta i contenuti della tabella corrente a MS Excel o all'applicazione Calc dal pacchetto OpenOffice.org → paragrafo 7.2, pagina 58.
	Importa da Microsoft Excel o OpenOffice.org Calc	Importa i contenuti di una tabella di MS Excel, il foglio 1.2 Caratteristiche del materiale, o dall'applicazione Calc del pacchetto OpenOffice.org nella finestra 1.2.

Tabella 3.2 Pulsanti nella finestra *Caratteristiche del materiale*

Nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*, sotto la tabella a destra, vengono fornite *Informazioni* sul peso specifico e il peso dello strato attuale, e sullo spessore e sul peso totale della composizione selezionata.

Inoltre, nella sezione *Opzioni*, ci sono le caselle di controllo per considerare il coefficiente parziale  $\gamma_M$  e di correzione  $k_{mod}$  per il progetto. È possibile impostare i coefficienti parziali per ogni composizione separatamente nella finestra di dialogo *Dettagli della composizione*. I valori dei coefficienti di correzione per tutte le composizioni sono gli stessi e si può modificarli nella finestra di dialogo *Dettagli*. Se si seleziona la casella di controllo *Coefficienti di correzione*  $k_{mod}$ , vedere figura 3.10, viene visualizzata nel navigatore un'altra finestra 1.4 *Classe di servizio e di durata del carico*.

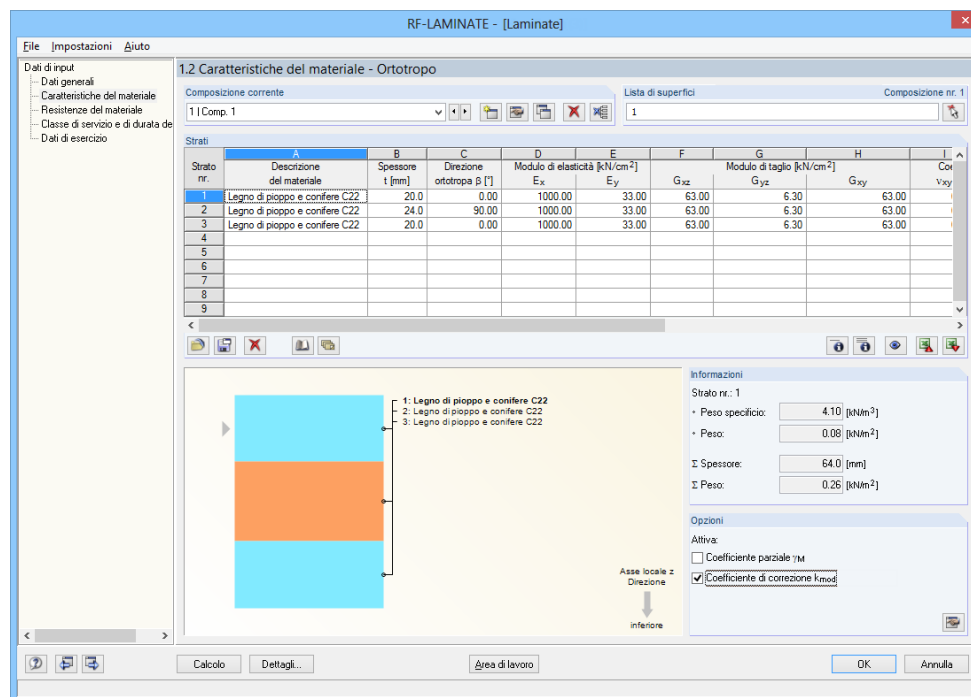


Figura 3.10 Finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale* – Coefficiente di correzione  $k_{mod}$

### 3.3 Resistenze del materiale

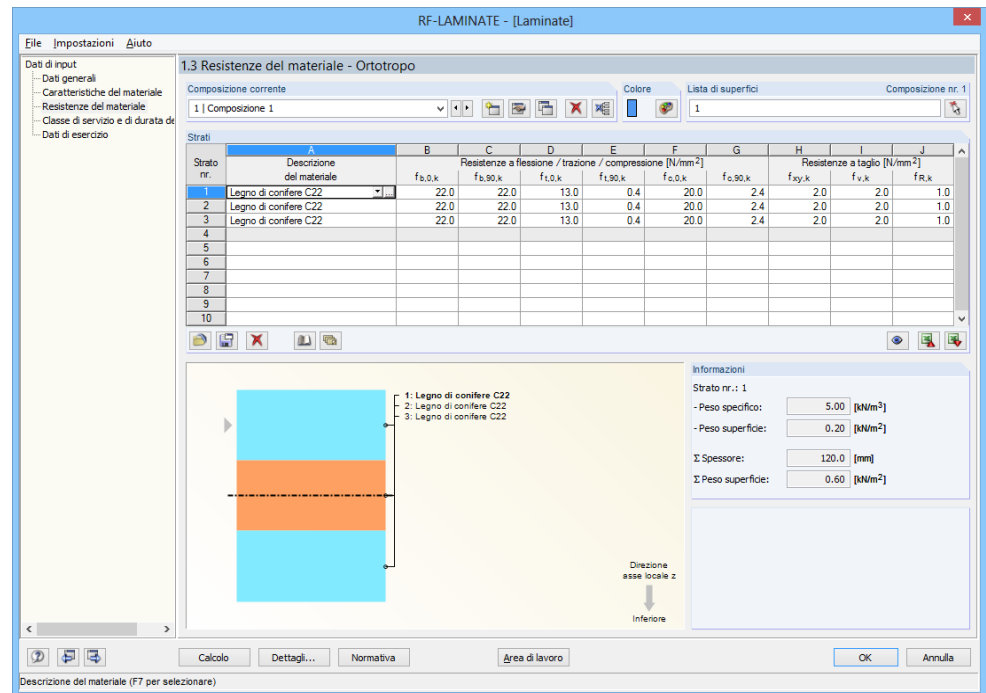


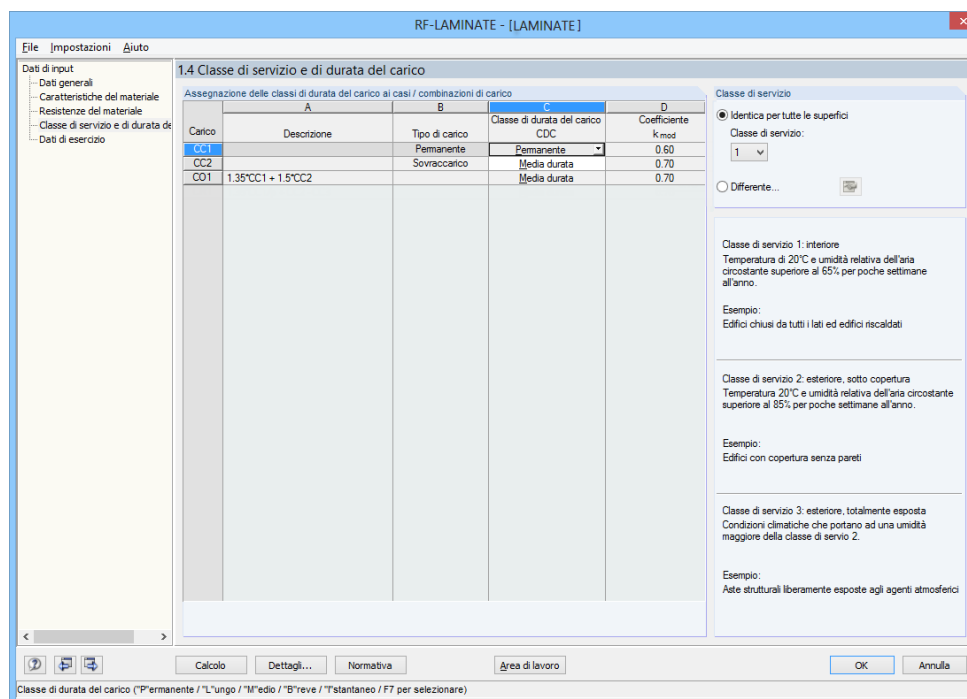
Figura 3.11 Finestra 1.3 *Resistenze del materiale*

Nella finestra 1.3, vengono visualizzate tutte le resistenze caratteristiche, importate per i singoli strati di una composizione corrente dalla libreria dei materiali. È possibile cambiare questi valori semplicemente modificando i valori nella finestra 1.3.

Sotto la tabella, ci sono gli stessi pulsanti come nella precedente finestra, che sono descritti nel paragrafo 3.2 a pagina 24.

Ancora, sotto la tabella a destra, vengono fornite *Informazioni* sul peso specifico e sul peso dello strato attuale, e sullo spessore e sul peso totale della composizione selezionata. Ci sono anche le caselle di controllo per considerare il coefficiente parziale  $\gamma_M$  e il coefficiente di correzione  $k_{mod}$ .

## 3.4 Classe di servizio e di durata del carico



Carico	Descrizione	Tipo di carico	Classe di durata del carico CDC	Coefficiente $k_{mod}$
CC1		Permanente	Permanente	0.60
CC2		Sovraccarico	Media durata	0.70
CC3	1.35*CC1 + 1.5*CC2		Media durata	0.70

Figura 3.12 Finestra 1.4 Classe di servizio e di durata del carico

Se si seleziona la casella di controllo *Coefficiente di correzione*  $k_{mod}$  nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale* o nella finestra 1.3 *Resistenze del materiale*, viene visualizzata la finestra 1.4 *Classe di servizio e di durata del carico*. Qui, nella finestra 1.1 vengono visualizzati tutti i casi di carico e le combinazioni selezionati per il progetto. Nelle colonne A e B, vengono mostrati la *Descrizione* ed il *Tipo di carico* come mostrato in RFEM. Nella colonna C, viene impostata la *Classe di durata del carico - CDC*, secondo la normativa EN 1995-1-1:2006. La classificazione delle combinazioni di carico e di risultati aderisce automaticamente al carico determinante. Quando si compila la colonna C, viene fornito automaticamente il corrispondente coefficiente. È possibile preimpostare il suo valore nella finestra di dialogo *Dettagli* sotto la scheda *Progetto*.

Nella sezione *Classe di servizio*, è possibile assegnare le classi di servizio alle superfici. Le classi di servizio sono richieste per la determinazione del coefficiente di correzione  $k_{mod}$ . Nella finestra viene fornita direttamente la descrizione delle singole classi di servizio basata sulla normativa EN 1995-1-1:2006, paragrafo 2.3.1.3.



La classe di servizio può essere impostata uguale per tutte le superfici, o è possibile selezionare *Differente*. Fare clic sul pulsante [Assegna superficie alle classi di servizio corrispondenti...] per visualizzare la finestra di dialogo dove è possibile assegnare le singole superfici alle diverse classi di servizio.

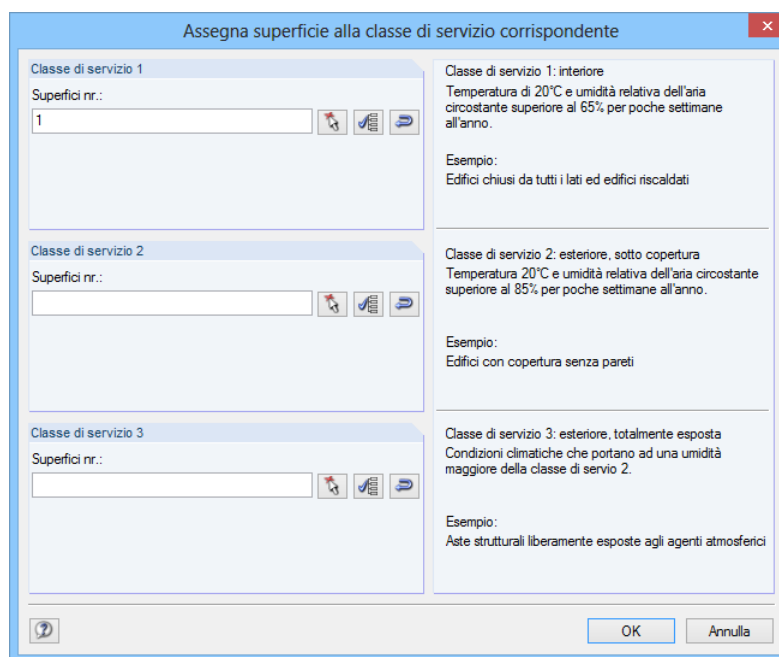


Figura 3.13 Finestra di dialogo *Assegna superficie alla classe di servizio corrispondente*

Nella finestra di dialogo *Assegna superficie alla classe di servizio corrispondente*, i seguenti pulsanti sono disponibili:




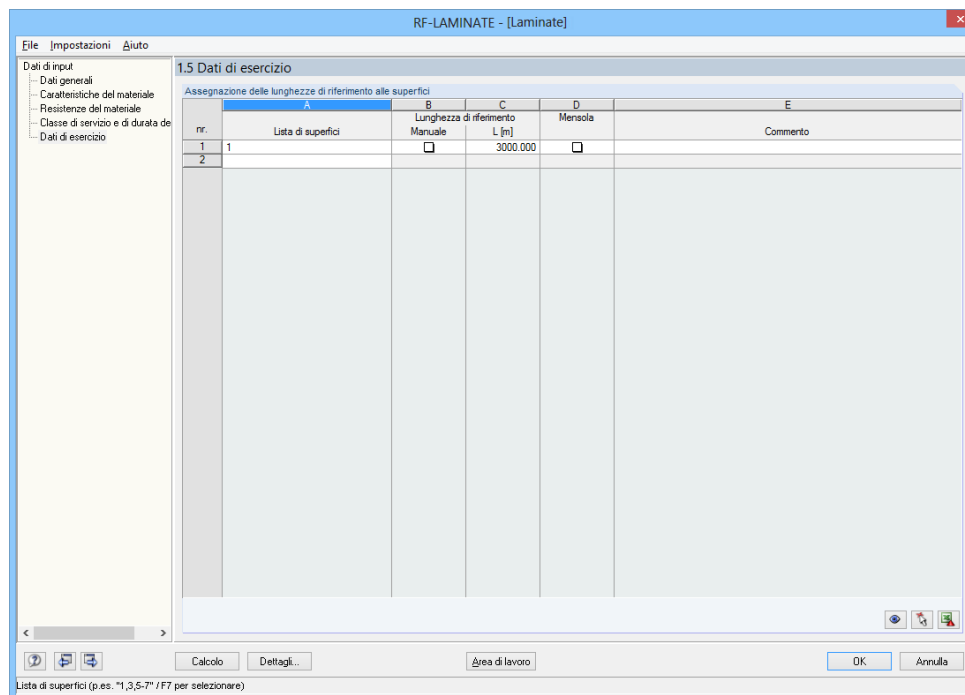
Pulsante	Funzione
	Fornisce la selezione grafica delle superfici che saranno assegnate ad una corrispondente classe di servizio.
	Assegna tutte le superfici ad una corrispondente classe di servizio.
	Assegna tutte le superfici che non sono state ancora selezionate alla corrispondente classe di servizio.

Tabella 3.3 Pulsanti nella finestra di dialogo *Assegna superficie alla classe di servizio corrispondente*

## 3.5 Dati di esercizio



nr.	A	B	C	D	E
	Lista di superfici	Lunghezza di riferimento Manuale	Lunghezza di riferimento L [m]	Mensola	Commento
1	1	<input type="checkbox"/>	3000.000	<input type="checkbox"/>	
2					

Figura 3.14 Finestra 1.5 Dati di esercizio

L'ultima finestra di input è 1.5 *Dati di esercizio*. Nella colonna A, è possibile inserire le singole superfici. Nella colonna B, scegliere se si vuole inserire manualmente o no la *Lunghezza di riferimento L*. Se non viene selezionata la casella di controllo *Manuale*, viene impostata automaticamente la lunghezza del bordo più lungo della superficie pertinente. Nella colonna D, selezionare se c'è una *Mensola* o no ed è possibile scrivere il proprio *Commento* nella colonna E.

Tutti i dati inseriti sono importanti per la corretta applicazione degli spostamenti generalizzati limite. È possibile verificare e se necessario modificare questi valori nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Progetto* (vedere paragrafo 4.1.1, a pagina 34).

## 4. Calcolo

Calcolo

Dettagli...

Prima di avviare il calcolo (usando il pulsante con lo stesso nome), è necessario verificare le impostazioni dettagliate per la progettazione. Aprire la finestra di dialogo pertinente, che viene descritta nel paragrafo seguente, facendo clic sul pulsante [Dettagli...].

Prima che il calcolo cominci, viene controllato se la matrice di rigidità globale sia definita positiva, vedere 9.2.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Successivamente viene eseguito il calcolo globalmente dell'intera struttura modellata in RFEM.

### 4.1 Dettagli

Per ragioni di chiarezza, la finestra di dialogo *Dettagli* viene divisa nelle seguenti schede:

- *Progetto*
- *Tensioni*
- *Risultati*

I seguenti pulsanti sono comuni per tutte le schede:






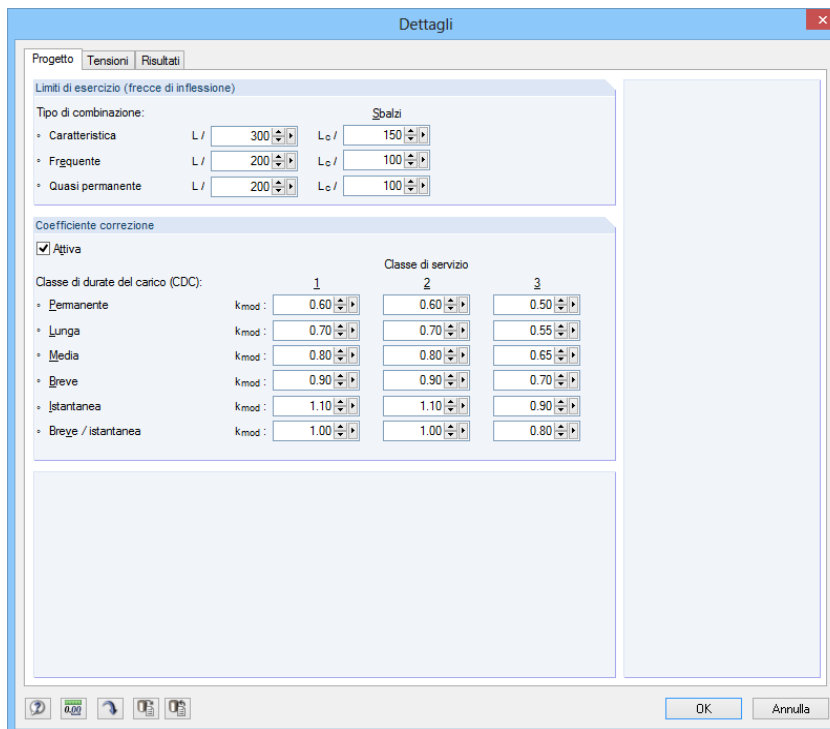
Pulsante	Nome	Funzione
	Aiuto (F1)	Richiama la guida in linea per RF-LAMINATE.
	Unità e cifre decimali...	Si aprirà la finestra di dialogo <i>Unità e cifre decimali</i> , dove è possibile impostare le unità per RF-LAMINATE.
	Ripristina valori Dlubal predefiniti	Imposta tutti i valori nella finestra di dialogo <i>Dettagli</i> ai loro valori Dlubal originali.
	Predefinito	Imposta tutti i parametri nella finestra di dialogo <i>Dettagli</i> secondo l'impostazione predefinita che è stata precedentemente salvata.
	Imposta come predefinito	Salva la corrispondente impostazione come impostazione predefinita. È possibile poi ricaricare questa impostazione in ogni caso di RF-LAMINATE usando il precedente pulsante [Predefinito].

Tabella 4.1 Pulsanti nei *Dettagli*

### 4.1.1 Scheda Progetto



**Limiti di esercizio (frecche di inflessione)**

Tipo di combinazione:

- Caratteristica:  $L /$  300  $L_c /$  150
- Frequente:  $L /$  200  $L_c /$  100
- Quasi permanente:  $L /$  200  $L_c /$  100

**Coefficiente correzione**

☒ Attiva

Classe di durata del carico (CDC):	Classe di servizio		
	1	2	3
• Permanente	$k_{mod} :$ 0.60	0.60	0.50
• Lunga	$k_{mod} :$ 0.70	0.70	0.55
• Media	$k_{mod} :$ 0.80	0.80	0.65
• Breve	$k_{mod} :$ 0.90	0.90	0.70
• Istantanea	$k_{mod} :$ 1.10	1.10	0.90
• Breve / istantanea	$k_{mod} :$ 1.00	1.00	0.80

Figura 4.1 Finestra di dialogo *Dettagli* – scheda *Progetto*

#### Limiti di esercizio (frecche di inflessione)

I valori limite dell'inflessione ammissibile sono impostati in sei caselle di testo. In questo modo, è possibile inserire i dati specifici per le varie combinazioni di azioni (caratteristica, frequente e quasi-permanente) e per le superfici vincolate su entrambi i lati o su un solo lato. Le combinazioni di azioni sono assegnate ai casi di carico, alle combinazioni di carico e di risultati nella scheda *Stato limite di esercizio* nella finestra 1.1 *Dati generali* (vedere paragrafo 3.1.2, a pagina 23). Le Lunghezze di riferimento  $L$  sono inserite per le singole superfici nella finestra *Dati di esercizio* (vedere paragrafo 3.5, a pagina 32).

#### Coefficiente di correzione

I valori del coefficiente di correzione  $k_{mod}$  sono forniti in funzione della *Classe di durata del carico (CDC)* e la *Classe di servizio*. I valori seguono la normativa EN 1995-1-1:2006, tabella 3.1. È possibile riscrivere i valori numerici del coefficiente di correzione. Il coefficiente di correzione è poi assegnato ai singoli casi di carico secondo la classe di durata del carico nella finestra 1.4 *Classe di servizio e di durata del carico* (vedere paragrafo 3.4, a pagina 30).

### 4.1.2 Scheda Tensioni

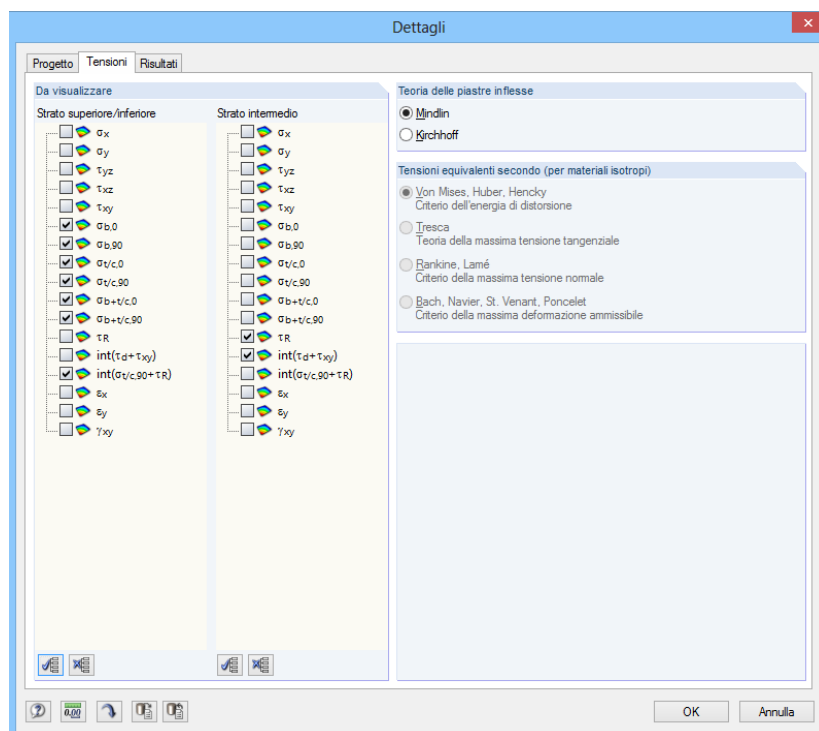


Figura 4.2 Finestra di dialogo *Dettagli* – scheda *Tensioni*

#### Da visualizzare



In questa sezione, è possibile scegliere quali tensioni visualizzare nella finestra dei risultati usando le caselle di controllo. Le tensioni vengono separate dagli strati intermedi e dagli strati superiori/inferiori. I pulsanti [Seleziona tutto] e [Deseleziona tutto] sono disponibili per facilitare la selezione.

Le tensioni di base  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$  vengono calcolate con il metodo agli elementi finiti in RFEM, le altre tensioni vengono poi calcolate dalle tensioni di base nel modulo di RF-LAMINATE. Le formule valide per una piastra monostrato vengono introdotte nella seguente tabella.

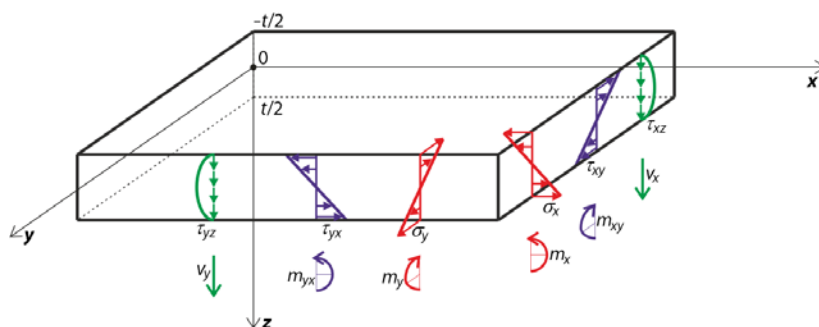


Figura 4.3 Tensioni di base e convenzione dei segni per la piastra monostrato soggetta a flessione

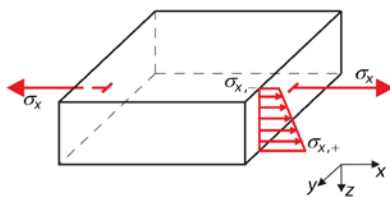
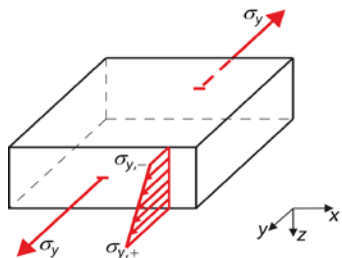
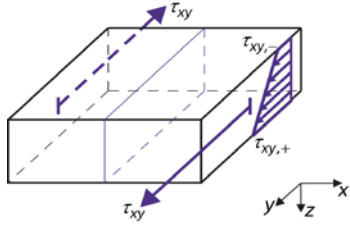
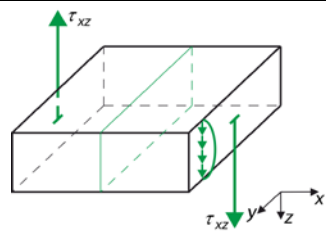
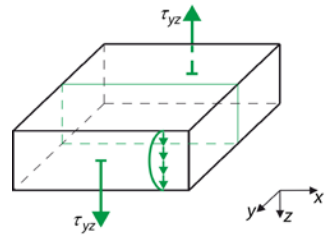
$\sigma_x$	<p>Tensione normale in direzione x</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>la tensione nel lato positivo della superficie è uguale a</li> </ul> $\sigma_{x,+} = \frac{n_x}{t} + \frac{6m_x}{t^2}, \text{ dove } t = \text{spessore della piastra}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>la tensione nel lato negativo della superficie è uguale a</li> </ul> $\sigma_{x,-} = \frac{n_x}{t} - \frac{6m_x}{t^2}$	
$\sigma_y$	<p>Tensione normale in direzione y</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>la tensione nel lato positivo della superficie è uguale a</li> </ul> $\sigma_{y,+} = \frac{n_y}{t} + \frac{6m_y}{t^2}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>la tensione nel lato negativo della superficie è uguale a</li> </ul> $\sigma_{y,-} = \frac{n_y}{t} - \frac{6m_y}{t^2}$	
$\tau_{xy}$	<p>Tensione tangenziale nel piano xy</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>la tensione nel lato positivo della superficie è uguale a</li> </ul> $\tau_{xy,+} = \frac{n_{xy}}{t} + \frac{6m_{xy}}{t^2}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>la tensione nel lato negativo della superficie è uguale a</li> </ul> $\tau_{xy,-} = \frac{n_{xy}}{t} - \frac{6m_{xy}}{t^2}$	
$\tau_{xz}$	<p>Tensione tangenziale nel piano xz</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>nel centro della piastra</li> </ul> $\tau_{xz} = \frac{3}{2} \frac{v_x}{t}$	
$\tau_{yz}$	<p>Tensione tangenziale nel piano yz</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>nel centro della piastra</li> </ul> $\tau_{yz} = \frac{3}{2} \frac{v_y}{t}$	

Tabella 4.2 Tensioni di base

Le tensioni generalmente, nei singoli strati vengono calcolati dalle deformazioni totali interne della piastra

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tot}}^T = \left\{ \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}, -\frac{\partial \varphi_x}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y, \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\} \quad (4.2)$$

Le deformazioni nei singoli strati vengono calcolate usando la relazione

$$\boldsymbol{\varepsilon}(z) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \\ -\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

dove  $z$  è la coordinata in direzione  $z$ , dove viene richiesto il valore della tensione. Se c'è per esempio l' $i$ -° strato, la tensione viene calcolata usando la relazione

$$\boldsymbol{\sigma}(z) = \mathbf{d}_i \boldsymbol{\varepsilon}(z) \quad (4.4)$$

dove  $\mathbf{d}_i$  è la matrice di rigidità parziale dell' $i$ -° strato.

Ora, è necessario dividere le tensioni secondo il modello del materiale - isotropo o ortotropo.

#### Modello del materiale isotropo

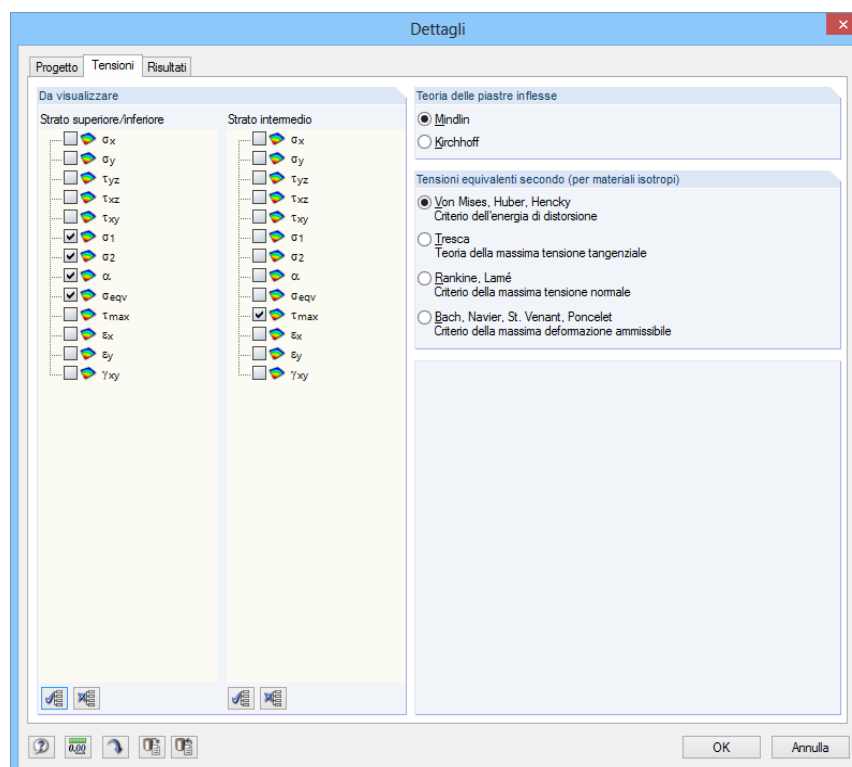


Figura 4.4 Finestra di dialogo *Dettagli* – scheda *Tensioni* per il modello del materiale isotropo

L'effetto delle tensioni tangenziali trasversali vengono espresse con la quantità:

$\tau_{\max}$	Massima tensione tangenziale trasversale
	$\tau_{\max} = \sqrt{\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2}$

Tabella 4.3 Massima tensione tangenziale trasversale

Vengono introdotte le relazioni per il calcolo delle tensioni principali ed equivalenti nella seguente tabella. L'effetto delle tensioni tangenziali viene trascurato nelle formule  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$ .

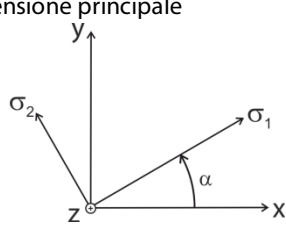
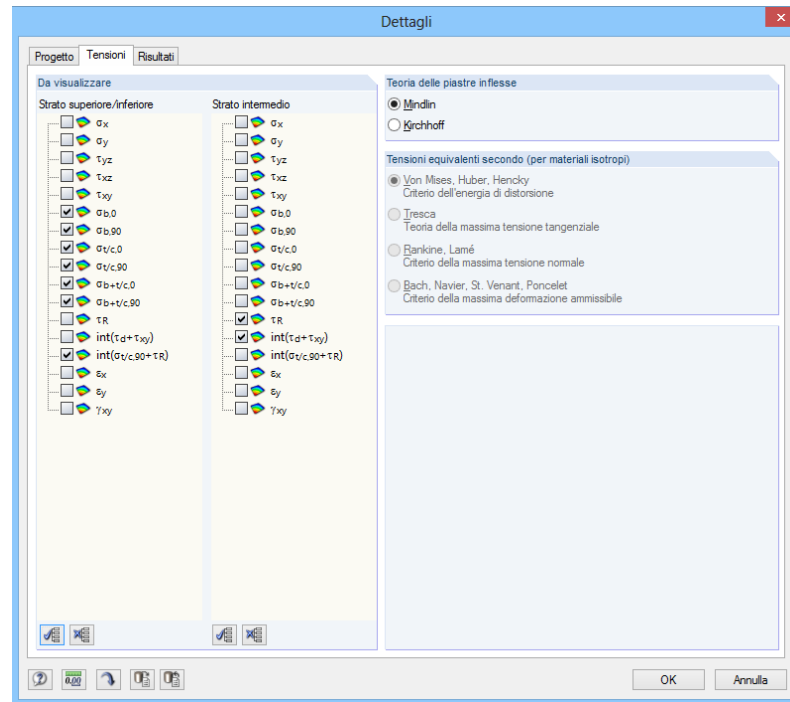
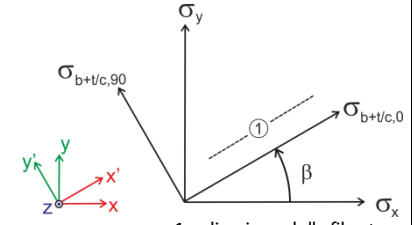
$\sigma_1$	<p>Tensione principale</p> $\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$
$\sigma_2$	<p>Tensione principale</p> $\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$
$\alpha$	<p>Angolo tra l'asse locale <math>x</math> e la direzione della prima tensione principale</p> $\alpha = \frac{1}{2} \text{atan2}(2\tau_{xy}, \sigma_x - \sigma_y), \quad \alpha \in (-90^\circ, 90^\circ)$ <p>La funzione <math>\text{atan2}</math> viene implementata in RFEM in questo modo</p> $\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & x > 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + \pi & y \geq 0, x < 0 \\ \arctan \frac{y}{x} - \pi & y < 0, x < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \\ 0 & y = 0, x = 0 \end{cases}$ 
$\sigma_{\text{eqv}}$	<p>Tensione equivalente secondo von Mises, Huber, Hencky (Criterio dell'energia di distorsione)</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$
	<p>Tensione equivalente secondo Tresca (Criterio della massima tensione tangenziale)</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \max \left[ \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \frac{ \sigma_x + \sigma_y  + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \right]$
	<p>Tensione equivalente secondo Rankine, Lamé (Criterio della massima tensione normale)</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \frac{ \sigma_x + \sigma_y  + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2}$
	<p>Tensione equivalente secondo Bach, Navier, St. Venant, Poncelet (Criterio della massima deformazione ammissibile)</p> $\sigma_{\text{eqv}} = \max \left[ \frac{1-\nu}{2}  \sigma_x + \sigma_y  + \frac{1+\nu}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \nu  \sigma_x + \sigma_y  \right]$

Tabella 4.4 Tensioni per il modello del materiale isotropo

## Modello del materiale ortotropo

Figura 4.5 Finestra di dialogo *Dettagli* – scheda *Tensioni* per il modello del materiale ortotropo

$\sigma_{b+t/c,0}$	<p>Tensione normale lungo la fibratura</p> $\sigma_{b+t/c,0} = \sigma_x \cos^2 \beta + \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \sin^2 \beta$  <p>1 – direzione della fibratura</p>
$\sigma_{b+t/c,90}$	<p>Tensione normale perpendicolare alla fibratura</p> $\sigma_{b+t/c,90} = \sigma_x \sin^2 \beta - \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \cos^2 \beta$
$\sigma_{t/c,0}$	<p>Componenti di trazione/compressione della tensione normale lungo la fibratura</p> $\sigma_{t/c,0} = \frac{\sigma_{b+t/c,0(sup)} + \sigma_{b+t/c,0(media)} + \sigma_{b+t/c,0(inf)}}{3}$
$\sigma_{t/c,90}$	<p>Componenti di trazione/compressione della tensione perpendicolare alla fibratura</p> $\sigma_{t/c,90} = \frac{\sigma_{b+t/c,90(sup)} + \sigma_{b+t/c,90(media)} + \sigma_{b+t/c,90(inf)}}{3}$
$\sigma_{b,0}$	<p>Componenti flessione della tensione normale lungo la fibratura</p> $\sigma_{b,0} = \sigma_{b+t/c,0} - \sigma_{t/c,0}$
$\sigma_{b,90}$	<p>Componenti della tensione normale perpendicolare alla fibratura</p> $\sigma_{b,90} = \sigma_{b+t/c,90} - \sigma_{t/c,90}$

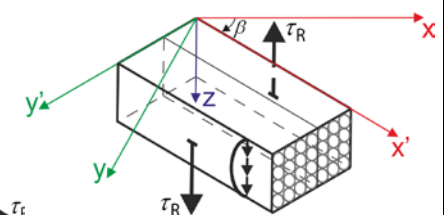
$\tau_R$	<p>Tensione tangenziale</p> $\tau_R = -\tau_{xz} \sin \beta + \tau_{yz} \cos \beta$ 
----------	---

Tabella 4.5 Tensioni per il modello del materiale ortotropo

È importante esplicitare che le tensioni  $\sigma_{b+t/c,0}$ ,  $\sigma_{b+t/c,90}$ ,  $\sigma_{t/c,0}$ ,  $\sigma_{t/c,90}$ ,  $\sigma_{b,0}$ ,  $\sigma_{b,90}$ ,  $\tau_R$  vengono espresse nel sistema di coordinate della fibratura  $x', y', z$ , che, in generale, possono essere ruotate diversamente in ognuno degli strati. Questo è il motivo per cui le discontinuità nei valori delle tensioni dei singoli strati possono manifestarsi nei loro bordi. Le formule di trasformazione per queste tensioni vengono introdotte nel paragrafo 5.1.

La tensione normale contiene la componente di flessione e di trazione/compressione per i singoli strati.

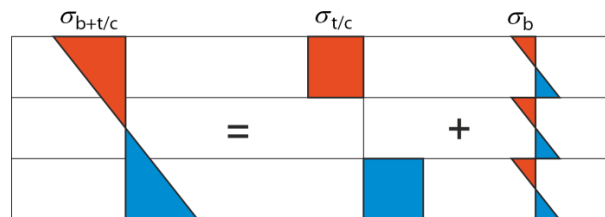


Figura 4.6 Decomposizione della tensione normale nel componente di trazione/compressione e di flessione

### Teoria delle piastre inflesse

Per le superfici, è possibile scegliere la teoria della flessione secondo:

- Mindlin
- Kirchhoff

La deformazione a taglio viene considerata secondo la teoria di Mindlin, ma non secondo la teoria di Kirchhoff. La teoria della flessione secondo Mindlin è idonea per le piastre spesse, la teoria della flessione secondo Kirchhoff per piastre relativamente sottili.

Siccome le tensioni tangenziali  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  non vengono determinate esattamente nella teoria di Kirchhoff, vengono calcolate dalle condizioni di equilibrio. È possibile calcolarle usando le seguenti relazioni

$$\tau_{xz, \max} = \frac{3}{2} \frac{v_x}{t} = 1,5 \frac{v_x}{t} \quad (4.5)$$

$$\tau_{yz, \max} = \frac{3}{2} \frac{v_y}{t} = 1,5 \frac{v_y}{t} \quad (4.6)$$

### Tensioni equivalenti secondo (per materiali isotropi)

È possibile determinare le tensioni equivalenti in quattro modi diversi:

#### Tensione equivalente secondo von Mises, Huber, Hencky

##### (Criterio dell'energia di distorsione)

Questa ipotesi è nota come HMMH, l'ipotesi di VON MISES, o come criterio energetico. Le tensioni equivalenti secondo questa ipotesi viene calcolata usando la relazione

$$\sigma_{eqv} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (4.7)$$

#### Tensione equivalente secondo Tresca

##### (Teoria della massima tensione tangenziale)

Questa tensione equivalente è generalmente definita usando la relazione

$$\sigma_{eqv} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_2 - \sigma_3|) \quad (4.8)$$

che in questa condizione  $\sigma_3 = 0$ , viene semplificata a

$$\sigma_{eqv} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1|, |\sigma_2|) \quad (4.9)$$

e l'equazione risultante

$$\sigma_{eqv} = \max \left[ \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \frac{|\sigma_x + \sigma_y| + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \right] \quad (4.10)$$

#### Tensione equivalente secondo Rankine, Lamé

##### (Criterio della massima tensione normale)

Questa ipotesi è conosciuta come ipotesi della tensione normale o come della tensione equivalente secondo RANKINE. La tensione di Rankine viene generalmente definita come il massimo dei valori assoluti delle tensioni principali

$$\sigma_{eqv} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) \quad (4.11)$$

che in questa condizione  $\sigma_3 = 0$ , viene semplificata a

$$\sigma_{eqv} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|) \quad (4.12)$$

e l'equazione risultante

$$\sigma_{eqv} = \frac{|\sigma_x + \sigma_y| + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \quad (4.13)$$

#### Tensione equivalente secondo Bach, Navier, St. Venant, Poncelet

##### (Criterio della massima deformazione ammissibile)

L'ipotesi della deformazione principale o la tensione equivalente secondo BACH. La deformazione equivalente viene definita come la deformazione massima che si origina nella direzione delle tensioni principali

$$\sigma_{eqv} = \max(|\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)|, |\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)|, |\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)|) \quad (4.14)$$

che in questa condizione  $\sigma_3 = 0$ , viene semplificata a

$$\sigma_{eqv} = \max(|\sigma_1 - \nu\sigma_2|, |\sigma_2 - \nu\sigma_1|, \nu|\sigma_1 + \sigma_2|) \quad (4.15)$$

e l'equazione risultante

$$\sigma_{\text{eqv}} = \max \left[ \frac{1-\nu}{2} |\sigma_x + \sigma_y| + \frac{1+\nu}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \nu |\sigma_x + \sigma_y| \right] \quad (4.16)$$

Nelle formule per la tensione equivalente,  $\tau_{xz}$  viene trascurata l'influenza delle tensioni tangenziali e  $\tau_{yz}$ .

### 4.1.3 Scheda Risultati

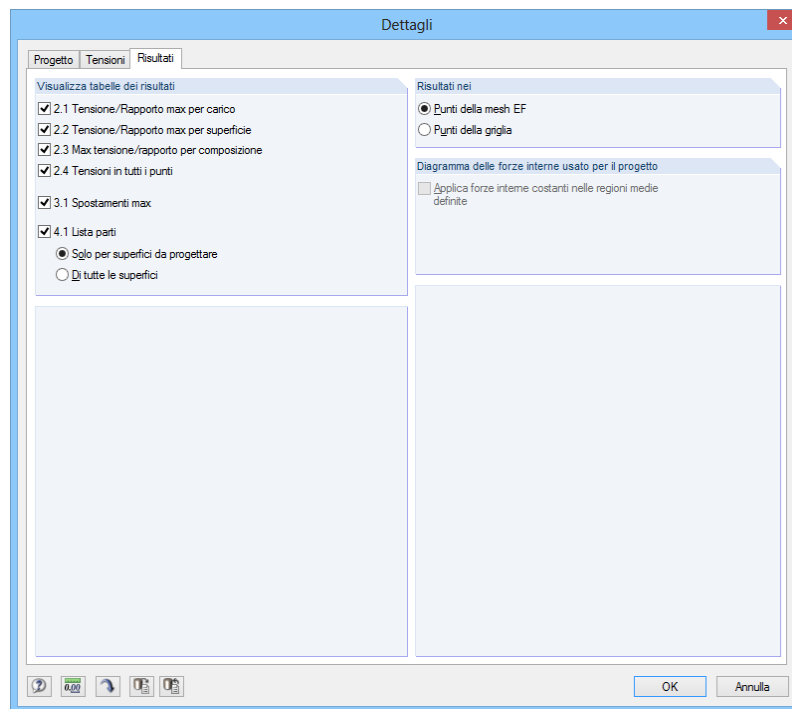


Figura 4.7 Finestra di dialogo *Dettagli* – scheda dei *Risultati*

#### Visualizza tabelle dei risultati

In questa sezione, è possibile specificare quali finestre dei risultati si vogliono visualizzare. Ci sono varie finestre con i valori dei risultati delle tensioni, degli spostamenti e della lista parti, che si possono attivare o disattivare usando le caselle di controllo pertinenti.

Le singole finestre dei risultati vengono descritte nel paragrafo 5. *Risultati* a pagina 44.

#### Risultati nei

Le tensioni e gli spostamenti sono visualizzati nei punti della mesh agli EF per impostazione predefinita. Tuttavia, si ha l'opzione di visualizzazione dei risultati nei punti della griglia che vengono definiti e che sono salvati in RFEM come una proprietà della superficie (vedere manuale di RFEM, paragrafo 8.12).

Nel caso di superfici più piccole, la distanza dei punti della griglia predefinita di 0,5 m può provocare che su una superficie esista solo una piccola quantità di punti o addirittura un punto solo, il punto iniziale della griglia. In caso come questo, generalmente non si ottiene nessun dei valori massimi perché la griglia risultante è troppo grezza. La distanza dei punti della griglia dovrebbe essere adattata alle dimensioni della superficie in RFEM, in modo da creare più punti della griglia.

### Diagramma delle forze interne usato per il progetto

In questa sezione, è possibile selezionare la casella di controllo *Applica forze interne costanti nelle regioni medie definite* e quindi usare intervalli regolari che vengono specificati in RFEM durante il calcolo della tensione in RF-LAMINATE.

## 4.2 Avviare il calcolo

Calcolo

In tutte le finestre di input di RF-LAMINATE, è possibile avviare il calcolo cliccando il pulsante [Calcolo].

È possibile anche avviare il calcolo di RF-LAMINATE dall'interfaccia utente di RFEM. I moduli aggiuntivi vengono visualizzati in RFEM nella finestra di dialogo *Da calcolare*, nella scheda *Casi / Combinazioni di carico / Casi del modulo*. È possibile aprire questa finestra di dialogo in RFEM usando la voce dal menu principale

**Calcola → Da calcolare....**

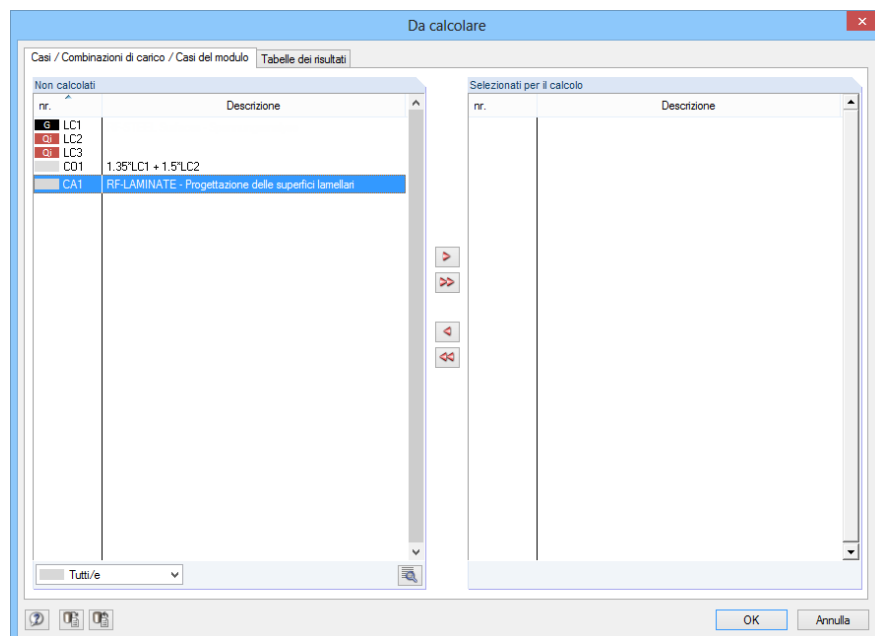


Figura 4.8 Finestra di dialogo *Da calcolare* in RFEM

Se manca un caso di progetto di RF-LAMINATE nell'elenco *Non calcolati*, è necessario selezionare *Moduli aggiuntivi* in basso nella finestra di dialogo.



Usando il pulsante [►], aggiungere il caso di progetto selezionato all'elenco a destra. Poi, avviare il calcolo usando il pulsante [OK].



È possibile anche avviare il calcolo di un caso di progetto di RF-LAMINATE dalla barra degli strumenti. Impostare il caso di progetto richiesto nell'elenco e poi cliccare il pulsante [Mostra risultati].

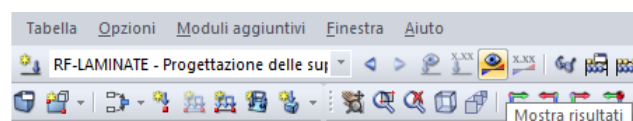


Figura 4.9 Calcolo diretto del caso di progetto di RF-LAMINATE in RFEM

## 5. Risultati

Dettagli...



OK

Annulla

Finestra 2.1 *Tensione/Rapporto max per carico* viene visualizzata immediatamente dopo che termina il calcolo. Nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Risultati*, è possibile specificare quali finestre dei risultati si vogliono visualizzare (vedere paragrafo 4.1.1 a pagina 42).

Tutte le finestre dei risultati sono accessibili dal navigatore di RF-LAMINATE. Per sfogliare tra le singole finestre, è possibile usare i pulsanti [ $\leftarrow$ ] e [ $\rightarrow$ ], mostrati a sinistra, o i tasti funzione [F2] ed [F3].

Facendo clic sul pulsante [OK], si salvano tutti i dati di input ed i risultati e si chiude RF-LAMINATE, mentre facendo clic sul pulsante [Annulla], si chiude il modulo senza salvare i dati.

Nelle finestre dei risultati, è disponibile un certo numero di pulsanti. I pulsanti hanno le seguenti funzioni:







Pulsante	Nome	Funzione
	Vai nell'area di lavoro e cambia la vista	Apri l'area di lavoro di RFEM per il controllo grafico, senza uscire dal modulo di RF-LAMINATE.
	Seleziona	Si aprirà l'area di lavoro di RFEM per una selezione grafica delle superfici o dei punti.
	Mostra risultati correnti nell'area di lavoro di RFEM	Visualizza i risultati per la linea attuale nella finestra grafica di RFEM sullo sfondo.
	Applica filtro selezionato alla tabella dei risultati	Visualizza nelle tabelle solo le righe che hanno un rapporto di progetto $>1$ .
	Mostra barre colorate nella tabella	Visualizza uno sfondo colorato nelle tabelle dei risultati in funzione dei valori.
	Esporta in Microsoft Excel o OpenOffice.org Calc	Esporta i contenuti di una tabella corrente di MS Excel o nell'applicazione Calc del pacchetto OpenOffice.org → paragrafo 7.2, a pagina 58.

Tabella 5.1 Pulsanti nelle finestre dei risultati

In questo capitolo, le singole finestre verranno descritte ad una ad una secondo la loro sequenza.

## 5.1 Tensione/Rapporto max per carico

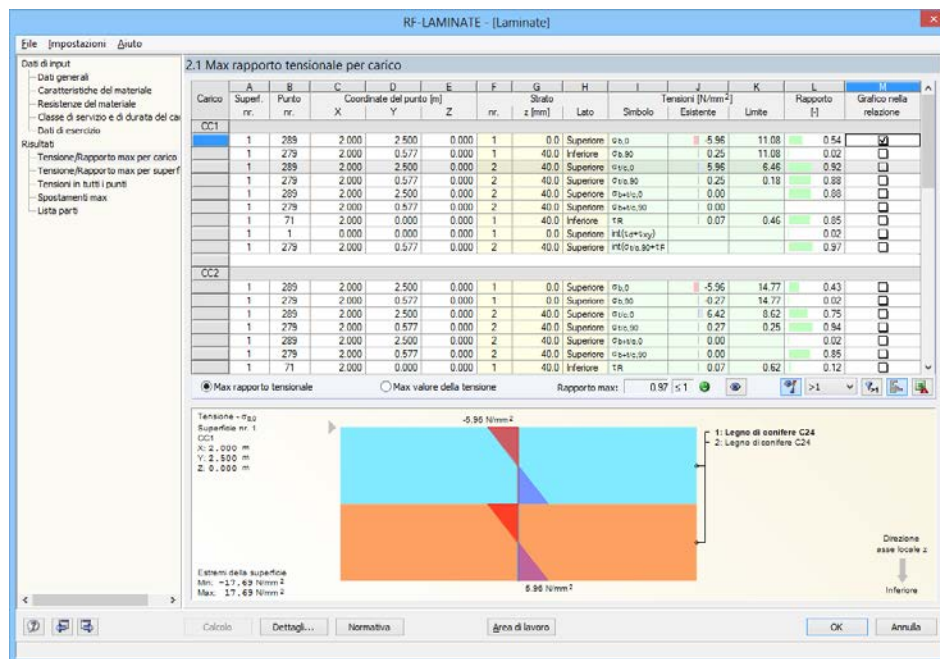


Figura 5.1 Finestra 2.1 Tensione/Rapporto max per carico

Se il calcolo termina con successo, si aprirà la finestra 2.1 *Tensione/Rapporto max per carico*. In questa finestra, i valori massimi della tensione o i rapporti massimi sono visualizzati per ogni caso di carico, combinazione di carico o di risultati selezionati per il progetto nella finestra 1.1 *Dati generali*, nella scheda *Stato limite ultimo*. I numeri dei casi di carico, le combinazioni di carico e di risultati vengono mostrati nell'intestazione per ogni sezione.

Riguardo il fatto che le composizioni con gli strati di diversi materiali sono spesso progettate in RF-LAMINATE, è possibile che si verifichi che il massimo rapporto venga trovato in una diversa ubicazione rispetto al massimo valore della tensione. Per questo motivo, sotto alla tabella è possibile scegliere se nella tabella si vogliono visualizzare i rapporti di tensione massimi o i valori massimi della tensione.

Di seguito vengono descritte le singole colonne della tabella 2.1.

### Superf. nr.

Questa colonna contiene i numeri delle superfici, per le quali i valori massimi delle componenti della tensione o dei rapporti sono stati trovati durante il calcolo. I dati vengono mostrati per i singoli casi di carico.

### Punto nr.

In questa colonna, vengono visualizzati i numeri dei punti della mesh agli EF, o dei punti della griglia, dove arrivano al massimo i valori della tensione e dei rapporti di tensione. I punti della griglia rappresenta l'opzione per visualizzare i risultati indipendentemente dalla mesh agli EF, in un intervallo regolare che si è definito. Il numero e la disposizione dei punti sono impostati nella scheda *Griglia* nella finestra di dialogo *Modifica superficie* in RFEM.

Nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Risultati*, è possibile specificare se si vuole valutare i risultati nei punti della mesh agli EF o nei punti della griglia (vedere paragrafo 4.1.1, a pagina 42).

Dettagli...

### Coordinate del punto

Le coordinate globali visualizzate X, Y, Z specificano il punto con il valore massimo della tensione fornita o del suo rapporto.

### Strato

Nelle colonne F - H, vengono elencati il numero dello strato, la coordinata z ed il lato dello strato, nel quale si verificano i massimi valori di tensione o dei rapporti.

### Tensioni

#### Simbolo ed Esistente

Qui, vengono visualizzati i valori massimi della tensione che sono stati selezionati nella scheda *Tensioni*, nella finestra di dialogo *Dettagli*. Vengono mostrati il simbolo e il valore numerico esistente.

#### Limite

Il valore limite (tensione limite) risulta dalla selezione del materiale per i singoli strati nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*.

Se si usa il coefficiente di correzione  $k_{mod}$  o il coefficiente parziale di sicurezza  $\gamma_M$ , i valori della tensione di progetto (con pendice d) vengono calcolati dai valori caratteristici della tensione limite (con pendice k) secondo

$$\begin{Bmatrix} f_{b,d} \\ f_{t,d} \\ f_{c,d} \\ f_{b,0,d} \\ f_{t,0,d} \\ f_{c,0,d} \\ f_{b,90,d} \\ f_{t,90,d} \\ f_{c,90,d} \\ f_{xy,d} \\ f_{v,d} \\ f_{eqv,d} \\ f_{R,d} \end{Bmatrix} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \begin{Bmatrix} f_{b,k} \\ f_{t,k} \\ f_{c,k} \\ f_{b,0,k} \\ f_{t,0,k} \\ f_{c,0,k} \\ f_{b,90,k} \\ f_{t,90,k} \\ f_{c,90,k} \\ f_{xy,k} \\ f_{v,k} \\ f_{eqv,k} \\ f_{R,k} \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

Se non vengono usati i coefficienti di correzione e parziale, viene considerato che  $k_{mod} = 1$  e  $\gamma_M = 1$ .

### Rapporto

Il rapporto della tensione di progetto e della tensione limite viene calcolato per ogni componente di tensione. Il rapporto della superficie nei corrispondenti punti della mesh agli EF o punti della griglia viene elencato per ogni tipo di tensione selezionato. Se la tensione limite non viene superata, il rapporto è minore o uguale ad 1 e la verifica tensionale è soddisfatta. Quindi la voce nella colonna L permette di valutare velocemente l'efficienza del progetto.

Le seguenti tabelle mostrano il calcolo del rapporto per particolari tipi di tensione.

Rapporto max: 0.97 ≤ 1 

## Modello isotropo del materiale

Tensioni [Pa]	Rapporti [-]
$\sigma_x$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,x}}{f_{t,d}} + \frac{ \sigma_{b,x} }{f_{b,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,x} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,x} }{f_{c,d}} + \frac{ \sigma_{b,x} }{f_{b,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,x} \leq 0 \end{cases}$
$\sigma_y$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,y}}{f_{t,d}} + \frac{ \sigma_{b,y} }{f_{b,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,y} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,y} }{f_{c,d}} + \frac{ \sigma_{b,y} }{f_{b,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,y} \leq 0 \end{cases}$
$\sigma_1$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_1}{f_{t,d}} & \text{if } \sigma_1 > 0 \\ \frac{ \sigma_1 }{f_{c,d}} & \text{if } \sigma_1 \leq 0 \end{cases}$
$\sigma_2$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_2}{f_{t,d}} & \text{if } \sigma_2 > 0 \\ \frac{ \sigma_2 }{f_{c,d}} & \text{if } \sigma_2 \leq 0 \end{cases}$
$\sigma_{\text{eqv}}$	$\frac{ \sigma_{\text{eqv}} }{f_{\text{eqv},d}}$
$\tau_{\text{max}}$	$\frac{ \tau_{\text{max}} }{f_{v,d}}$
$\tau_{xz}$	$\frac{ \tau_{xz} }{f_{v,d}}$
$\tau_{xy}$	$\frac{ \tau_{xy} }{f_{v,d}}$
$\tau_{yz}$	$\frac{ \tau_{yz} }{f_{v,d}}$

Tabella 5.2 Rapporti per il modello isotropo del materiale

## Modello ortotropo del materiale

Tensioni [Pa]	Rapporti [-]	
$\sigma_{b,0}$	$\frac{ \sigma_{b,0} }{f_{b,0,d}}$	
$\sigma_{b,90}$	$\frac{ \sigma_{b,90} }{f_{b,90,d}}$	
$\sigma_{t/c,0}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,0}}{f_{t,0,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,0} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,0} }{f_{c,0,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,0} \leq 0 \end{cases}$	
$\sigma_{t/c,90}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,90} }{f_{c,90,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,90} \leq 0 \end{cases}$	
$\sigma_{b+t/c,0}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,0}}{f_{t,0,d}} + \frac{ \sigma_{b,0} }{f_{b,0,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,0} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,0} }{f_{c,0,d}} + \frac{ \sigma_{b,0} }{f_{b,0,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,0} \leq 0 \end{cases}$	Secondo: ČSN 73 1702, (127), (128) DIN 1052, (127), (128) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.130), (NA.131)
$\sigma_{b+t/c,90}$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}} + \frac{ \sigma_{b,90} }{f_{b,90,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,90} }{f_{c,90,d}} + \frac{ \sigma_{b,90} }{f_{b,90,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,90} \leq 0 \end{cases}$	
$\tau_{xy}$	$\frac{ \tau_{xy} }{f_{xy,d}}$	
$\tau_R$	$\frac{ \tau_R }{f_{R,d}}$	
$\text{int}(\tau_d + \tau_{xy})$	$\frac{\tau_d^2}{f_{v,d}^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{f_{xy,d}^2}, \quad \tau_d = \tau_{xz} \cos \beta + \tau_{yz} \sin \beta$	Secondo: ČSN 73 1702, (129) DIN 1052, (129) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.132)
$\text{int}(\sigma_{t/c,90} + \tau_R)$	$= \begin{cases} \frac{\sigma_{t/c,90}}{f_{t,90,d}} + \frac{ \tau_R }{f_{R,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,90} > 0 \\ \frac{ \sigma_{t/c,90} }{f_{c,90,d}} + \frac{ \tau_R }{f_{R,d}} & \text{if } \sigma_{t/c,90} \leq 0 \end{cases}$	Secondo: ČSN 73 1702, (130), (131) DIN 1052, (130), (131) DIN EN 1995-1-1/NA, (NA.133), (NA.134)

Tabella 5.3 Rapporti per il modello ortotropo del materiale

Le tensioni  $\sigma_{b+t/c,0}$ ,  $\sigma_{b+t/c,90}$ ,  $\tau_d$ ,  $\tau_R$  sono definite nel sistema di coordinate della fibratura  $x', y', z$  e le seguenti formule di trasformazione si applicano

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{b+t/c,0} \\ \sigma_{b+t/c,90} \\ * \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3 \times 3}^T} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \tau_d \\ \tau_R \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2 \times 2}} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

o, equivalentemente, nella forma non matriciale

$$\begin{aligned} \sigma_{b+t/c,0} &= c^2 \sigma_x + s^2 \sigma_y + 2cs \tau_{xy} \\ \sigma_{b+t/c,90} &= s^2 \sigma_x + c^2 \sigma_y - 2cs \tau_{xy} \\ \tau_d &= c \tau_{xz} + s \tau_{yz} \\ \tau_R &= -s \tau_{xz} + c \tau_{yz} \end{aligned} \quad (5.3)$$

dove  $s = \sin \beta$ ,  $c = \cos \beta$  e  $\beta$  è l'angolo di rotazione dello strato considerato.

### Grafico nella relazione di calcolo

Nell'ultima colonna della tabella, è possibile selezionare se si vogliono importare i diagrammi tensionali per spessore, visualizzati nella parte bassa della finestra nella relazione di calcolo di RF-LAMINATE, vedere paragrafo 6.2.2, a pagina 56.

## 5.2 Tensione/Rapporto max per superficie

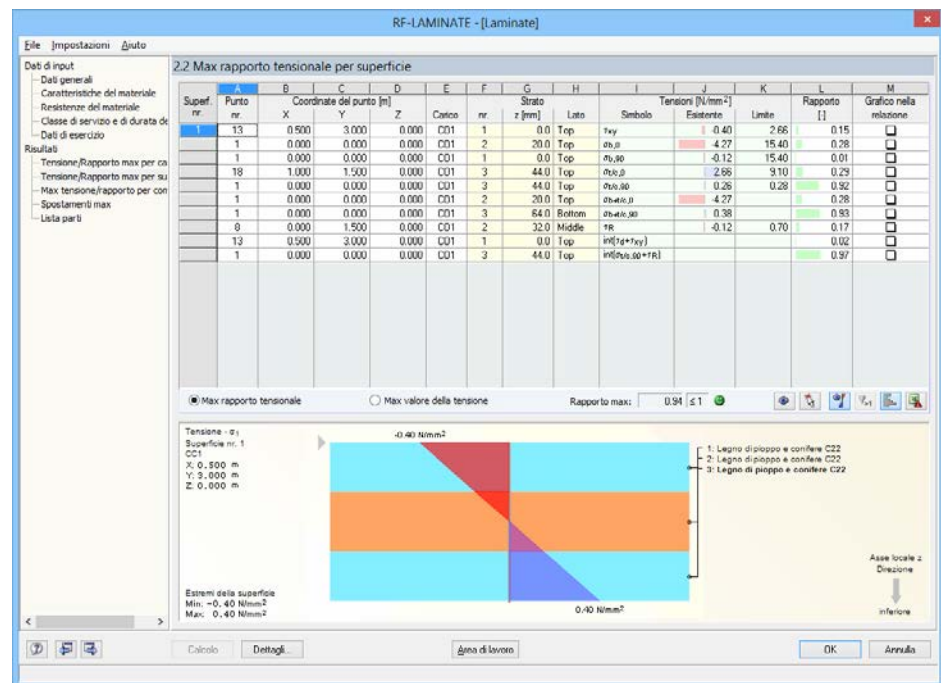


Figura 5.2 Finestra 2.2 Tensione/Rapporto max per superficie

La finestra dei risultati contiene le tensioni/i rapporti massimi per ogni superficie progettata. I dati vengono elencati secondo le singole superfici.

Le singole colonne della tabella vengono descritte nel paragrafo 5.1 *Tensione/Rapporto max per carico* a pagina 46.

## 5.3 Tensioni in tutti i punti

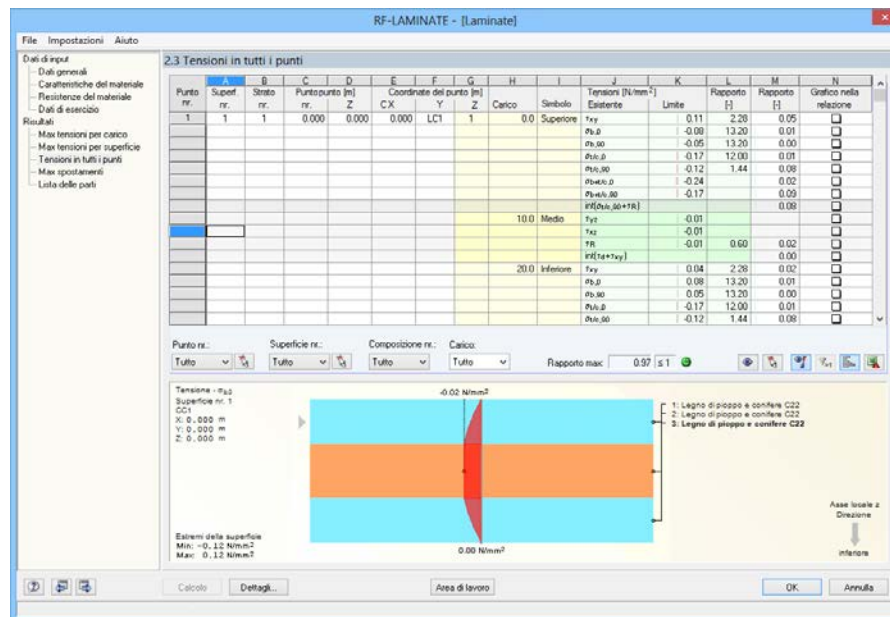


Figura 5.3 Finestra 2.3 *Tensione in tutti i punti*

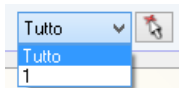
In questa finestra, le tensioni e i rapporti vengono visualizzati in ogni punto della mesh agli EF, o in ogni punto della griglia delle superfici di progetto. Nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Risultati*, è possibile specificare se si vuole visualizzare i risultati nei punti della mesh agli EF o nei punti della griglia (vedere paragrafo 4.1.1, a pagina 42).

Nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Tensioni*, è possibile specificare quali componenti della tensione si vogliono visualizzare nella finestra.

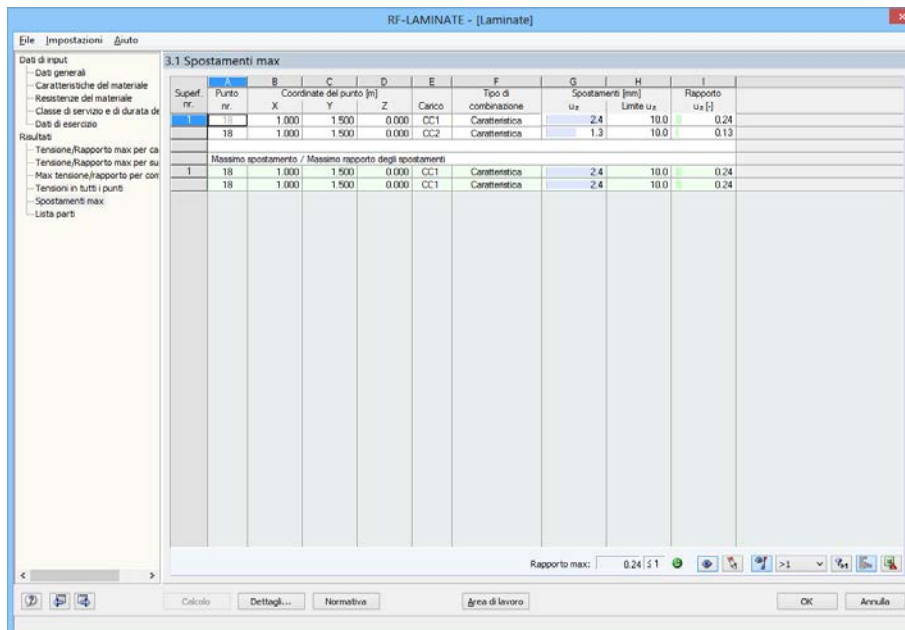
Le singole colonne della tabella vengono descritte nel paragrafo 5.1 *Tensione/Rapporto max per carico* a pagina 45.

Se necessario, è possibile filtrare i dati nella tabella secondo i numeri dei punti della mesh agli EF, i numeri delle superfici, le composizioni o i carichi. La selezione è possibile sia dagli elenchi sotto la tabella sia da un certo punto o da una superficie nella finestra grafica usando il pulsante [Seleziona superficie nell'area di lavoro e mostrala nella tabella].

Dettagli...



## 5.4 Spostamenti max



The screenshot shows the '3.1 Spostamenti max' window with a table of results. The table has columns for Superf. nr., Punto nr., X, Y, Z, Carico, Tipo di combinazione, Spostamenti [mm] (u<sub>x</sub>, u<sub>y</sub>), and Rapporto u<sub>x</sub> []. The data is organized into two main sections: 'Massimo spostamento / Massimo rapporto degli spostamenti' and 'Tensioni / Rapporto max per caso'.

Superf. nr.	Punto nr.	X	Y	Z	Carico	Tipo di combinazione	Spostamenti [mm] u <sub>x</sub>	Limite u <sub>x</sub>	Rapporto u <sub>x</sub> []
18	1	1.000	1.500	0.000	CC1	Caratteristica	2.4	10.0	0.24
18	18	1.000	1.500	0.000	CC2	Caratteristica	1.3	10.0	0.13
<b>Massimo spostamento / Massimo rapporto degli spostamenti</b>									
1	18	1.000	1.500	0.000	CC1	Caratteristica	2.4	10.0	0.24
18	18	1.000	1.500	0.000	CC1	Caratteristica	2.4	10.0	0.24

At the bottom of the window, there is a status bar showing 'Rapporto max: 0.24 ≤ 1' with a green smiley face icon, indicating that the results are within the acceptable limits.

Figura 5.4 Finestra 3.1 *Spostamenti max*

Questa finestra viene visualizzata solo se viene selezionato almeno un caso di carico nella finestra 1.1 *Dati generali*, nella scheda *Stato limite di esercizio* (vedere paragrafo 3.1.2, a pagina 23). Qui, i valori massimi degli spostamenti vengono mostrati dai casi di carico, dalle combinazioni di carico o di risultati selezionati per il progetto allo stato limite di esercizio.

I dati vengono elencati secondo le singole superfici.

### Spostamenti

Nella colonna *Spostamenti*, è possibile vedere gli spostamenti nella direzione degli assi locali z delle superfici fornite, che sono determinanti per l'analisi degli spostamenti. È possibile visualizzare gli assi locali delle superfici nel navigatore *Visualizza* in RFEM.

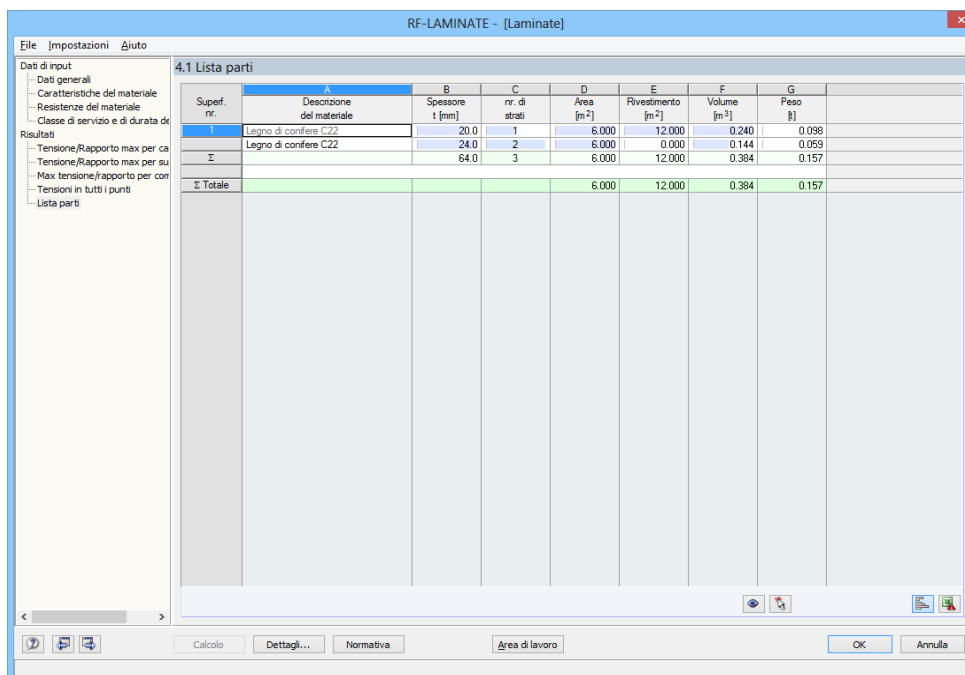
Nella colonna I, vengono visualizzati i valori limite degli spostamenti generalizzati. Questi valori sono determinati dalle lunghezze di riferimento L, che sono inserite nella finestra 1.5 *Dati di esercizio*, vedere a pagina 31, e dai valori limite generali definiti per il progetto allo stato limite di esercizio nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Progetto* (paragrafo 4.1.1, a pagina 34).

### Rapporto

Nell'ultima colonna, vengono mostrati i rapporti tra lo spostamento risultante  $u_z$  (colonna G) e lo spostamento limite (colonna H). Se gli spostamenti generalizzati limite non vengono superati, il rapporto è minore o uguale ad 1 ed il progetto risulta soddisfatto.

Rapporto max: 0.24 ≤ 1 

## 5.5 Lista parti



Superf. nr.	Descrizione del materiale	B Spessore t [mm]	C nr. di strati	D Area [m <sup>2</sup> ]	E Rivestimento [m <sup>2</sup> ]	F Volume [m <sup>3</sup> ]	G Peso [t]
1	Legno di conifere C22	20.0	1	6.000	12.000	0.240	0.098
	Legno di conifere C22	24.0	2	6.000	0.000	0.144	0.059
Σ		64.0	3	6.000	12.000	0.384	0.157
Σ Totale				6.000	12.000	0.384	0.157

Figura 5.5 Finestra 4.1 Lista parti

L'ultima finestra mostra la revisione totale delle superfici. I dati si riferiscono solo alle superfici progettate per impostazione predefinita. Se si vuole visualizzare la lista parti di tutte le superfici nella struttura, è possibile modificare l'impostazione nella finestra di dialogo *Dettagli*, nella scheda *Risultati* (paragrafo 4.1.1, a pagina 42).

### Superf. nr.

Questa colonna contiene i numeri delle singole superfici.

### Descrizione del materiale

Le superfici sono classificate secondo i materiali.

### Spessore

Nella colonna B, viene visualizzato lo spessore degli strati  $t$ . Gli spessori possono essere anche trovati nella finestra di input 1.2 *Caratteristiche del materiale*.

### nr. di strati

Questa colonna mostra il numero di strati nella struttura che hanno un dato materiale e spessore.

### Area

Qui, viene visualizzata l'informazione riguardante l'area di ogni superficie.

### Rivestimento

Il rivestimento della superficie totale viene calcolato in base alla superficie superiore ed inferiore. Vengono trascurate le superfici laterali.

### Volume

Il volume viene calcolato come prodotto dello spessore e dell'area della superficie.

### **Peso**

Nell'ultima colonna, viene visualizzato il peso di ogni superficie. Questa voce viene calcolata in base al volume e al peso specifico del materiale selezionato.

### **Totale**

Nell'ultima riga di tabella, è possibile vedere la somma totale delle singole colonne.

## 6. Relazione

### 6.1 Relazione di calcolo

Come al solito in RFEM, viene creata una relazione di calcolo per i risultati di RF-LAMINATE. È possibile introdurre dei grafici o i propri commenti. Nella relazione di calcolo, è possibile anche selezionare quali finestre dei risultati di RF-LAMINATE si vogliono stampare.

La relazione di calcolo viene descritta nel dettaglio nel manuale di RFEM. In particolare il paragrafo 10.1.3.4 *Selezione dei dati nei moduli aggiuntivi* è molto importante. Questo paragrafo descrive la selezione degli dati di input e di output nei moduli aggiuntivi.

È possibile creare diverse relazioni di calcolo per ogni modello. Specialmente nel caso di strutture complesse, si consiglia la creazione di diverse relazioni di calcolo più piccole invece di una grande relazione di calcolo. Se, per esempio, si crea una relazione di calcolo separata solamente per i dati di RF-LAMINATE, la relazione di calcolo viene processata in modo relativamente veloce.

I componenti della tensione, che vengono selezionati per la visualizzazione nelle finestre dei risultati in RF-LAMINATE, appariranno nella relazione di calcolo.

### 6.2 Stampa dell'area di lavoro di RF-LAMINATE

#### 6.2.1 Risultati nel modello in RFEM

Le visualizzazioni grafiche dei calcoli eseguiti possono essere incorporate nella relazione di calcolo o spedite direttamente alla stampante. Nel paragrafo 10.2 *Stampa diretta dei grafici* nel manuale di RFEM, la stampa dei grafici viene descritta nel dettaglio.



Ogni immagine che viene visualizzata nella finestra grafica di RFEM può essere incorporata nella relazione di calcolo. Allo stesso modo, è possibile stampare i diagrammi dei risultati delle sezioni nella relazione di calcolo, facendo clic sul pulsante [Stampa] nella rispettiva finestra.

È possibile stampare la visualizzazione grafica corrente di RF-LAMINATE nell'area di lavoro di RFEM usando il comando dal menu principale

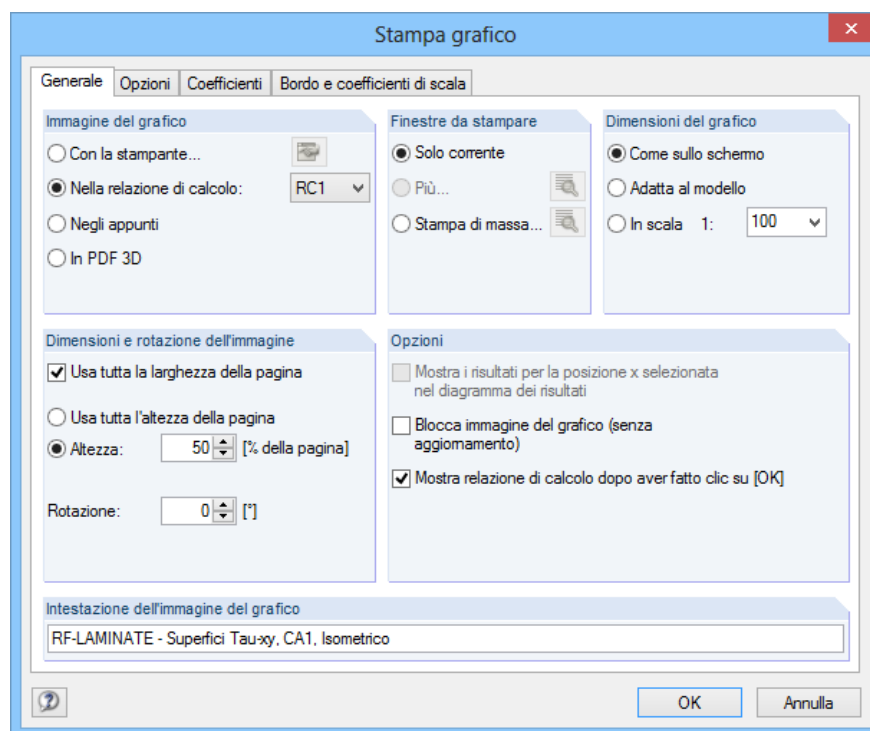
**File → Stampa grafico...**

o facendo clic sul pulsante pertinente nella barra degli strumenti.



Figura 6.1 Pulsante *Stampa grafico* nella barra degli strumenti nella finestra principale

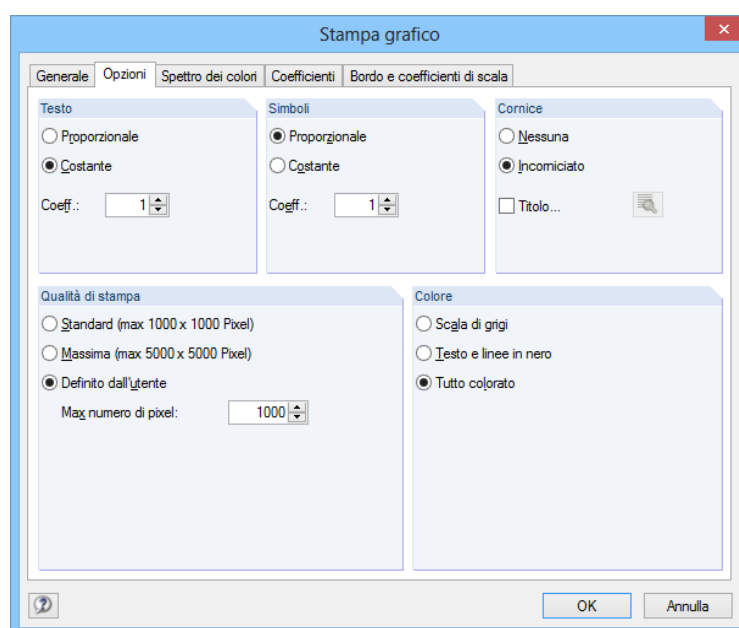
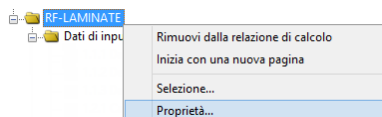
Apparirà la seguente finestra di dialogo.

Figure 6.2 Finestra di dialogo *Stampa grafico* - scheda *Generale*

Questa finestra di dialogo viene descritta nel dettaglio nel paragrafo 10.2 *Stampa diretta dei grafici* nel manuale di RFEM. Nel manuale vengono descritte anche altre schede *Opzioni*, *Spettro dei colori* e *Coefficienti*.

È possibile spostare l'area di lavoro di RF-LAMINATE nella relazione di calcolo, usando la funzione drag & drop.

Le immagini inserite possono anche essere modificate ulteriormente: fare clic con il pulsante destro del mouse sulla voce corrispondente nella relazione di calcolo e scegliere *Proprietà...* nel menu locale. Sarà visualizzata ancora una volta la finestra di dialogo *Stampa grafico*, dove è possibile impostare le modifiche.

Figure 6.3 Finestra di dialogo *Stampa grafico* - scheda *Opzioni*

## 6.2.2 Diagrammi delle tensioni

Nelle finestre 2.1, 2.2 e 2.3 di RF-LAMINATE, è possibile incorporare una figura selezionata nella relazione di calcolo con l'uso delle caselle di controllo nella colonna *Grafico nella relazione*. Ad esempio nella finestra 6.4, il diagramma delle tensioni  $\tau_{xy}$  nel punto [0,5; 3,0; 0,0] sarà visualizzato nella relazione di calcolo.

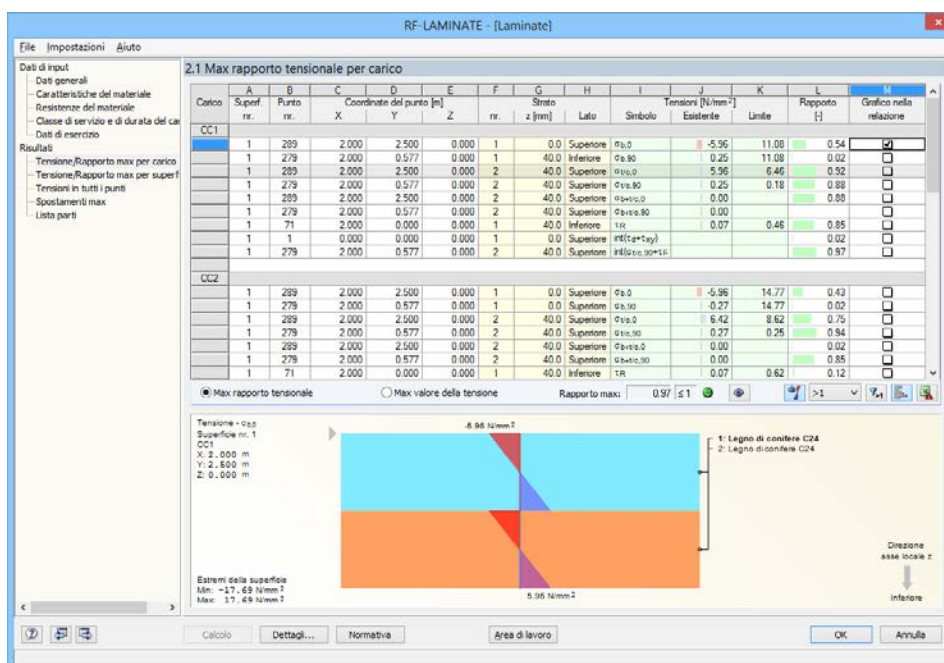


Figura 6.4 Finestra 2.1 Tensione/Rapporto max per carico

Le figure selezionate vengono poi visualizzate nella relazione di calcolo nel paragrafo 4.2 *Diagrammi delle tensioni*.

### 4.1 LISTA PARTI

Superficie nr.	Descrizione del materiale	Spessore t [mm]	nr. di strati	Area [m <sup>2</sup> ]	Ricoprimenti [m <sup>2</sup> ]	Volume [m <sup>3</sup> ]	Peso [t]
1	Legno di conifere C22	20,0	2	6,000	12,000	0,240	0,098
Σ	Legno di conifere C22	24,0	1	6,000	0,000	0,144	0,059
Σ Total		64,0	3	6,000	12,000	0,384	0,157

### 4.2 DIAGRAMMA DELLE TENSIONI

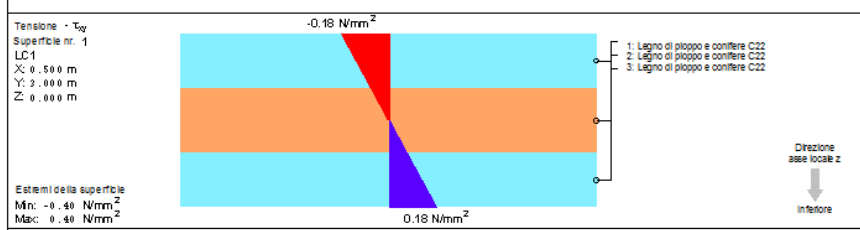


Figura 6.5 Diagrammi delle tensioni nella relazione di calcolo

## 7. Funzioni generali

In questo capitolo saranno descritte le funzioni comunemente usate per il menu principale e le opzioni di esportazione per i risultati di progetto.

### 7.1 Unità e cifre decimali

Le unità e le cifre decimali per RFEM e tutti i suoi moduli aggiuntivi vengono impostate in una finestra di dialogo generale. In RF-LAMINATE, è possibile aprire la finestra di dialogo per l'impostazione delle unità usando il comando dal menu principale

**Impostazioni → Unità e cifre decimali....**

Si aprirà la finestra di dialogo che è già nota in RFEM. Il modulo di RF-LAMINATE è già preimpostato in questa finestra di dialogo.

Nella figura 7.1, è possibile vedere che alcune unità sono contrassegnate con una freccia rossa (gli spessori e le caratteristiche del materiale in questo caso). Questo contrassegno viene usato per un veloce orientamento nella finestra di dialogo *Unità e cifre decimali*, per la finestra di RF-LAMINATE correntemente aperta. In questo caso, la finestra *1.2 Caratteristiche del materiale* viene aperta nel modulo, quindi è molto facile trovare e poi cambiare le unità relative a questa finestra.

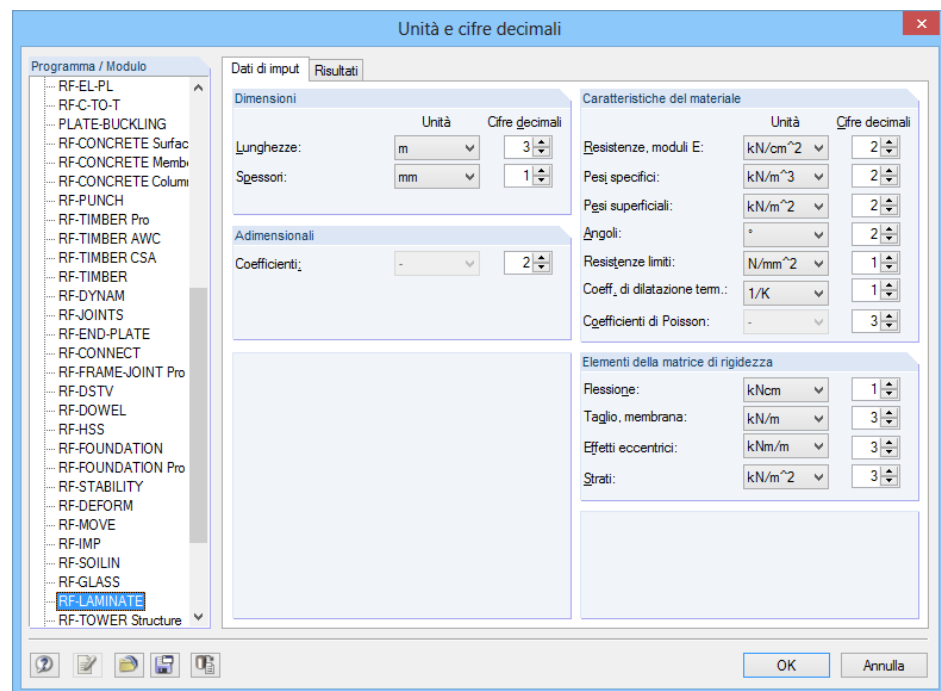


Figura 7.1 Finestra di dialogo *Unità e cifre decimali*



È possibile salvare le impostazioni come un profilo definito dall'utente e poi usarlo in un altro modello. È possibile trovare la descrizione di questa funzione nel capitolo 11.1.3 *Unità e cifre decimali* nel manuale di RFEM.

## 7.2 Esportazione dei risultati

È possibile anche trasferire i risultati delle analisi negli altri programmi in diversi modi.

### Appunti

È possibile copiare le righe contrassegnate nella finestra dei risultati di RF-LAMINATE negli appunti usando i tasti [CTRL]+[C] e poi per esempio trasferirle in un processore di testo usando [CTRL]+[V]. Non vengono esportate le intestazioni delle colonne della tabella.

### Relazione di calcolo

I dati di RF-LAMINATE possono essere incorporati nella relazione di calcolo centrale (paragrafo 6.1, a pagina 54) e poi esportati usando il comando del menu principale

**File → Esporta in RTF....**

Questa funzione viene descritta nel paragrafo 10.1.11 *Esportazione della relazione di calcolo* nel manuale di RFEM.

### Excel / OpenOffice

RF-LAMINATE fornisce un'esportazione diretta dei dati in MS Excel o nell'applicazione di Calc del pacchetto OpenOffice.org.

La funzione può essere attivata dal menu principale di RF-LAMINATE

**File → Esporta tabelle....**

Si aprirà la seguente finestra di dialogo per i dati da esportare:



Figura 7.2 Finestra di dialogo *Esporta – MS Excel*

Dopo aver selezionato i parametri richiesti, è possibile iniziare l'esportazione facendo clic sul pulsante [OK]. Non è necessario che Excel o Calc siano eseguiti in background, vengono avviati automaticamente prima dell'esportazione.

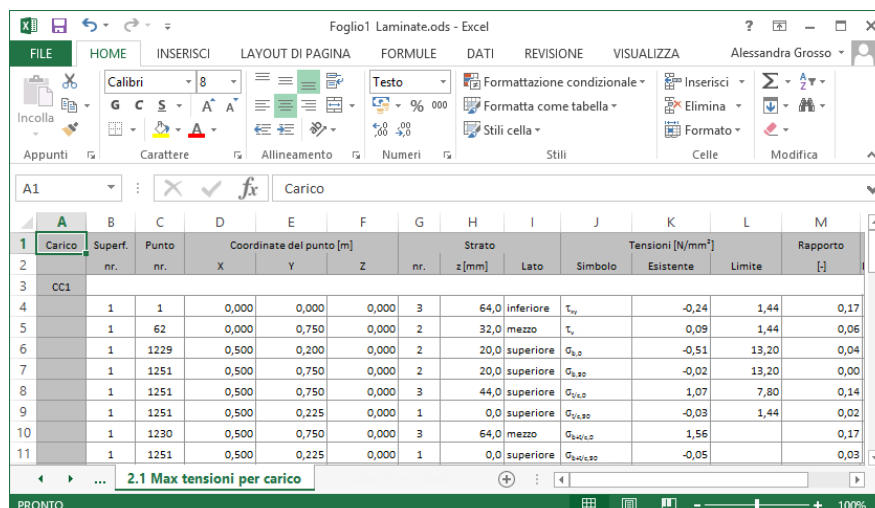


Figura 7.3 Risultati in MS Excel: Tabella 2.1 Tensione/Rapporto max per carico

### 7.3 Tasti di scelta rapida

Nelle finestre di dialogo di RF-LAMINATE, è possibile richiamare frequentemente le funzioni usate velocemente dalla tastiera utilizzando i seguenti tasti:

[F1]	Aiuto
[F2]	Finestra successiva
[F3]	Finestra precedente
[F7]	Selezione nelle tabelle
[F8]	Copia l'ultima riga della tabella
[F9]	Calcolatrice
[Ctrl+2]	Copia una riga della tabella nella successiva
[Ctrl+C]	Copia negli appunti
[Ctrl+F]	Trova nella tabella
[Ctrl+H]	Trova e sostituisce in un tabella
[Ctrl+I]	Inserisce una riga nella tabella
[Ctrl+L]	Va alla riga con un dato numero
[Ctrl+R]	Cancella le righe della tabella
[Ctrl+S]	Salva i dati
[Ctrl+V]	Inserisce i dati dagli appunti
[Ctrl+X]	Taglia dalla tabella
[Ctrl+Y]	Svuota la riga di tabella corrispondente
[Ctrl+Z]	Annulla

Tabella 7.1 Tasti di scelta rapida

## 8. Esempi

Diversi esempi vengono introdotti nel seguente paragrafo.

### 8.1 Calcolo degli elementi della matrice di rigidità

Considerare una piastra consistente di tre strati come mostrato in figura 8.1 con le caratteristiche dei materiali come visualizzate in figura 8.2.

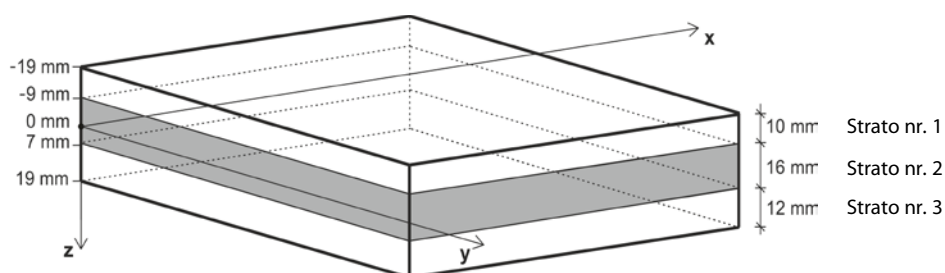


Figura 8.1 Schema degli strati

Strati											
Strato nr.	A Descrizione del materiale	B Spessore t [mm]	C Direzione ortotropa $\beta$ [°]	D Modulo di elasticità [kN/cm <sup>2</sup> ] $E_x$	E $E_y$	F Modulo di taglio [kN/cm <sup>2</sup> ] $G_{xz}$	G $G_{yz}$	H $G_{xy}$	I Coeff. di Poisson [-] $\nu_{xy}$	J $\nu_{yx}$	K Peso specifico $\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]
1	Legno di pino e confere C16	10,0	0,00	800,00	27,00	50,00	5,00	50,00	0,200	0,007	3,70
2	Legno di confere C14	16,0	90,00	700,00	23,00	44,00	4,40	44,00	0,200	0,007	5,00
3	Legno di pino e confere C16	12,0	0,00	800,00	27,00	50,00	5,00	50,00	0,200	0,007	3,70

Figura 8.2 Tabella 1.2 Caratteristiche del materiale

Per prima cosa, si calcolano le matrici di rigidità dei singoli strati

$$\mathbf{d}'_i = \begin{bmatrix} d'_{i,11} & d'_{i,12} & 0 \\ & d'_{i,22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{i,33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{i,x}}{1-\nu_{i,xy}^2} & \frac{\nu_{i,xy} E_{i,y}}{1-\nu_{i,xy}^2} & 0 \\ \frac{E_{i,y}}{1-\nu_{i,xy}^2} & \frac{E_{i,x}}{1-\nu_{i,xy}^2} & 0 \\ \text{sym.} & & G_{i,xy} \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, n \quad (8.1)$$

$$\mathbf{d}'_1 = \begin{bmatrix} \frac{8000}{1-0,2^2} & \frac{0,2 \cdot 270}{1-0,2^2} & 0 \\ \frac{270}{1-0,2^2} & \frac{8000}{1-0,2^2} & 0 \\ \text{sym.} & & 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

Elementi della matrice				
$d'_{11}$ :	8010814.600 [kNm/m <sup>2</sup> ]	$d'_{12}$ :	54072.999 [kNm/m <sup>2</sup> ]	
		$d'_{22}$ :	270364.993 [kNm/m <sup>2</sup> ]	
			$d'_{33}$ :	500000.000 [kNm/m <sup>2</sup> ]

Figura 8.3 Matrice di rigidezza dello strato nr. 1 da RF-LAMINATE

$$\mathbf{d}'_2 = \begin{bmatrix} \frac{7000}{1-0,2^2} & \frac{0,2 \cdot 230}{1-0,2^2} & 0 \\ \frac{230}{7000} & \frac{270}{1-0,2^2} & 0 \\ \text{sym.} & & 440 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7009,21 & 46,06 & 0 \\ 46,06 & 230,30 & 0 \\ 0 & 0 & 440,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

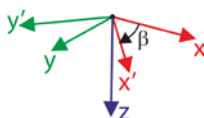
Elementi della matrice				
$d'_{11}$ :	7009212.108 [kNm/m <sup>2</sup> ]	$d'_{12}$ :	46060.537 [kNm/m <sup>2</sup> ]	
		$d'_{22}$ :	230302.684 [kNm/m <sup>2</sup> ]	
			$d'_{33}$ :	440000.000 [kNm/m <sup>2</sup> ]

Figura 8.4 Matrice di rigidezza dello strato nr. 2 da RF-LAMINATE

$$\mathbf{d}'_3 = \begin{bmatrix} \frac{8000}{1-0,2^2} & \frac{0,2 \cdot 270}{1-0,2^2} & 0 \\ \frac{270}{8000} & \frac{270}{1-0,2^2} & 0 \\ \text{sym.} & & 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

Elementi della matrice				
$d'_{11}$ :	8010814.600 [kNm/m <sup>2</sup> ]	$d'_{12}$ :	54072.999 [kNm/m <sup>2</sup> ]	
		$d'_{22}$ :	270364.993 [kNm/m <sup>2</sup> ]	
			$d'_{33}$ :	500000.000 [kNm/m <sup>2</sup> ]

Figura 8.5 Matrice di rigidezza dello strato nr. 3 da RF-LAMINATE



Ora, si devono ruotare gli strati nello stesso sistema di coordinate  $x, y$  (il sistema di coordinate locali della superficie). Gli strati nr. 1 e 3 hanno una direzione di ortotropia  $\beta = 0^\circ$ , quindi vale che

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{d}'_1 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_3 = \mathbf{d}'_3 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

Siccome lo strato nr. 2 viene ruotato dell'angolo  $\beta = 90^\circ$  è necessario, trasformare la matrice di rigidezza dello strato nr. 2 nel sistema di coordinate  $x, y$ .

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{i,11} & d_{i,12} & d_{i,13} \\ & d_{i,22} & d_{i,23} \\ \text{sym.} & & d_{i,33} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3 \times 3; i}^T \mathbf{d}'_i \mathbf{T}_{3 \times 3; i} \quad (8.2)$$

dove

$$\mathbf{T}_{3 \times 3; i} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \text{ dove } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i) \quad (8.3)$$

I singoli elementi poi sono

$$d_{i,11} = c^4 d'_{i,11} + 2c^2 s^2 d'_{i,12} + s^4 d'_{i,22} + 4c^2 s^2 d'_{i,33}$$

$$d_{i,12} = c^2 s^2 d'_{i,11} + s^4 d'_{i,12} + c^4 d'_{i,12} + c^2 s^2 d'_{i,22} - 4c^2 s^2 d'_{i,33}$$

$$d_{i,13} = c^3 s d'_{i,11} + c s^3 d'_{i,12} - c^3 s d'_{i,12} - c s^3 d'_{i,22} - 2c^3 s d'_{i,33} + 2c s^3 d'_{i,33}$$

$$d_{i,22} = s^4 d'_{i,11} + 2c^2 s^2 d'_{i,12} + c^4 d'_{i,22} + 4c^2 s^2 d'_{i,33}$$

$$d_{i,23} = c s^3 d'_{i,11} + c^3 s d'_{i,12} - c s^3 d'_{i,12} - c^3 s d'_{i,22} + 2c^3 s d'_{i,33} - 2c s^3 d'_{i,33}$$

$$d_{i,33} = c^2 s^2 d'_{i,11} - 2c^2 s^2 d'_{i,12} + c^2 s^2 d'_{i,22} + (c^2 - s^2)^2 d'_{i,33}$$

$$c = \cos 90^\circ = 0, s = \sin 90^\circ = 1$$

$$d_{2,11} = 0^4 \cdot 7009,21 + 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46,06 + 1^4 \cdot 230,30 + 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 230,30 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2,12} = 0^2 \cdot 1^2 \cdot 7009,21 + 1^4 \cdot 46,06 + 0^4 \cdot 46,06 + 0^2 \cdot 1^2 \cdot 230,30 - 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 46,06 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2,13} = 0^3 \cdot 1 \cdot 7009,21 + 0 \cdot 1^3 \cdot 46,06 - 0^3 \cdot 1 \cdot 46,06 - 0 \cdot 1^3 \cdot 230,30 - 2 \cdot 0^3 \cdot 1 \cdot 440 + 2 \cdot 0 \cdot 1^3 \cdot 440 = 0 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2,22} = 1^4 \cdot 7009,21 + 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46,06 + 0^4 \cdot 230,30 + 4 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 440 = 7009,21 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2,23} = 0 \cdot 1^3 \cdot 7009,21 + 0^3 \cdot 1 \cdot 46,06 - 0 \cdot 1^3 \cdot 46,06 - 0^3 \cdot 1 \cdot 230,30 + 2 \cdot 0^3 \cdot 1 \cdot 440 - 2 \cdot 0 \cdot 1^3 \cdot 440 = 0 \text{ MN/m}^2$$

$$d_{2,33} = 0^2 \cdot 1^2 \cdot 7009,21 - 2 \cdot 0^2 \cdot 1^2 \cdot 46,06 + 0^2 \cdot 1^2 \cdot 230,30 + (0^2 - 1^2)^2 \cdot 440 = 440,00 \text{ MN/m}^2$$

La matrice di rigidezza totale planare dello strato nr. 2 è poi

$$\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} 230,30 & 46,06 & 0 \\ 46,06 & 7009,21 & 0 \\ 0 & 0 & 440,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

Elementi della matrice nel sistema di assi della superficie					
d11:	230302.684	[kNm <sup>2</sup> ]	d12:	46060.537	[kNm <sup>2</sup> ]
			d22:	7009212.108	[kNm <sup>2</sup> ]
			d13:	0.000	[kNm <sup>2</sup> ]
			d23:	0.000	[kNm <sup>2</sup> ]
			d33:	440000.000	[kNm <sup>2</sup> ]

Figura 8.6 La matrice di rigidezza dello strato nr. 2 da RF-LAMINATE

### 8.1.1 Considerazione dei collegamenti di taglio degli strati

La matrice di rigidezza globale ha la forma

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

Elementi della matrice di rigidezza (flessione e torsione)

$$D_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{i,\max}^3 - z_{i,\min}^3}{3} d_{i,11} \quad D_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{i,\max}^3 - z_{i,\min}^3}{3} d_{i,12} \quad D_{13} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{i,\max}^3 - z_{i,\min}^3}{3} d_{i,13}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{i,\max}^3 - z_{i,\min}^3}{3} d_{i,22} \quad D_{23} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{i,\max}^3 - z_{i,\min}^3}{3} d_{i,23}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{z_{i,\max}^3 - z_{i,\min}^3}{3} d_{i,33}$$

$$D_{11} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 8010,81 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 230,30 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 8010,81 \cdot 10^3 = 33,85 \text{ kNm}$$

$$D_{12} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 54,07 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 46,06 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 54,07 \cdot 10^3 = 0,24 \text{ kNm}$$

$$D_{13} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm}$$

$$D_{22} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 270,36 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 7009,21 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 270,36 \cdot 10^3 = 3,64 \text{ kNm}$$

$$D_{23} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm}$$

$$D_{33} = \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^3 - (-19 \cdot 10^{-3})^3}{3} 500 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^3 - (-9 \cdot 10^{-3})^3}{3} 440,00 \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^3 - (7 \cdot 10^{-3})^3}{3} 500 \cdot 10^3 = 2,26 \text{ kNm}$$

## Elementi della matrice di rigidezza (effetti eccentrici)

$$\begin{aligned}
 D_{16} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;11} & D_{17} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;12} & D_{18} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;13} \\
 & & D_{27} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;22} & D_{28} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;23} \\
 & & & & D_{38} &= \sum_{i=1}^n \frac{z_{i;\max}^2 - z_{i;\min}^2}{2} d_{i;33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{16} &= \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 8010,81 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 230,30 \cdot 10^3 + \\
 &+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 8010,81 \cdot 10^3 = 124,49 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{17} &= \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 54,07 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 46,06 \cdot 10^3 + \\
 &+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 54,07 \cdot 10^3 = 0,13 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{18} &= \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 + \\
 &+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{27} &= \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 270,36 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 7009,21 \cdot 10^3 + \\
 &+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 270,36 \cdot 10^3 = -107,82 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{28} &= \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 + \\
 &+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{38} &= \frac{(-9 \cdot 10^{-3})^2 - (-19 \cdot 10^{-3})^2}{2} 500 \cdot 10^3 + \frac{(7 \cdot 10^{-3})^2 - (-9 \cdot 10^{-3})^2}{2} 440,00 \cdot 10^3 + \\
 &+ \frac{(19 \cdot 10^{-3})^2 - (7 \cdot 10^{-3})^2}{2} 500 \cdot 10^3 = 0,96 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

**Elementi della matrice di rigidezza (membranali)**

$$\begin{aligned}
 D_{66} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;11} & D_{67} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;12} & D_{68} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;13} \\
 & & D_{77} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;22} & D_{78} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;23} \\
 & & & & D_{88} &= \sum_{i=1}^n t_i d_{i;33}
 \end{aligned}$$

$$D_{66} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 230,30 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 = 179923 \text{ N/m}$$

$$D_{67} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 46,06 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 = 1927 \text{ N/m}$$

$$D_{68} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ N/m}$$

$$D_{77} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 7009,21 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 = 118095 \text{ N/m}$$

$$D_{78} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0 \cdot 10^3 = 0 \text{ N/m}$$

$$D_{88} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 440 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 = 18040 \text{ N/m}$$

**Elementi della matrice di rigidezza (taglio)**

Come già menzionato nel paragrafo 2.3, non viene introdotta la procedura di calcolo per gli elementi di taglio della matrice di rigidezza. Tuttavia, può essere verificato che la seguente relazione impiega

$$\max_i \left( \frac{5}{6} G_{i;11} t_i \right) \leq D_{44} \leq \frac{5}{6} \max_i (G_{i;11}) \sum_{i=1}^n t_i \quad (8.5)$$

$$\max_i \left( \frac{5}{6} G_{i;22} t_i \right) \leq D_{55} \leq \frac{5}{6} \max_i (G_{i;22}) \sum_{i=1}^n t_i \quad (8.6)$$

dove

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2 \times 2; i}^T \mathbf{G}_i' \mathbf{T}_{2 \times 2; i} \quad (8.7)$$

dove

$$\mathbf{G}_i' = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{T}_{2 \times 2; i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

I singoli elementi poi sono

$$G_{i;11} = c^2 G_{i;xz} + s^2 G_{i;yz}$$

$$G_{i;12} = cs G_{i;xz} - cs G_{i;yz}$$

$$G_{i;22} = s^2 G_{i;xz} + c^2 G_{i;yz}, \text{ dove } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i)$$

Gli elementi di taglio della matrice di rigidezza adottati da RF-LAMINATE sono i seguenti

$$D_{44} = 5000,00 \text{ kN/m}$$

$$D_{55} = 5866,67 \text{ kN/m}$$

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{G}_1' = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{G}_3' = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}'_2 = \begin{bmatrix} 440 & 0 \\ 0 & 44 \end{bmatrix}, c = \cos 90^\circ = 0, s = \sin 90^\circ = 1$$

$$G_{2;11} = 0^2 \cdot 440 + 1^2 \cdot 44 = 44 \text{ MPa}$$

$$G_{2;12} = 0 \cdot 1 \cdot 440 - 0 \cdot 1 \cdot 44 = 0 \text{ MPa}$$

$$G_{2;22} = 1^2 \cdot 440 + 0^2 \cdot 44 = 440 \text{ MPa}$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 44 & 0 \\ 0 & 440 \end{bmatrix}$$

$$\max\left(\frac{5}{6}500 \cdot 10; \frac{5}{6}44 \cdot 16; \frac{5}{6}500 \cdot 12\right) \leq D_{44} \leq \frac{5}{6}\max(500; 44; 500) \cdot (10 + 16 + 12)$$

$$5000 \leq 5000 \leq 15833$$

$$\max\left(\frac{5}{6}50 \cdot 10; \frac{5}{6}440 \cdot 16; \frac{5}{6}50 \cdot 12\right) \leq D_{55} \leq \frac{5}{6}\max(50; 440; 59) \cdot (10 + 16 + 12)$$

$$5866,67 \leq 5866,67 \leq 13933,33$$

## Matrice di rigidità globale

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 33,85 & 0,24 & 0 & 0 & 0 & 124,49 & 0,13 & 0 \\ & 3,64 & 0 & 0 & 0 & 0,13 & -107,82 & 0 \\ & & 2,26 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,96 \\ & & & 5000,00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 5866,67 & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & 179923 & 1927 & 0 \\ & & & & & & 118095 & 0 \\ & & & & & & & 18040 \end{bmatrix}$$

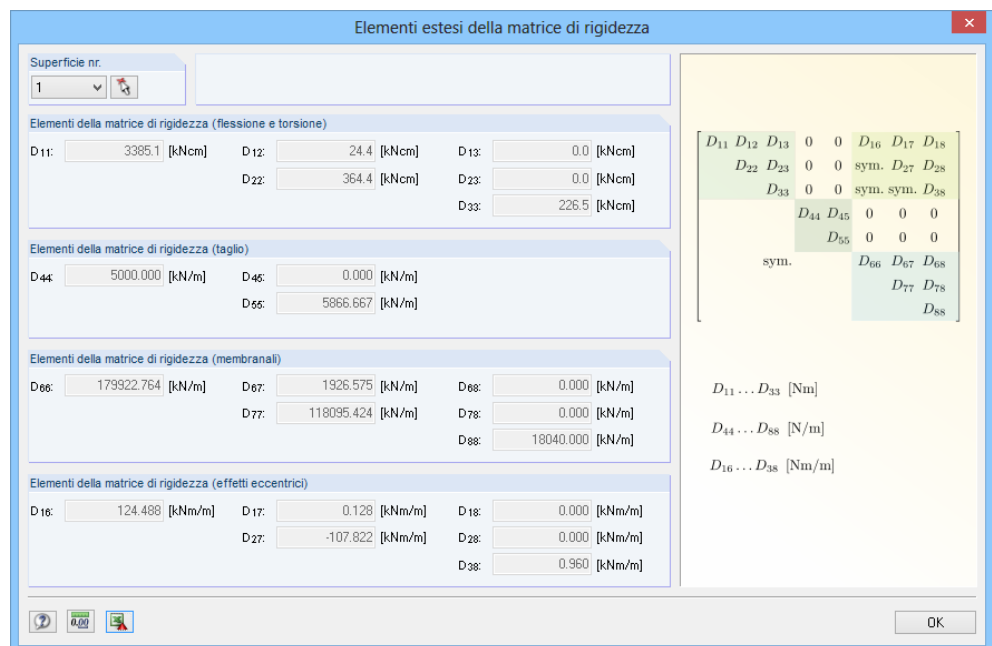


Figura 8.7 Finestra di dialogo *Elementi estesi della matrice di rigidezza* da RF-LAMINATE – con collegamenti di taglio degli strati

### 8.1.2 I collegamenti di taglio degli strati non vengono considerati

Siccome gli angoli  $\beta_i$  sono multipli di  $90^\circ$  la matrice di rigidezza globale ha la forma semplificata

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & 0 \\ & & & & & & D_{77} & 0 \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (8.9)$$

#### Elementi della matrice di rigidezza (flessione e torsione)

$$D_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;11}$$

$$D_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;12}$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;22}$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^3}{12} d_{i;33}$$

$$\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} 230,30 & 46,06 & 0 \\ 46,06 & 7009,21 & 0 \\ 0 & 0 & 440,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$\mathbf{d}_3 = \begin{bmatrix} 8010,81 & 54,07 & 0 \\ 54,07 & 270,36 & 0 \\ 0 & 0 & 500,00 \end{bmatrix} \text{ MN/m}^2$$

$$D_{11} = \frac{0,010^3}{12} 8010,81 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 230,30 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 8010,81 \cdot 10^3 = 1,900 \text{ kNm}$$

$$D_{12} = \frac{0,010^3}{12} 54,07 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 46,06 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 54,07 \cdot 10^3 = 0,028 \text{ kNm}$$

$$D_{22} = \frac{0,010^3}{12} 270,36 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 7009,21 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 270,36 \cdot 10^3 = 2,454 \text{ kNm}$$

$$D_{33} = \frac{0,010^3}{12} 500 \cdot 10^3 + \frac{0,016^3}{12} 440,00 \cdot 10^3 + \frac{0,012^3}{12} 500 \cdot 10^3 = 0,264 \text{ kNm}$$

**Elementi della matrice di rigidità (membranali)**

$$D_{66} = \sum_{i=1}^n t_i d_{i;11}$$

$$D_{67} = \sum_{i=1}^n t_i d_{i;12}$$

$$D_{77} = \sum_{i=1}^n t_i d_{i;22}$$

$$D_{88} = \sum_{i=1}^n t_i d_{i;33}$$

$$D_{66} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 230,30 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 8010,81 \cdot 10^3 = 179923 \text{ N/m}$$

$$D_{67} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 46,06 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 54,07 \cdot 10^3 = 1927 \text{ N/m}$$

$$D_{77} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 7009,21 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 270,36 \cdot 10^3 = 118095 \text{ N/m}$$

$$D_{88} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot 440 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^3 = 18040 \text{ N/m}$$

**Elementi della matrice di rigidità (taglio)**

$$D_{44} = \sum_{i=1}^n \frac{5}{6} G_{i;11} t_i$$

$$D_{55} = \sum_{i=1}^n \frac{5}{6} G_{i;22} t_i$$

dove

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} G_{i;11} & G_{i;12} \\ \text{sym.} & G_{i;22} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2 \times 2; i}^T \mathbf{G}'_i \mathbf{T}_{2 \times 2; i}, \text{ dove } \mathbf{G}'_i = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{T}_{2 \times 2; i} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix}$$

I singoli elementi poi sono

$$G_{i;11} = c^2 G_{i;xz} + s^2 G_{i;yz}$$

$$G_{i;12} = cs G_{i;xz} - cs G_{i;yz}$$

$$G_{i;22} = s^2 G_{i;xz} + c^2 G_{i;yz}, \text{ dove } c = \cos(\beta_i), s = \sin(\beta_i)$$

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{G}'_1 = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{G}'_3 = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}'_2 = \begin{bmatrix} 440 & 0 \\ 0 & 44 \end{bmatrix}, c = \cos 90^\circ = 0, s = \sin 90^\circ = 1$$

$$G_{2;11} = 0^2 \cdot 440 + 1^2 \cdot 44 = 44 \text{ MPa}$$

$$G_{2;12} = 0 \cdot 1 \cdot 440 - 0 \cdot 1 \cdot 44 = 0 \text{ MPa}$$

$$G_{2;22} = 1^2 \cdot 440 + 0^2 \cdot 44 = 440 \text{ MPa}$$

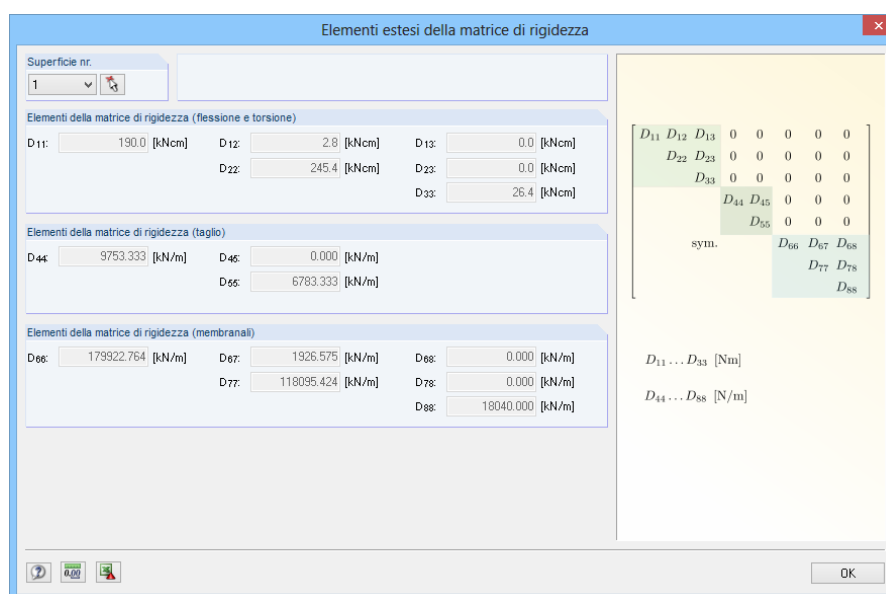
$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 44 & 0 \\ 0 & 440 \end{bmatrix}$$

$$D_{44} = \frac{5}{6} 500 \cdot 10^3 \cdot 0,010 + \frac{5}{6} 44 \cdot 10^3 \cdot 0,016 + \frac{5}{6} 500 \cdot 10^3 \cdot 0,012 = 9753 \text{ kN/m}$$

$$D_{55} = \frac{5}{6} 50 \cdot 10^3 \cdot 0,010 + \frac{5}{6} 440 \cdot 10^3 \cdot 0,016 + \frac{5}{6} 50 \cdot 10^3 \cdot 0,012 = 6783 \text{ kN/m}$$

## Matrice di rigidità globale

$$D = \begin{bmatrix} 1,900 & 0,028 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2,454 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0,264 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 9753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 6783 & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & 179923 & 1927 & 0 \\ & & & & & & 118095 & 0 \\ & & & & & & & 18040 \end{bmatrix}$$



Superficie nr. 1

Elementi della matrice di rigidità (flessione e torsione)

D11: 190.0 [kNcm] D12: 2.8 [kNcm] D13: 0.0 [kNcm]  
D22: 245.4 [kNcm] D23: 0.0 [kNcm]  
D33: 26.4 [kNcm]

Elementi della matrice di rigidità (taglio)

D44: 9753.333 [kN/m] D45: 0.000 [kN/m]  
D55: 6783.333 [kN/m]

Elementi della matrice di rigidità (membranal)

D66: 179922.764 [kN/m] D67: 1926.575 [kN/m] D68: 0.000 [kN/m]  
D77: 118095.424 [kN/m] D78: 0.000 [kN/m]  
D88: 18040.000 [kN/m]

Preview of the global stiffness matrix D:

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & \text{sym.} & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix}$$

D11 ... D33 [N/m]  
D44 ... D88 [N/m]

Figura 8.8 Finestra di dialogo *Elementi estesi della matrice di rigidità* da RF-LAMINATE – senza collegamenti di taglio degli strati

## 8.2 Calcolo delle tensioni

Considerare una piastra dal precedente esempio, che consiste di tre strati con le caratteristiche dei materiali visualizzate nella figura 8.10.

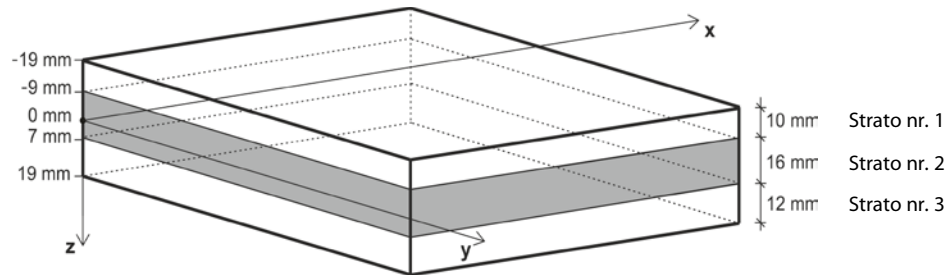


Figura 8.9 Schema degli strati

Strati											
Strato nr.	A Descrizione del materiale	B Spessore t [mm]	C Direzione ortotropia β [°]	D Modulo di elasticità [kN/cm Ex	E Ey	F Modulo di taglio [kN/cm <sup>2</sup> Gxz	G Gyz	H Gxy	I Coeff. di Poisson [-] νxy	J νyx	K Peso specifico γ [kN/m <sup>3</sup>
1	Legno di pino e confere C16	10.0	0.00	800.00	27.00	50.00	5.00	50.00	0.200	0.007	3.7
2	Legno di confere C14	16.0	90.00	700.00	23.00	44.00	4.40	44.00	0.200	0.007	5.0
3	Legno di pino e confere C16	12.0	0.00	800.00	27.00	50.00	5.00	50.00	0.200	0.007	3.7

Figura 8.10 Tabella 1.2 Caratteristiche del materiale

Nell'esempio precedente del paragrafo 8.1, è stato presentato il calcolo degli elementi della matrice di rigidità con e senza collegamenti di taglio degli strati. Ora, viene realizzato il calcolo delle tensioni.

La piastra di dimensioni 1,0 x 1,5 m è semplicemente appoggiata e caricata con un carico di superficie di 5 kN/m².

### 8.2.1 Calcolo delle singole componenti di tensione

Usando il metodo agli elementi finiti in RFEM, si ottengono le tensioni  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$ . I valori della tensione nel punto con coordinate [0,8; 0,8; 0], nello strato intermedio, vengono mostrati nelle seguenti figure. Nel primo caso si considera la struttura con i collegamenti di taglio degli strati, nel secondo caso i collegamenti di taglio degli strati non vengono considerati.

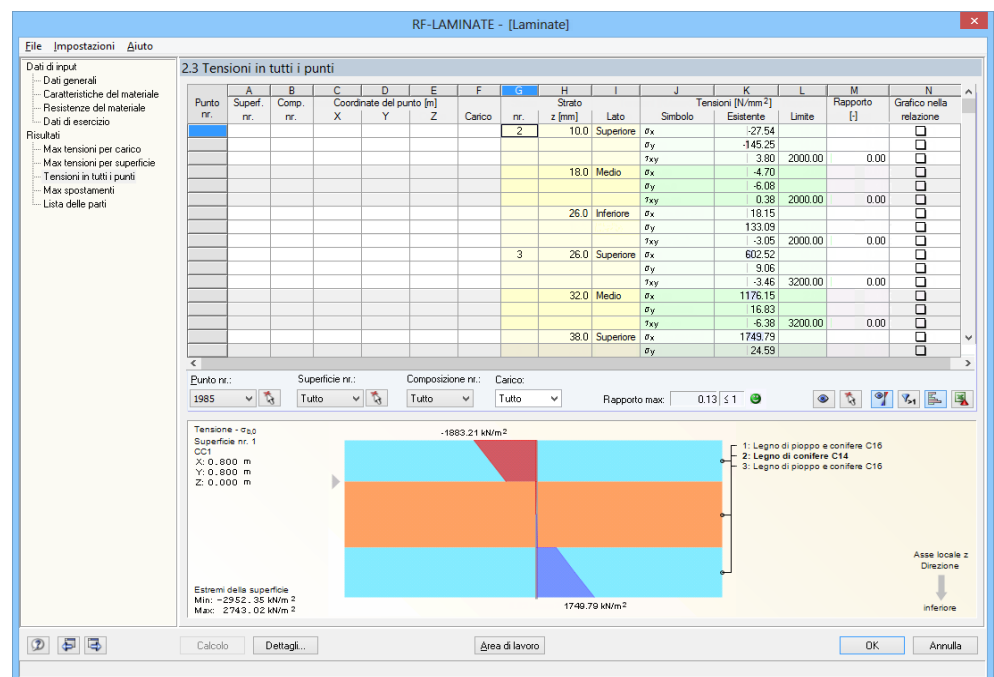


Figura 8.11 Finestra 2.3 Tensione in tutti i punti – esempio con i collegamenti di taglio degli strati

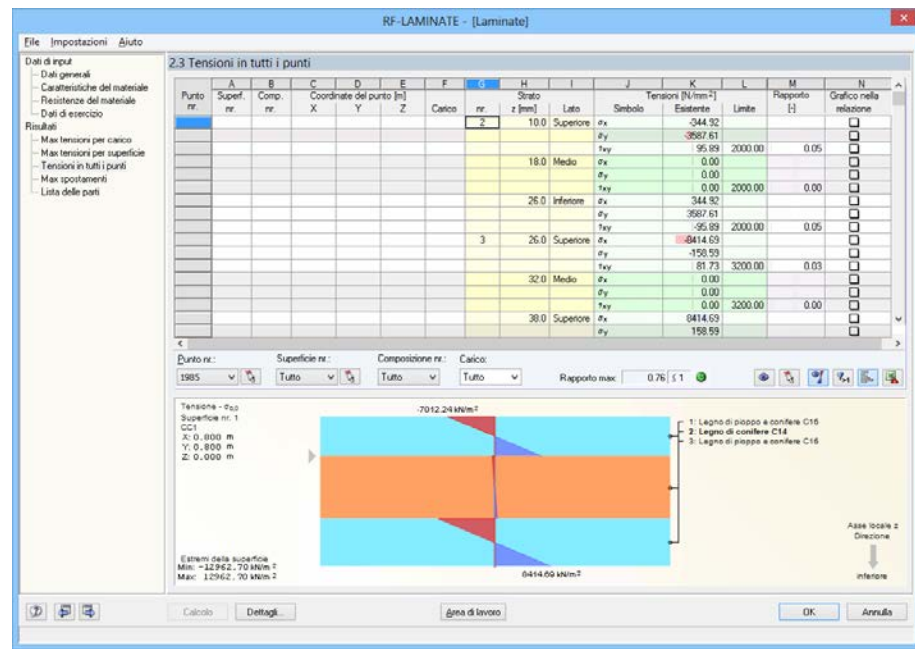


Figura 8.12 Finestra 2.3 *Tensione in tutti i punti* – esempio senza i collegamenti di taglio degli strati

Siccome per entrambi i casi il calcolo delle singole componenti della tensione è lo stesso, viene presentato qui solo il caso con i collegamenti di taglio degli strati, con i seguenti valori.

Punto	Lato	$\sigma_x$ [kPa]	$\sigma_y$ [kPa]	$\tau_{xy}$ [kPa]
x = 0,8 m, y = 0,8 m, Strato nr. 2	superiore	-27,47	-128,75	3,44
	intermedio	-4,70	-5,05	0,35
	inferiore	18,07	118,65	-2,75

Tabella 8.1 Tensioni nello Strato nr. 2 nel punto [0,8;0,8]

Lo strato intermedio è ruotato dell'angolo  $\beta = 90^\circ$

$$\sigma_{b+t/c,0} = \sigma_x \cos^2 \beta + \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \sin^2 \beta$$

$$\sigma_{b+t/c,0(sup)} = -27,47 \cos^2 90^\circ + 3,44 \cdot \sin(2 \cdot 90^\circ) - 128,75 \sin^2 90^\circ = -128,75 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,0(media)} = -4,70 \cos^2 90^\circ + 0,35 \cdot \sin(2 \cdot 90^\circ) - 5,05 \sin^2 90^\circ = -5,05 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,0(inf)} = 18,07 \cos^2 90^\circ - 2,75 \cdot \sin(2 \cdot 90^\circ) + 118,65 \sin^2 90^\circ = 118,65 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,90} = \sigma_x \sin^2 \beta - \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \cos^2 \beta$$

$$\sigma_{b+t/c,90(sup)} = -27,47 \sin^2 90^\circ - 3,44 \sin(2 \cdot 90^\circ) - 128,75 \cos^2 90^\circ = -27,47 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,90(media)} = -4,70 \sin^2 90^\circ - 0,35 \sin(2 \cdot 90^\circ) - 5,05 \cos^2 90^\circ = -4,70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b+t/c,90(inf)} = 18,07 \sin^2 90^\circ - (-2,75) \sin(2 \cdot 90^\circ) + 118,65 \cos^2 90^\circ = 18,07 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{t/c,0} = \frac{\sigma_{b+t/c,0(sup)} + \sigma_{b+t/c,0(media)} + \sigma_{b+t/c,0(inf)}}{3}$$

$$\sigma_{t/c,0} = \frac{-128,75 - 5,05 + 118,65}{3} = -5,05 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{t/c,90} = \frac{\sigma_{b+t/c,90(sup)} + \sigma_{b+t/c,90(media)} + \sigma_{b+t/c,90(inf)}}{3}$$

$$\sigma_{t/c,90} = \frac{-27,47 - 4,70 + 18,07}{3} = -4,70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,0} = \sigma_{b+t/c,0} - \sigma_{t/c,0}$$

$$\sigma_{b,0(\text{sup})} = -128,75 - (-5,05) = -123,70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,0(\text{media})} = -5,05 - (-5,05) = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,0(\text{inf})} = 118,5 - (-5,05) = 123,70 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,90} = \sigma_{b+t/c,90} - \sigma_{t/c,90}$$

$$\sigma_{b,90(\text{sup})} = -27,47 - (-4,70) = -22,77 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,90(\text{media})} = -4,70 - (-4,70) = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{b,90(\text{inf})} = 18,07 - (-4,70) = 22,77 \text{ kPa}$$

## 8.2.2 Procedura di calcolo in RF-LAMINATE

Per prima cosa, è necessario creare in RFEM un *Nuovo Modello*.

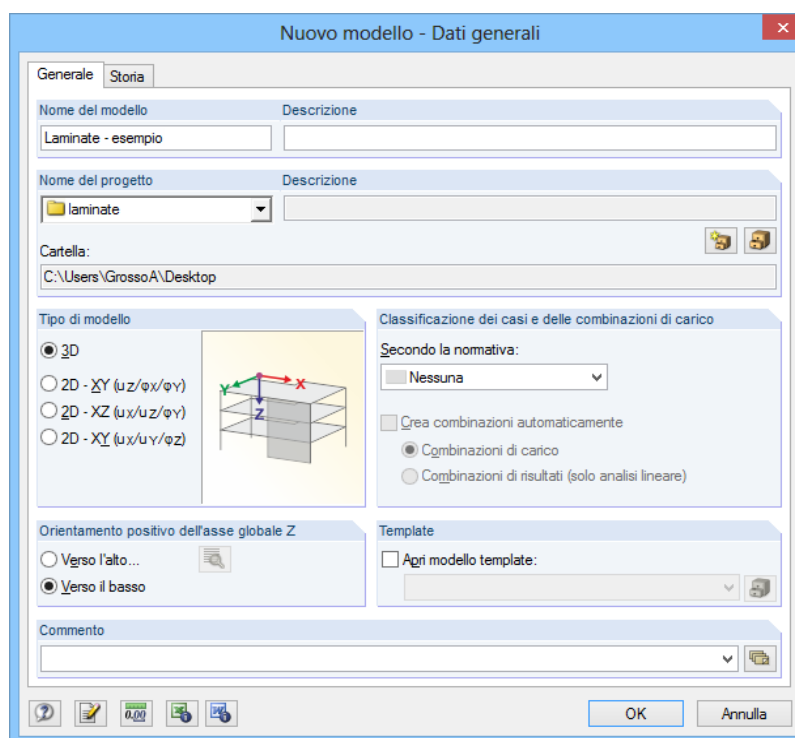
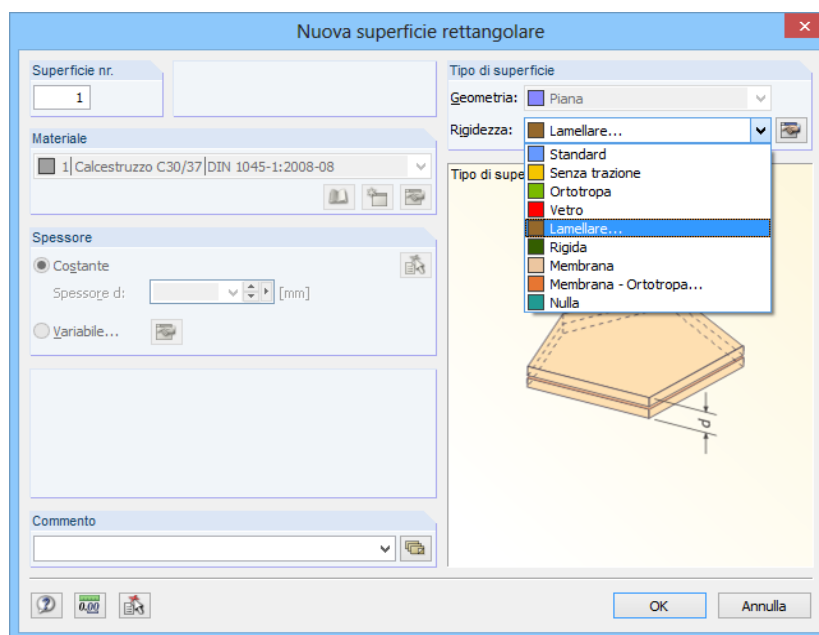


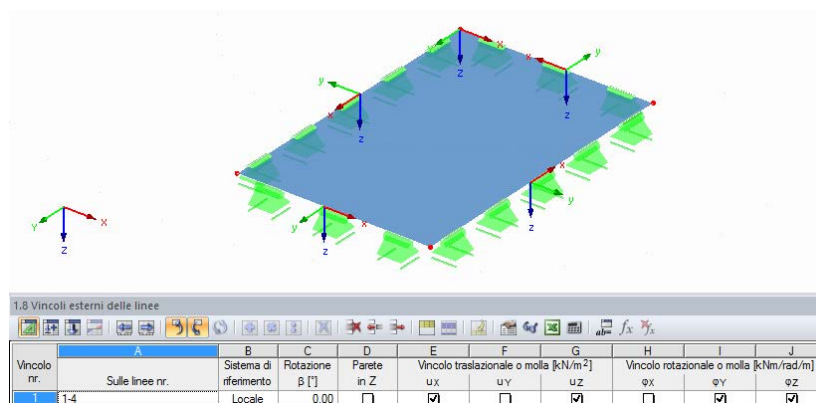
Figura 8.13 Creazione di un nuovo modello



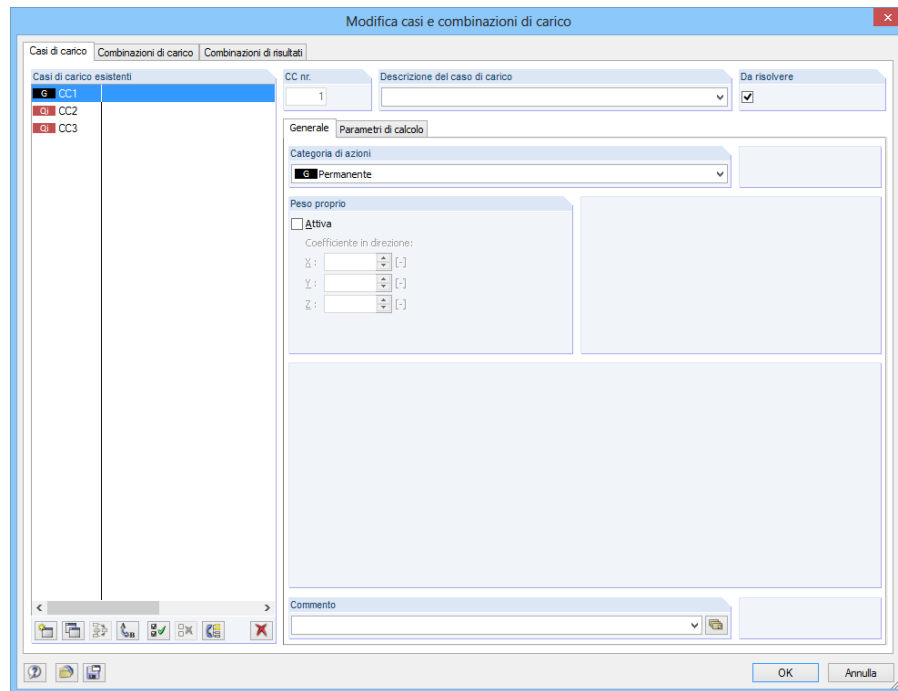
Dopo aver inserito un nuovo modello, creare *Nuova superficie rettangolare*. Scegliere *Lamellare* come tipo della superficie e definire le dimensioni della piastra con 1,0 x 1,5 m.

Figura 8.14 Finestra di dialogo *Nuova superficie rettangolare*

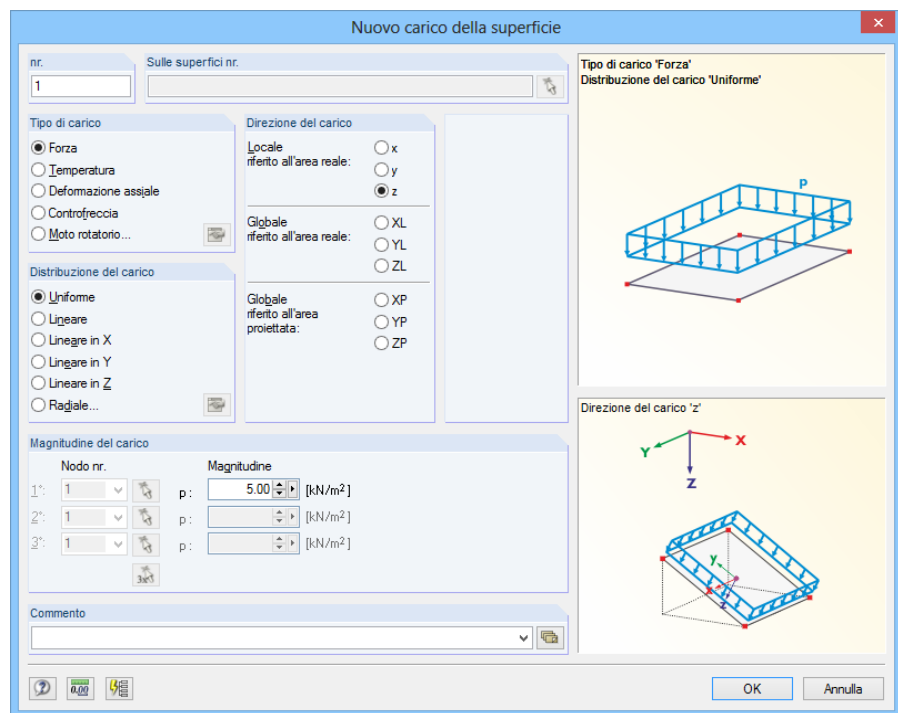
Definire le superfici secondo la figura 8.15.

Figura 8.15 Tabella *Vincoli esterni delle linee*

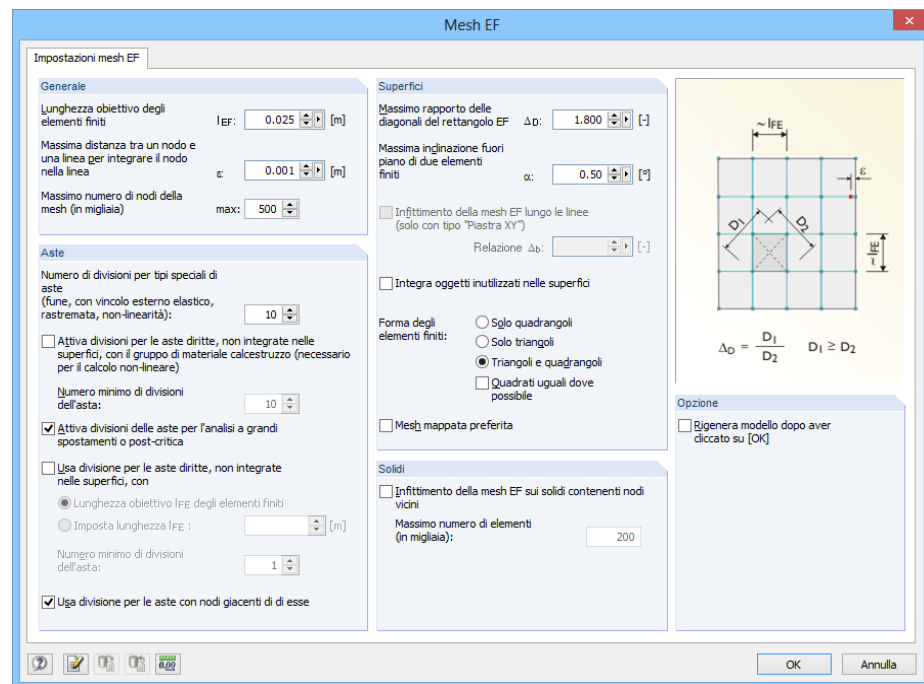
Ora creare un *Nuovo caso di carico*.


 Figura 8.16 Finestra di dialogo *Modifica casi e combinazioni di carico* - scheda *Casi di carico*

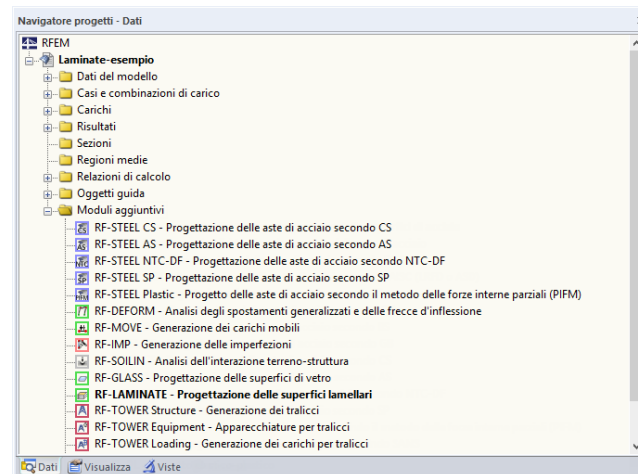
Poi, compilare la finestra di dialogo *Nuovo carico della superficie*.


 Figura 8.17 Finestra di dialogo *Nuovo carico della superficie*

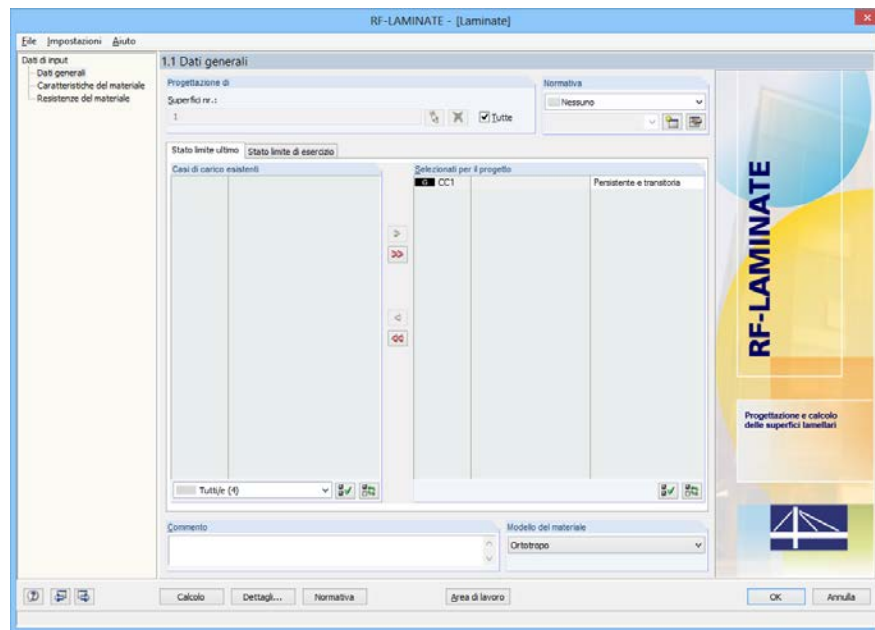
Nella finestra di dialogo *Mesh EF*, impostare la lunghezza degli elementi finiti a 25 mm.

Figura 8.18 Finestra di dialogo *Mesh EF*

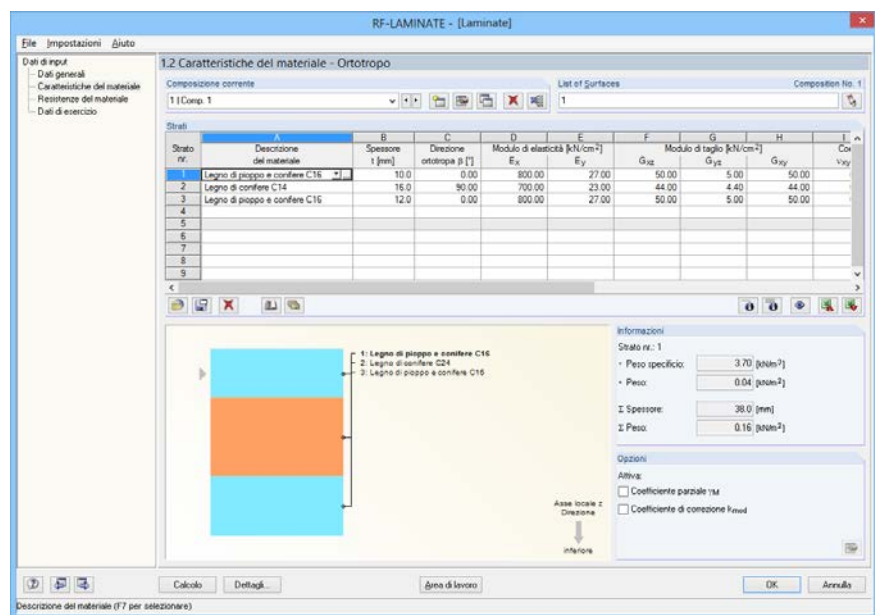
Ora è possibile aprire il modulo di RF-LAMINATE e compilare le singole finestre di input.

Figura 8.19 Navigatore *Dati: Moduli aggiuntivi* → *RF-LAMINATE*

Nella finestra 1.1 *Dati generali*, selezionare superficie nr. 1. Poi selezionare il modello del materiale ortotropo e selezionare CC1 per il progetto.

Figura 8.20 Finestra 1.1 *Dati generali*

Nella finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*, selezionare i singoli strati dalla libreria dei materiali ed assegnare la composizione creata alla superficie nr. 1.

Figura 8.21 Finestra 1.2 *Caratteristiche del materiale*

Nella seguente finestra, 1.3 *Resistenze del materiale*, vengono importati automaticamente i valori della resistenza caratteristica dalla libreria dei materiali.

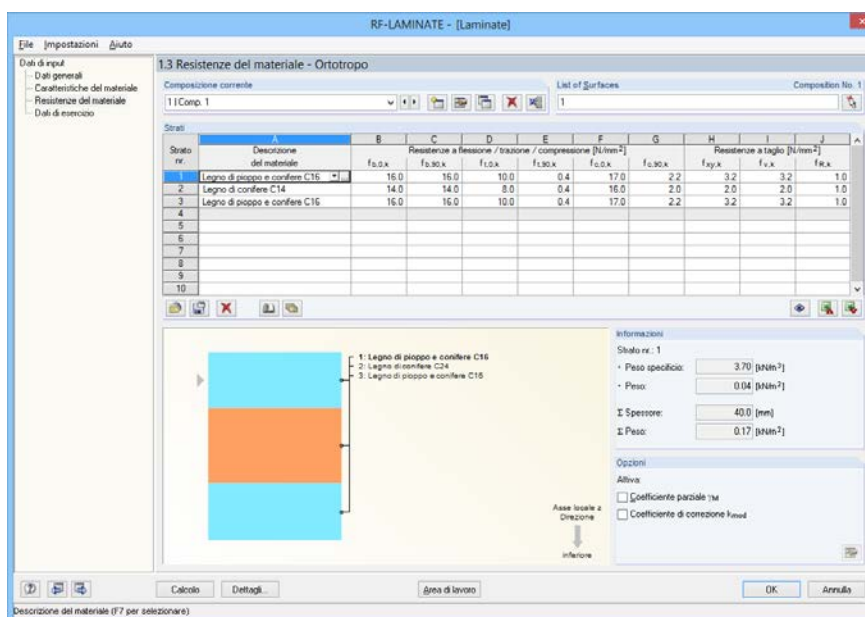


Figura 8.22 Finestra 1.3 Resistenze del materiale

Nell'ultima finestra di input, inserire Superficie nr. 1 nella *Lista di superfici*. Siccome non viene selezionata la casella di controllo *Manuale*, viene completata automaticamente la *Lunghezza di riferimento L*.

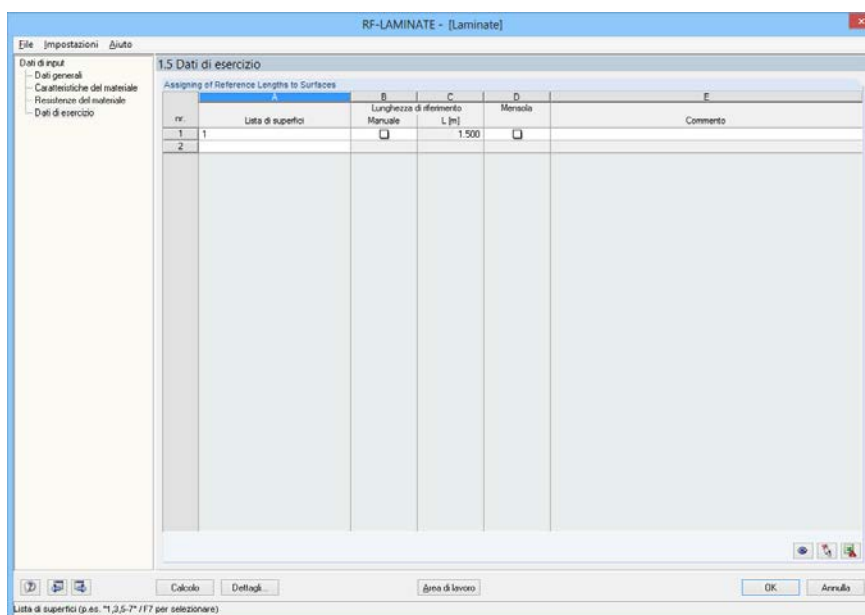
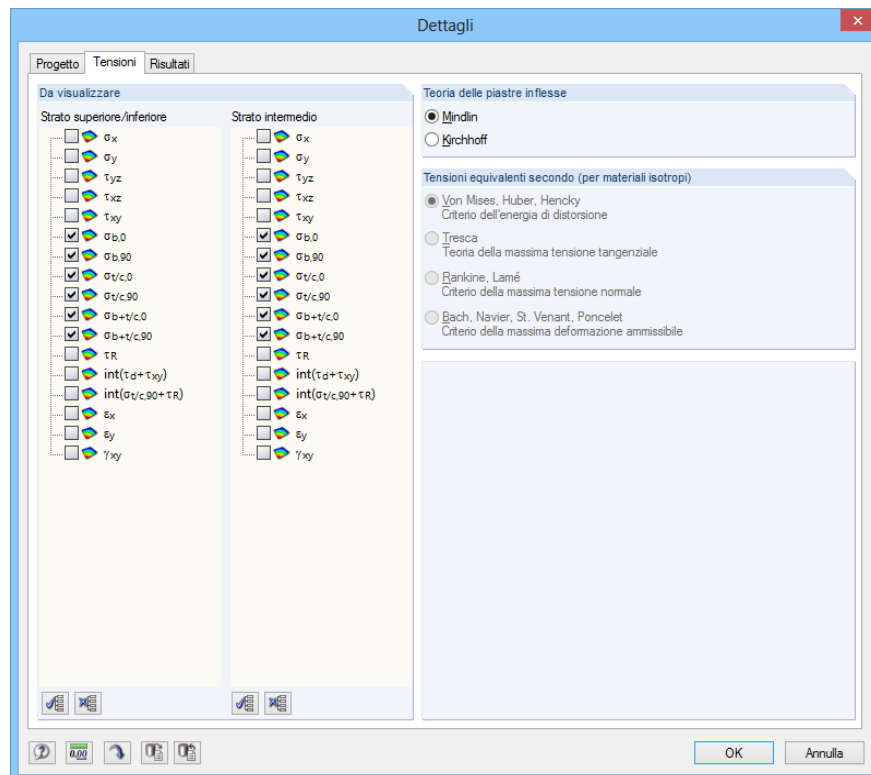
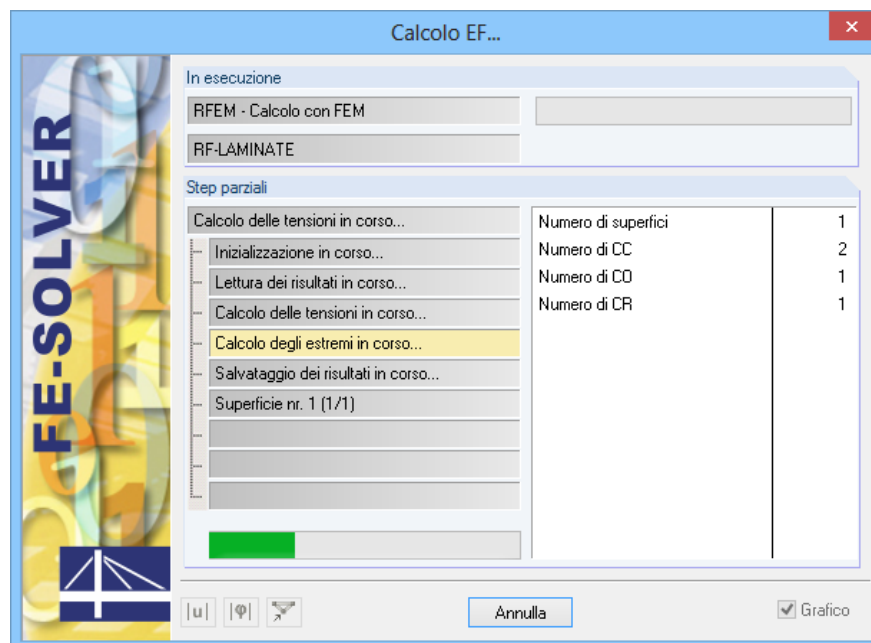


Figura 8.23 Finestra 1.5 Dati di esercizio

Poi, verificare le impostazioni nella finestra di dialogo *Dettagli* ed avviare il calcolo.

Figura 8.24 Finestra di dialogo *Dettagli* – scheda *Tensioni*Figura 8.25 Finestra di dialogo *Calcolo EF...*

È possibile verificare i valori delle tensioni nelle finestre dei risultati ed accertarsi che corrispondano al calcolo introdotto nel paragrafo precedente.

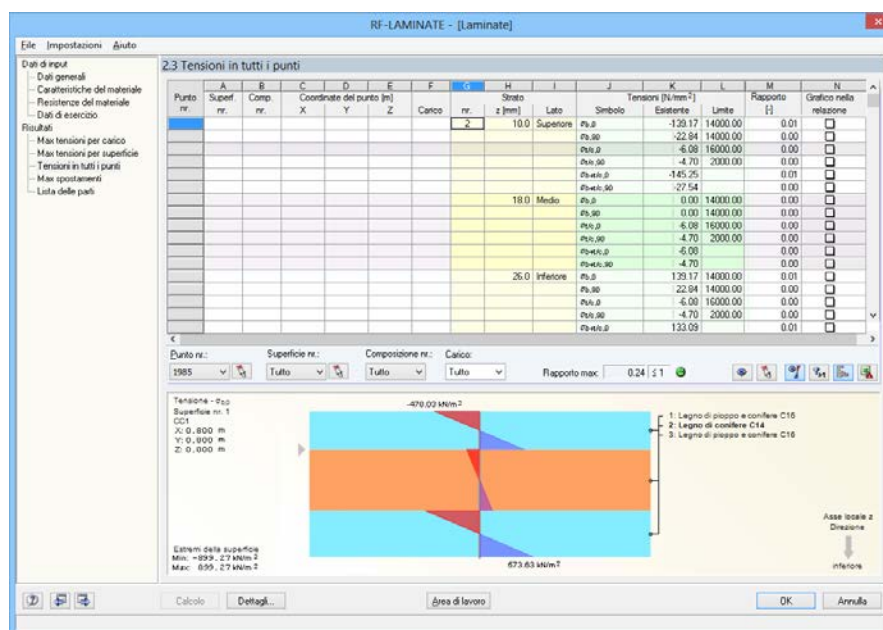
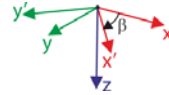


Figura 8.26 Finestra 2.3 Tensione in tutti i punti

## 9. Appendici

### 9.1 Relazioni di trasformazione

Qui sono riassunte le relazioni necessarie per la trasformazione delle tensioni, delle deformazioni e delle matrici di rigidezza dalla rotazione del sistema di coordinate  $x, y, z$  al sistema di coordinate  $x', y', z$  di un angolo  $\beta$ . L'angolo  $\beta$  viene definito come



Le quantità relative al sistema  $x, y, z$ , come le tensioni, le deformazioni e gli elementi delle matrici di rigidezza, sono contrassegnate senza un accento acuto ('), le quantità nel sistema  $x', y', z$  sono contrassegnate con un accento acuto. Le relazioni di trasformazione per le tensioni piane e le deformazioni sono le seguenti

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3 \times 3}^T} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \sigma_{b+t/c,0} \\ \sigma_{b+t/c,90} \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \end{Bmatrix} \quad (9.1)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon'_x \\ \varepsilon'_y \\ \gamma'_{xy} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{3 \times 3}} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (9.2)$$

La matrice di rigidezza è trasformata secondo la relazione

$$\mathbf{d} = \mathbf{T}_{2 \times 2}^T \mathbf{d}' \mathbf{T}_{2 \times 2} \Leftrightarrow \mathbf{d}' = \mathbf{T}_{2 \times 2}^{-T} \mathbf{d} \mathbf{T}_{2 \times 2}^{-1} \quad (9.3)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ & d_{22} & d_{23} \\ \text{sym.} & & d_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}' = \begin{bmatrix} d'_{11} & d'_{12} & 0 \\ & d'_{22} & 0 \\ \text{sym.} & & d'_{33} \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

Le relazioni di trasformazione per le tensioni tangenziali e le deformazioni sono le seguenti

$$\begin{Bmatrix} \tau'_{xz} \\ \tau'_{yz} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2 \times 2}} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \tau_d \\ \tau_R \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \tau'_{xz} \\ \tau'_{yz} \end{Bmatrix} \quad (9.5)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yz} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2 \times 2}} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (9.6)$$

La matrice di rigidezza è trasformata secondo la relazione

$$\mathbf{G} = \mathbf{T}_{2 \times 2}^T \mathbf{G}' \mathbf{T}_{2 \times 2} \Leftrightarrow \mathbf{G}' = \mathbf{T}_{2 \times 2} \mathbf{G} \mathbf{T}_{2 \times 2}^T \quad (9.7)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ \text{sym.} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} G'_{11} & 0 \\ 0 & G'_{22} \end{bmatrix} \quad (9.8)$$

## 9.2 Verifica della definizione positiva della matrice di rigidezza

Il calcolo richiede che la matrice di rigidezza globale sia definita positiva.

La matrice di rigidezza, ha generalmente questa forma

$$\mathbf{D}_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{3 \times 3}^{\text{flessione}} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{3 \times 3}^{\text{eccentricità}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{2 \times 2}^{\text{taglio}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{3 \times 3}^{\text{eccentricità}} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{3 \times 3}^{\text{membranale}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & & & D_{16} & D_{17} & D_{18} \\ & D_{22} & D_{23} & & & \text{sym.} & D_{27} & D_{28} \\ & & D_{33} & & & \text{sym.} & \text{sym.} & D_{38} \\ & & & D_{44} & D_{45} & & & \\ & & & & D_{55} & & & \\ & & & & & D_{66} & D_{67} & D_{68} \\ & & & & & & D_{77} & D_{78} \\ & & & & & & & D_{88} \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

Le seguenti condizioni vengono verificate:

1. La matrice  $\mathbf{D}$  è definita positiva (cioè tutti i suoi minori principali sono positivi).
2. In aggiunta, viene richiesto che le sottomatrici  $\mathbf{D}_{3 \times 3}^{\text{flessione}}$ ,  $\mathbf{D}_{2 \times 2}^{\text{taglio}}$ ,  $\mathbf{D}_{3 \times 3}^{\text{membranale}}$  siano definite positive in un senso più restrittivo – tutti i suoi minori principali devono soddisfare:

$$\det \begin{bmatrix} D_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & D_{ii} \end{bmatrix} \geq \sqrt{0.001} \prod_{i=1}^i |D_{ii}|, \quad \text{per } i = 1, \dots, n \quad (9.10)$$

## A Bibliografia

- [1] ALTENBACH, Holm ; ALTENBACH, Johannes; NAUMENKO, Konstantin. Ebene Flächen-tragwerke. Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten. [s.l.] : Springer Verlag, 2008. 491 p.
- [2] DIN 1052. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken : Allgemein Be-messungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. [s.l.] : [s.n.], 2008. 239 p.
- [3] ČSN 73 1702. Navrhování, výpočet a posuzování dřevěných stavebních konstrukcí : Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha : Český normalizační institut, No- vember 2007. 174 p.
- [4] Huber M.T.: The theory of crosswise reinforced ferroconcrete slabs and its application to various constructional problems involving rectangular slabs, Der Bauingenieur, 1923, 4(12), 354-360 and 4(13), 392-395.

# B Indice

## A

Area di lavoro.....	21, 28
Avviare il calcolo .....	44
Avvio di RF-LAMINATE.....	6

## B

Bach .....	42
------------	----

## C

Calcolo.....	21, 34
Caratteristiche del materiale .....	24
Casi di carico .....	31
Caso di carico.....	21, 22, 23
Chiusura di RF-LAMINATE.....	45
Chiusura RF-LAMINATE.....	21
Cifre decimali .....	58
Classe di servizio e di durata del carico .....	31
Coefficiente di correzione.....	31
Coefficiente di correzione.....	30
Coefficiente di correzione.....	35
Coefficiente di correzione.....	47
Coefficiente parziale .....	26
Coefficiente parziale .....	29
Coefficiente parziale .....	30
Coefficienti di correzione .....	29
Coefficienti parziali.....	22
Collegamenti di taglio degli strati.....	25
Collegamenti di taglio degli strati.....	14, 17
Collegamenti di taglio degli strati.....	64
Combinazione di azioni.....	35
Commento .....	21
Componenti della tensione.....	55
Coordinate .....	47

## D

Dati di esercizio .....	33
Dati generali.....	21
Definita positiva .....	34
Definizione positiva.....	82
Dettagli .....	21, 34
Dettagli della composizione.....	24

## E

Esportazione dei risultati.....	59
Esportazione delle tabelle.....	28

## F

Filtro .....	51
Finestre del modulo.....	21

## I

Importazione delle tabelle .....	28
Inflessione .....	23, 35
Installazione.....	5

## K

Kirchhoff.....	41
----------------	----

## L

Legno lamellare a strati incrociati senza colla nei lati più stretti .....	25
Libreria.....	27, 28
Libreria dei materiali.....	26, 28
Lista parti.....	53
Lunghezza di riferimento .....	33
Lunghezze di riferimento .....	52

## M

Matrice di rigidezza .....	61
Mindlin.....	41
Mises .....	42
Modelli del materiale.....	10
Modello del materiale .....	21
Modello del materiale definito dall'utente .....	13
Modello del materiale ibrido .....	13
Modello del materiale isotropo.....	13
Modello del materiale ortotropo .....	10

## N

Navigatore .....	21, 45
------------------	--------

## P

Pannello.....	7
Profilo definito dall'utente .....	58
Progetto .....	21, 35
Punti della griglia .....	46
Punti della mesh agli EF .....	43, 46
Punto della griglia .....	43

## R

Rankine .....	42
Rapporto .....	47, 52
Relazione di calcolo .....	55
Resistenze caratteristiche .....	30

Resistenze del materiale.....	30
Riduzione della rigidità .....	25
Risultati .....	43, 45

**S**

Sezioni.....	55
sfogliare le finestre del modulo .....	45
Sfogliare le finestre del modulo.....	21
Simboli .....	8
Spostamenti max .....	52

**T**

Tasti di scelta rapida.....	60
Tensione .....	36, 71

Tensione limite .....	47
Tensione/Rapporto max per carico .....	46
Tensione/Rapporto max per superficie .....	50
Tensioni equivalenti .....	42
Tensioni in tutti i punti .....	51
Teoria della piastre inflesse .....	41
Tresca .....	42

**U**

Unità.....	58
------------	----

**V**

Valori limite .....	23
---------------------	----